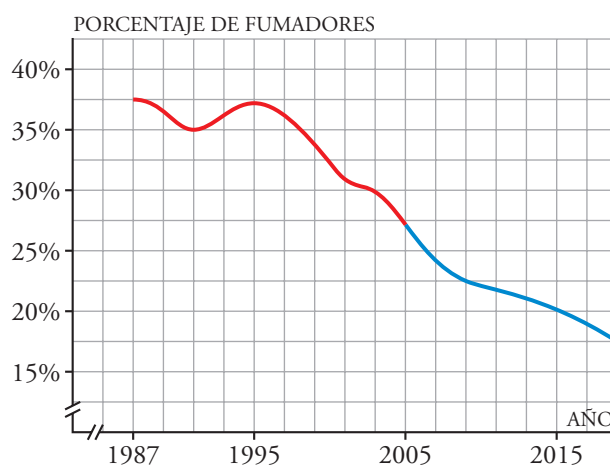


PÁGINA 152

PRACTICA

Interpretación de gráficas

- 1 ■■■ En la gráfica siguiente viene representado el porcentaje de fumadores en España en los últimos años (parte roja), así como la previsión de cómo se supone que irá evolucionando dicho porcentaje en los años próximos (parte azul):

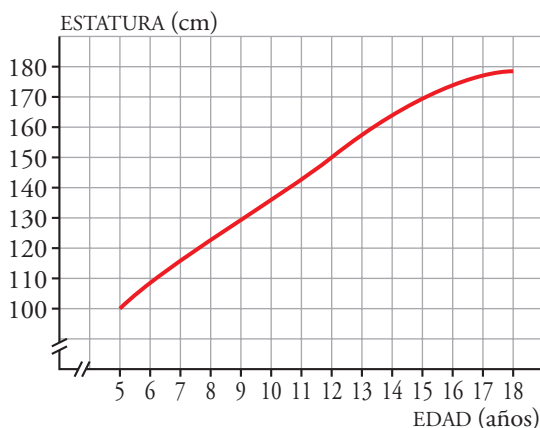


- ¿Cuáles son las dos variables que se relacionan?
 - ¿Entre qué años se ha hecho el estudio? ¿En cuáles tenemos solamente previsiones y no datos reales?
 - ¿Cuál es la escala que se ha considerado en el eje X ? ¿Y en el eje Y ?
 - Observa que tanto en el eje X como en el eje Y aparecen dos rayitas señaladas. ¿Cuál crees que es su significado?
 - Indica cuál era el porcentaje de fumadores en el primer año del estudio (1987).
 - ¿Cuál era el porcentaje de fumadores en el año 1991? ¿Y en 1995? ¿Y en 2005?
 - ¿En qué años se dio el porcentaje más alto de fumadores?
 - ¿Cuál es el porcentaje de fumadores previsto (aproximadamente) para el año 2015? ¿Y para 2019?
 - Si las previsiones se cumplieran respecto al porcentaje de fumadores, ¿este irá aumentando o disminuyendo en los próximos años?
 - Haz una descripción global de la gráfica, indicando el dominio, el crecimiento y el decrecimiento de la función, y sus máximos y mínimos.
- Variable independiente: tiempo.
Variable dependiente: porcentaje de fumadores.
 - El estudio se ha hecho entre 1987 y 2005.
Tenemos previsiones desde 2005 hasta 2019.
 - Eje X : un cuadrado son dos años.
Eje Y : un cuadrado son 2,5%.

7 Soluciones a los ejercicios y problemas

- d) Las rayitas son “roturas de los ejes” e indican que no empezamos a contar de cero.
- e) 37,5%.
- f) En 1991 el porcentaje de fumadores era 35%, en 1995 era 37,5% y en 2005 era 27,5%.
- g) El porcentaje más alto de fumadores se dio en los años 1987 y 1995 con un 37,5%.
- h) El porcentaje de fumadores previsto para 2015 es, aproximadamente, 20%, y para 2019, 17,5%.
- i) Disminuyendo.
- j) Dominio: desde 1987 hasta 2019.
Crecimiento: desde 1991 hasta 1995.
Decrecimiento: desde 1987 hasta 1991 y de 1995 hasta 2019.
Hay un máximo en 1995 y un mínimo en 1991.

2 ■■■ La estatura de Óscar entre los 5 y los 18 años viene representada en esta gráfica:

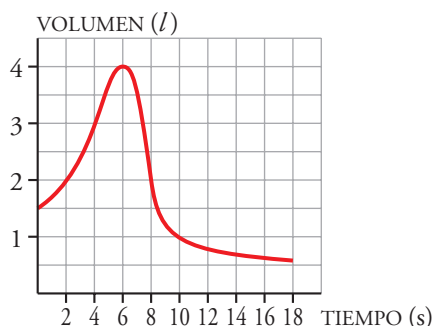


- a) ¿Cuáles son las variables que intervienen?
 - b) ¿Qué escala se utiliza para cada variable?
 - c) ¿Cuántos centímetros creció entre los 5 y los 8 años? ¿Y entre los 15 y los 18? ¿En cuál de estos dos intervalos de tiempo el crecimiento fue mayor?
 - d) Observa que la gráfica al final crece más lentamente, ¿crees que aumentará mucho más la estatura o que se estabilizará en torno a algún valor concreto?
- a) Variable independiente: edad.
Variable dependiente: estatura.
 - b) Eje X : un cuadrado es un año.
Eje Y : un cuadrado son 10 cm.
 - c) Entre los 5 y los 8 años creció 23 cm, y entre los 15 y los 18 años, 9 cm. El crecimiento fue mayor entre los 5 y los 8 años.
 - d) Por la trayectoria de la gráfica, parece que se estabilizará alrededor de 180 cm.

7 Soluciones a los ejercicios y problemas

- 3 ■■■ Para medir la capacidad espiratoria de los pulmones, se hace una prueba que consiste en inspirar al máximo y, después, espirar tan rápido como se pueda en un aparato llamado espirómetro.

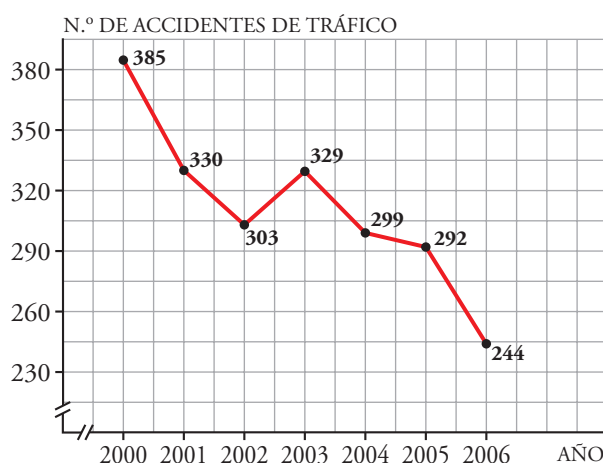
Esta curva indica el volumen de aire que entra y sale de los pulmones.



- a) ¿Cuál es el volumen en el momento inicial?
b) ¿Cuánto tiempo duró la observación?
c) ¿Cuál es la capacidad máxima de los pulmones de esta persona?
d) ¿Cuál es el volumen a los 10 segundos de iniciarse la prueba? ¿Y cuando termina?
- a) 1,5 litros. b) 18 segundos. c) 4 litros.
d) A los 10 segundos, el volumen era de 1 litro. Cuando la prueba termina, el volumen de aire en los pulmones es de 0,6 litros.

PÁGINA 153

- 4 ■■■ Esta gráfica nos muestra el número de accidentes de tráfico producidos en los últimos años en una cierta población:



- a) ¿En qué año se produjo el mayor número de accidentes? ¿Cuál fue ese número?
b) ¿En qué años se produjo el menor número de accidentes? ¿Cuál fue ese número?
c) Estudia el crecimiento y el decrecimiento del número de accidentes durante los años reflejados en la gráfica anterior.

7 Soluciones a los ejercicios y problemas

- a) En el año 2000 se produjeron 385 accidentes. De entre los años que vienen reflejados en la gráfica, este año fue en el que se produjo mayor número de accidentes.
- b) En el año 2006 se produjeron 244 accidentes. De entre los años que vienen reflejados en la gráfica, este año fue en el que se produjo menor número de accidentes.
- c) Crecimiento: desde 2002 hasta 2003.
Decrecimiento: desde 2000 hasta 2002 y desde 2003 hasta 2006.

5 ■■■ Cuatro amigos, Raquel, David, Isabel y Felipe, han quedado en la puerta del auditorio municipal para asistir a un concierto de su grupo favorito. Al verse, han comentado cómo ha sido su recorrido:

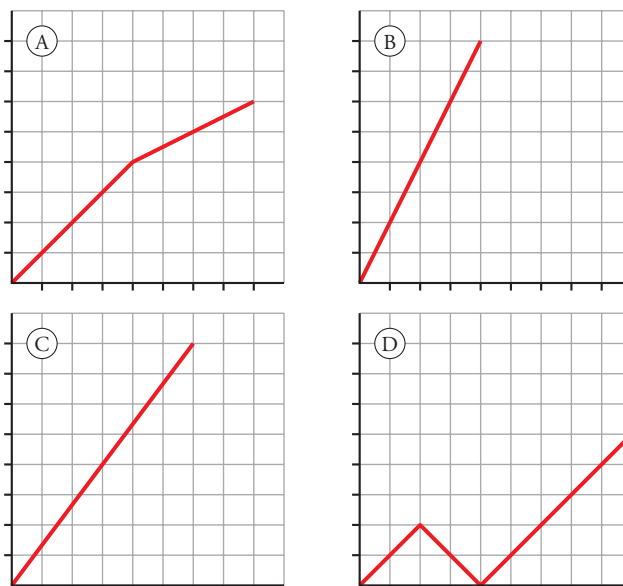
RAQUEL: *He venido en coche. Además, he tenido mucha suerte, porque no he encontrado ningún atasco y he podido llegar directamente.*

DAVID: *Pues yo venía muy bien, pero de pronto me he dado cuenta de que me había olvidado la entrada. He tenido que volver a por ella y después ya he podido venir bien hasta aquí.*

ISABEL: *Yo venía andando a un paso rápido, pero me he encontrado con Ana a mitad de camino y hemos venido juntas con mucha más calma.*

FELIPE: *Yo me he traído la moto y he venido directamente por un atajo. No he venido tan rápido como Raquel, pero lo he hecho de un tirón.*

Cada una de las cuatro gráficas siguientes muestra, en distinto orden, la trayectoria que han llevado desde la salida de sus casas hasta la puerta del auditorio:



- a) ¿Cuál es la gráfica que corresponde a la descripción que ha hecho cada uno?
 - b) ¿Quién vive más cerca del auditorio?
 - c) ¿Quién tardó menos tiempo en llegar?
- a) Raquel → (B); David → (D); Isabel → (A); Felipe → (C)
b) David.
c) Raquel.

7 Soluciones a los ejercicios y problemas

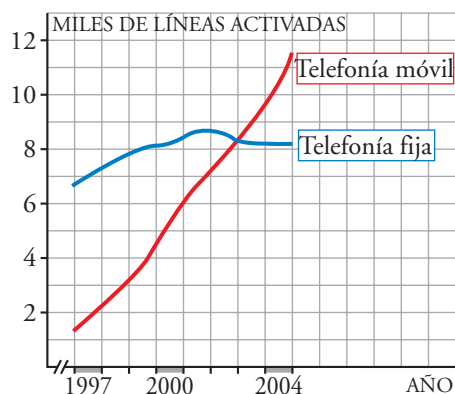
6 ■■■ El uso de teléfonos móviles ha aumentado mucho en los últimos años. Sin embargo, el uso de la telefonía fija no ha sufrido grandes variaciones. En la siguiente gráfica vemos con detalle qué ha ocurrido en una gran ciudad:

a) ¿Cuántas líneas de telefonía fija y móvil había activadas, aproximadamente, a principios del año 1997?

¿Y a principios de 2002? ¿Y a finales de 2004?

b) ¿En qué momento (aproximado) había el mismo número de líneas de teléfonos fijos que de móviles?

c) ¿Cuál ha sido el aumento de líneas activadas en la telefonía fija desde principios de 1997 a finales de 2004? ¿Y en la móvil? ¿En cuál de las dos ha sido mayor el aumento?



a) Año 1997: $\left\{ \begin{array}{l} \text{Telefonía fija: 6 500 líneas.} \\ \text{Telefonía móvil: 1 500 líneas.} \end{array} \right.$

Año 2002: $\left\{ \begin{array}{l} \text{Telefonía fija: 8 700 líneas.} \\ \text{Telefonía móvil: 7 200 líneas.} \end{array} \right.$

Año 2004: $\left\{ \begin{array}{l} \text{Telefonía fija: 8 200 líneas.} \\ \text{Telefonía móvil: 9 900 líneas.} \end{array} \right.$

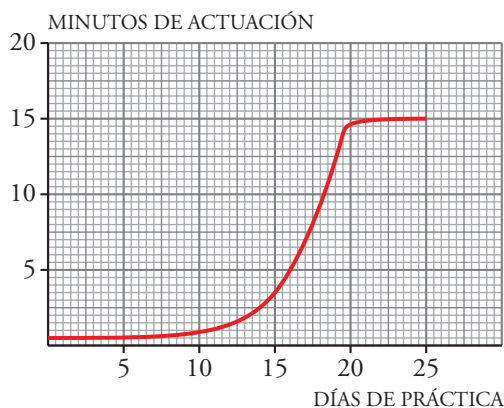
b) Al comienzo del año 2003.

c) El aumento de líneas activadas en la telefonía fija desde principio de 1997 a finales de 2004 es de 1 700 líneas, y en la telefonía móvil, de 10 000 líneas. El aumento ha sido mucho mayor en la telefonía móvil.

PÁGINA 154

7 ■■■ Elvira está aprendiendo un juego de malabarismo y ha estado practicando unos días durante 1 hora. A medida que va adquiriendo destreza en la actividad, consigue durar más tiempo de actuación.

Observa la gráfica y responde:

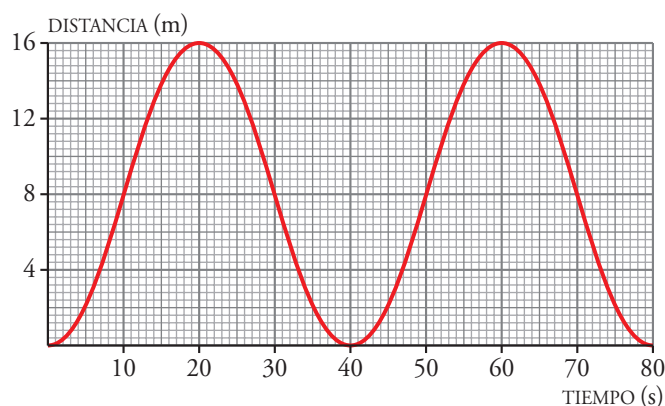


7 Soluciones a los ejercicios y problemas

- a) ¿Durante cuántos días ha estado practicando Elvira?
- b) A medida que aumenta el número de días de práctica, ¿aumenta o disminuye el tiempo de actuación?
- c) ¿Cuánto aumenta el tiempo de actuación en los 10 primeros días? ¿Y en los 10 siguientes? ¿Qué ocurre en los 5 últimos?
- d) El tiempo máximo de actuación se ha ido estabilizando en torno a un valor, ¿de qué valor se trata?

- a) 25 días.
- b) Aumenta.
- c) En los 10 primeros días, el tiempo de actuación aumenta medio minuto; en los 10 días siguientes, aumenta 13,5 minutos, y en los últimos 5 días, aumenta otro medio minuto.
- d) 15 minutos.

- 8** ■ ■ ■ Los cestillos de una noria van subiendo y bajando a medida que la noria gira. Esta es la representación gráfica de la función *tiempo-distancia* al suelo de uno de los cestillos:

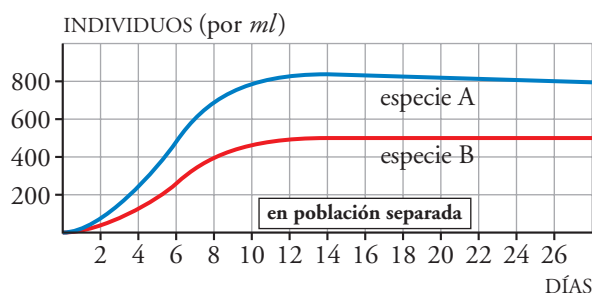


- a) ¿Cuánto tarda en dar una vuelta completa?
- b) Observa cuál es la altura máxima y di cuál es el radio de la noria.
- c) Explica cómo calcular la altura a los 130 segundos sin necesidad de continuar la gráfica.

- a) 40 segundos.
- b) Altura máxima = 16 m
Radio de la noria = 8 m
- c) A los 130 segundos está a 8 m de altura. Si divides 130 segundos entre 40 segundos que dura una vuelta, el resultado es $3,25 = 3 + 1/4$. Por tanto, a los 130 segundos se han dado 3 vueltas y un cuarto.
Al cuarto de vuelta la altura es de 8 metros.

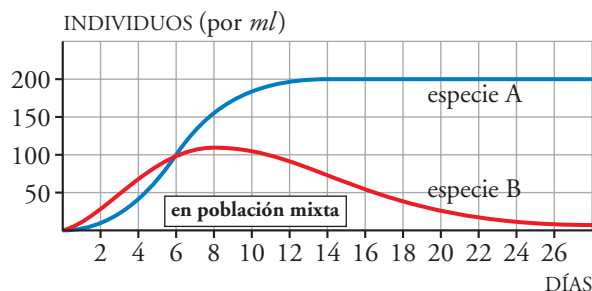
7 Soluciones a los ejercicios y problemas

- 9 ■■■ Se ha realizado una experiencia con dos especies de seres vivos. La gráfica siguiente nos muestra el crecimiento de cada una de ellas, criándose por separado y en idénticas condiciones:



- El número de individuos de cada especie ¿crece indefinidamente o se va estabilizando en torno a algún valor?
- ¿A qué valor tiende el número de individuos por ml en la especie A (en las condiciones estudiadas que se muestran en la gráfica)?
- ¿Cuál de las dos especies se multiplica más rápidamente?

Observa en esta otra gráfica lo que sucede cuando se crían las dos especies en un mismo recipiente, compitiendo por el alimento:



- Ambas poblaciones crecen de forma más lenta estando juntas que si se crían por separado. ¿A qué valor tiende el número de individuos de la especie A en este caso?

(Observa los valores considerados en el eje Y en cada una de las dos gráficas. Fíjate que la escala es distinta).

- ¿Cuál es el número máximo de individuos que alcanza la población de la especie B?
- ¿A qué valor tiende el número de individuos de esta población al avanzar los días? (Como la población de la especie A se multiplica más rápidamente, consume más alimento; lo que hace que la población de B tienda a desaparecer).

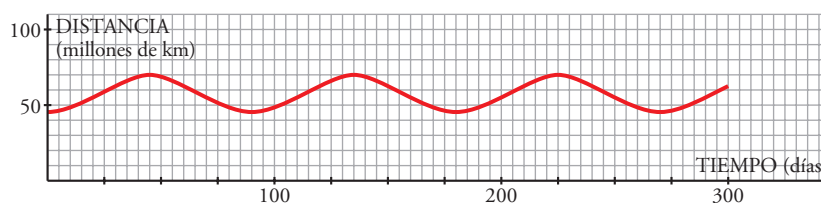
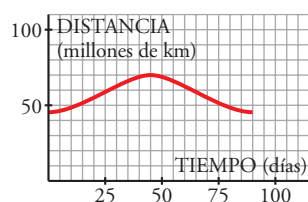
- Se estabiliza.
- A 800 individuos por mililitro.
- La especie A.
- A 200 individuos por mililitro.
- Aproximadamente, 110 individuos.
- A 0 individuos, la población B tiende a desaparecer.

PÁGINA 155

PIENSA Y RESUELVE

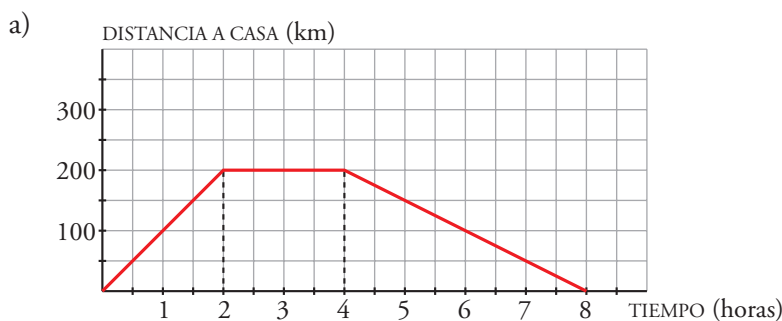
- 10 ■■■ Mercurio tarda 88 días en completar su órbita alrededor del Sol. Su distancia al Sol oscila entre 70 y 46 millones de kilómetros.

Completa la gráfica de la distancia de Mercurio al Sol durante 300 días.



- 11 ■■■ Luis ha tardado 2 horas en llegar desde su casa a una ciudad situada a 200 km de distancia, en la que tenía que asistir a una reunión de trabajo. Ha permanecido 2 horas en la ciudad y ha vuelto a su casa, invirtiendo 4 horas en el viaje de vuelta.

- Representa la gráfica *tiempo-distancia a su casa*.
- Si suponemos que la velocidad es constante en el viaje de ida, ¿cuál sería esa velocidad?
- Si también suponemos que la velocidad es constante en el viaje de vuelta, ¿cuál sería esa velocidad?

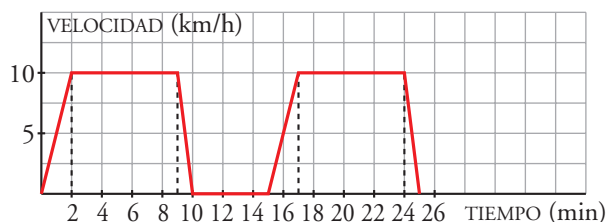


b) $v = \frac{200 \text{ km}}{2 \text{ h}} = 100 \text{ km/h}$

c) $v = \frac{200 \text{ km}}{4 \text{ h}} = 50 \text{ km/h}$

7 Soluciones a los ejercicios y problemas

- 12** ■■■ Un tiovivo acelera durante 2 minutos hasta alcanzar una velocidad de 10 km/h. Permanece a esta velocidad durante 7 minutos y decelera hasta parar en 1 minuto. Tras permanecer 5 minutos parado, comienza otra vuelta. Dibuja la gráfica *tiempo-velocidad*.

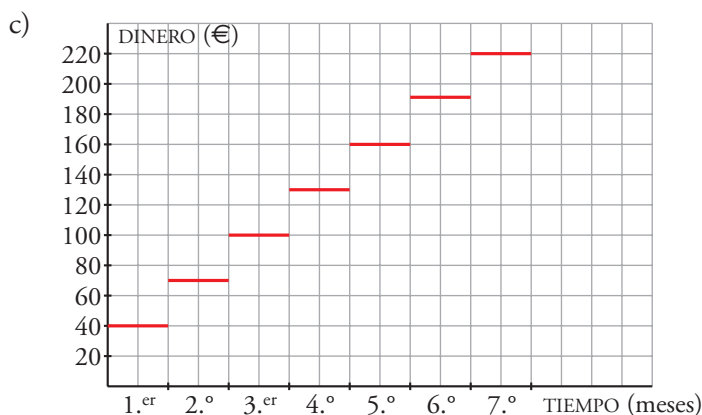


- 13** ■■■ En un gimnasio nos cobran 10 € por la matrícula y una cuota de 30 € por cada mes.

- Rosa lleva 5 meses yendo a este gimnasio. ¿Cuánto dinero ha pagado en total?
- ¿Cuánto ha pagado Alberto, que lleva 2 años?
- Haz la gráfica en la que relaciones el dinero pagado en total, según el número de meses que utilizas el gimnasio.

a) $10 \text{ €} + 5 \cdot 30 \text{ €} = 160 \text{ €}$

b) $10 \text{ €} + 24 \cdot 30 \text{ €} = 730 \text{ €}$



- 14** ■■■ El peso de la libra es de 0,45 kg.

- a) Completa la tabla siguiente:

x (libras)	0,5	1	1,5	2	3	4	x
y (kilos)							

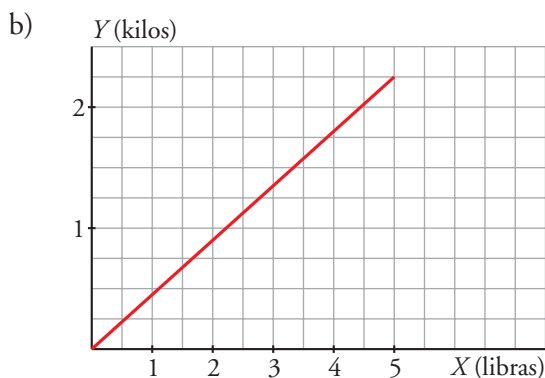
- b) Representa la función que convierte libras en kilos.

- c) Obtén la expresión analítica que relaciona estas dos variables.

a)

x (libras)	0,5	1	1,5	2	3	4	x
y (kilos)	0,225	0,45	0,675	0,9	1,35	1,8	0,45x

7 Soluciones a los ejercicios y problemas



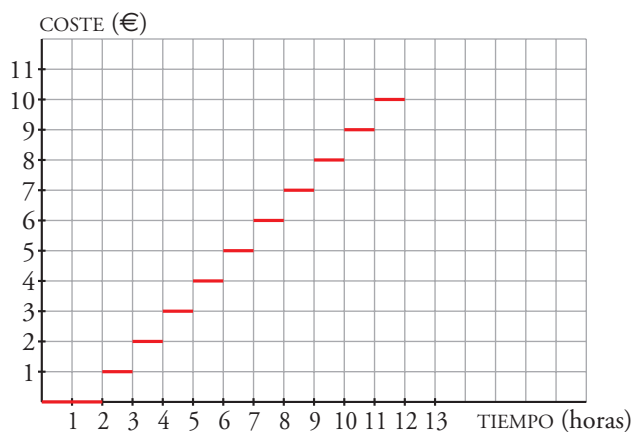
c) $y = 0,45x$

- 15 ■■■ Desde el ayuntamiento de un pueblo, se quiere promover el uso de la bicicleta. Para ello, han decidido alquilarlas según las tarifas siguientes:

HORARIO: DE 9 DE LA MAÑANA A 9 DE LA NOCHE	
• Las dos primeras horas gratuito
• 3. ^a hora o fracción y sucesivas 1 €

El tiempo máximo diario es de 12 horas (desde las 9 de la mañana hasta las 9 de la noche).

Representa la gráfica de la función *tiempo de uso de la bici-coste*.



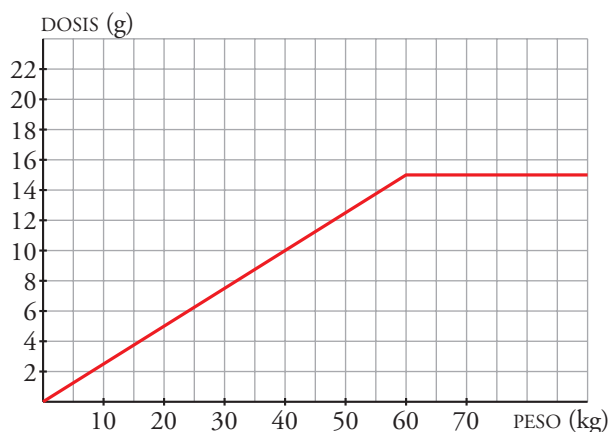
- 16 ■■■ La dosis de un medicamento es 0,25 g por cada kilo de peso del paciente, hasta un máximo de 15 g.

- ¿Cuántos gramos tiene que tomar un niño que pesa 10 kg? ¿Y otro de 30 kg? ¿Y una persona de 70 kg?
- ¿A partir de qué peso se toma la dosis máxima?
- Representa la función *peso del paciente-dosis indicada*.

7 Soluciones a los ejercicios y problemas

- a) $10 \cdot 0,25 = 2,5$ g de medicamento tiene que tomar un niño de 10 kg.
 $30 \cdot 0,25 = 7,5$ g de medicamento tiene que tomar un niño de 30 kg.
 $70 \cdot 0,25 = 17,5$ g. Como se pasa del máximo, la persona de 68 kg tiene que tomar 15 g de medicamento.
- b) A partir de 60 kg.

c)

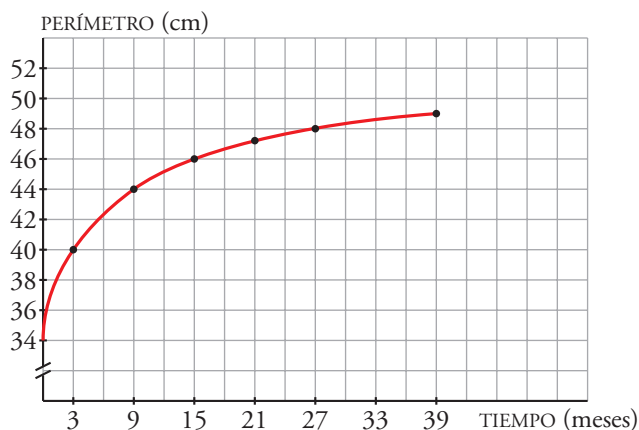


- 17 La tabla recoge la medida del perímetro del cráneo de un niño durante los primeros meses de vida:

TIEMPO (meses)	0	3	9	15	21	27	33
PERÍMETRO (cm)	34	40	44	46	47	48	49

- a) Haz una gráfica relacionando estas dos variables. Elige una escala adecuada.
- b) ¿Qué tendencia se observa en el crecimiento del cráneo de un niño?
- c) ¿Cuánto crees que medirá el perímetro craneal de un niño de 3 años?

a)



- b) Al principio, el cráneo crece rápidamente, pero al pasar el tiempo, el crecimiento es cada vez menor.
- c) Poco más de 49 cm.

7 Soluciones a los ejercicios y problemas

18 ■■■ Completa esta tabla, en la que se relacionan la base y la altura de los rectángulos cuya área es de 12 m²:

BASE, x (m)	1	2	3	4	6	12	x
ALTURA, y (m)							

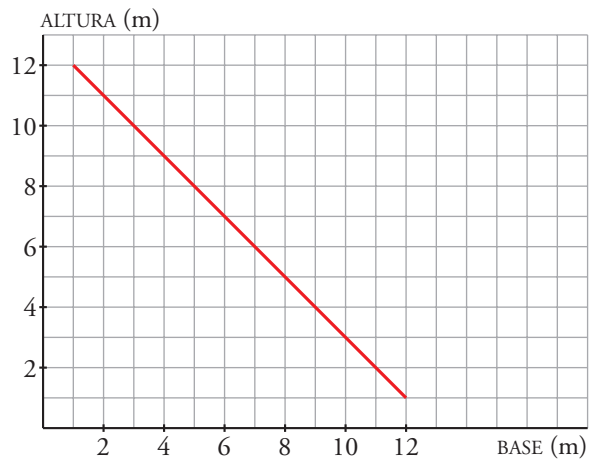
a) Representa gráficamente esta función.

b) ¿Cuál de las tres expresiones siguientes corresponde a esta función?:

$$y = \frac{x}{12} \quad y = \frac{12}{x} \quad y = 12x$$

BASE, x (m)	1	2	3	4	6	12	x
ALTURA, y (m)	12	6	4	3	2	1	12/x

a)



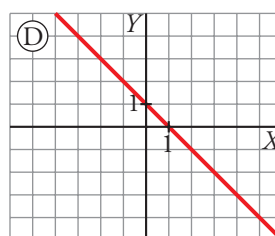
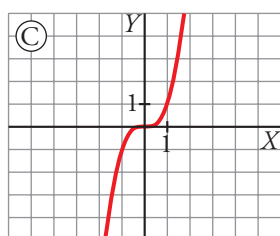
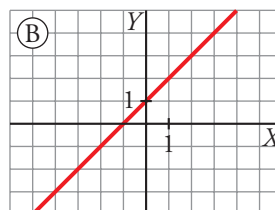
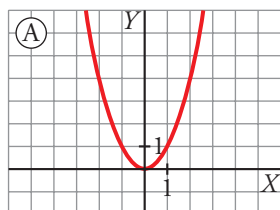
b) $y = \frac{12}{x}$

PÁGINA 156

REFLEXIONA SOBRE LA TEORÍA

19 ■■■ Relaciona cada gráfica con una de las expresiones analíticas siguientes:

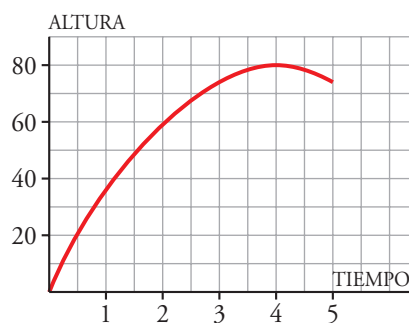
- 1) $y = x + 1$ 2) $y = x^3$ 3) $y = x^2$ 4) $y = -x + 1$



- 1) → (B) 2) → (C) 3) → (A) 4) → (D)

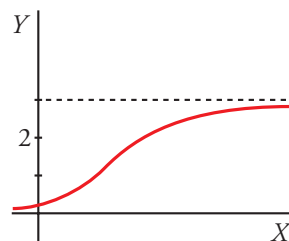
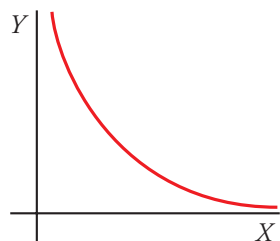
20 ■■■ Una de las siguientes ecuaciones, que se corresponde con la gráfica, expresa la relación entre la altura, h , alcanzada por un balón que se lanza hacia arriba, y el tiempo, t . ¿Cuál de ellas es?

- a) $h = t^2 + 80$
 b) $h = 8t - t^2$
 c) $h = 40t - 5t^2$
 d) $h = -4t^2 + 80t$



La ecuación que corresponde a la gráfica es la c).

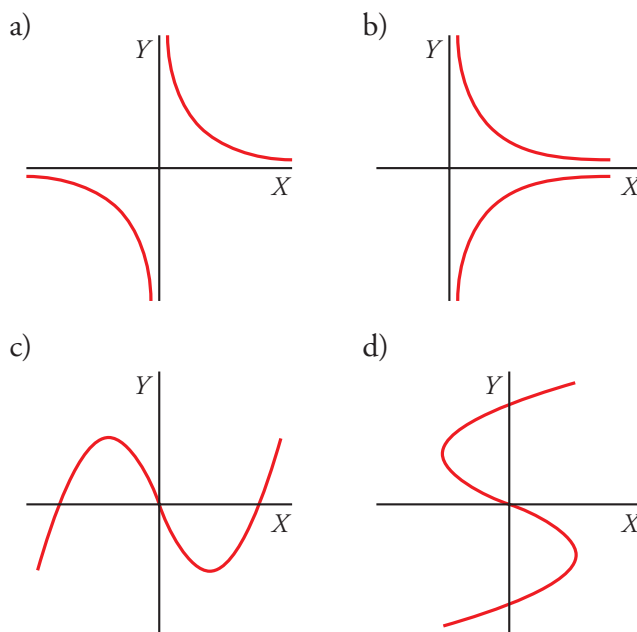
21 ■■■ Indica el valor al que tiende cada una de estas funciones cuando x toma valores muy grandes:



La función de la izquierda tiende a 0 cuando x toma valores muy grandes. La de la derecha tiende a 3.

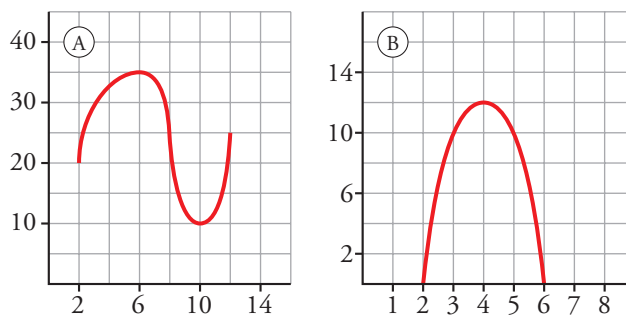
7 Soluciones a los ejercicios y problemas

22 ■■■ ¿Cuáles de las gráficas siguientes corresponden a una función?:



Las gráficas a) y c) corresponden a una función. La b) y la d) no, porque para algunos valores de x hay más de un valor de y .

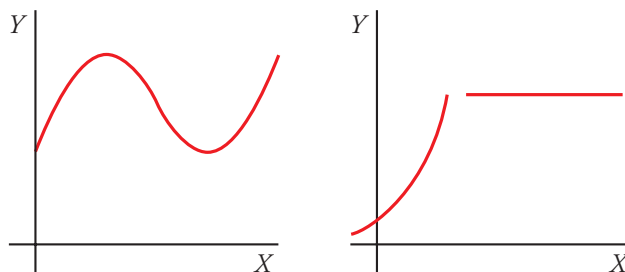
23 ■■■ Para cada una de estas dos gráficas, responde a las cuestiones que se te plantean:



- Indica cuál es su dominio de definición.
 - Di dónde crecen y dónde decrecen.
 - Di si tienen máximo, mínimo, o ambos.
- a) (A) → Desde 2 hasta 12.
 (B) → Desde 2 hasta 6.
- b) (A) → Crece de 2 a 6 y de 10 a 12 y decrece de 6 a 10.
 (B) → Crece de 2 a 4 y decrece de 4 a 6.
- c) (A) → Tiene un máximo de 35 en 6 y un mínimo de 10 en 10.
 (B) → Tiene un máximo de 12 en 4 y no tiene mínimos.

7 Soluciones a los ejercicios y problemas

24 ■■■ ¿Cuál de estas gráficas corresponde a una función continua y cuál a una discontinua?:



La primera gráfica corresponde a una función continua ya que no presenta discontinuidades. La segunda gráfica corresponde a una función discontinua ya que hay una discontinuidad.

PÁGINA 157

26 ■■■ a) Comprueba si los números -3 , 0 , 1 y 3 pertenecen al dominio de la función

$$y = \frac{4}{x-1}.$$

b) ¿Cuál es el dominio de definición de la función $y = \frac{4}{x-1}$?

a) $x = -3 \rightarrow y = \frac{4}{-3-1} = -1 \rightarrow x = -3$ sí pertenece al dominio de definición.

$x = 0 \rightarrow y = \frac{4}{-1} = -4 \rightarrow x = 0$ sí pertenece al dominio de definición.

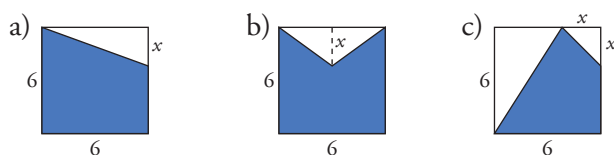
$x = 1 \rightarrow y = \frac{4}{0}$ (no existe) $\rightarrow x = 1$ no pertenece al dominio de definición.

$x = 3 \rightarrow y = \frac{4}{2} = 2 \rightarrow x = 3$ sí pertenece al dominio de definición.

b) Podemos sustituir cualquier valor, excepto $x = 1$. El dominio de definición son todos los números, excepto $x = 1$.

PROFUNDIZA

27 ■■■ Escribe en función de x el área de la parte coloreada en cada una de estas figuras:



$y =$ área de la parte coloreada

a) $y = 36 - 3x$

b) $y = 36 - 3x$

c) $y = -\frac{x^2}{2} + 3x + 18$

7 Soluciones a los ejercicios y problemas

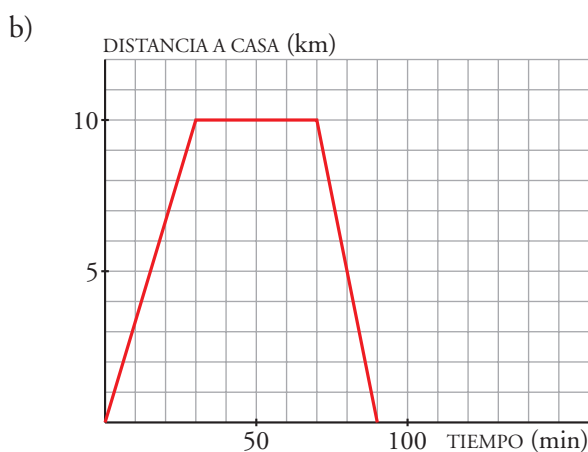
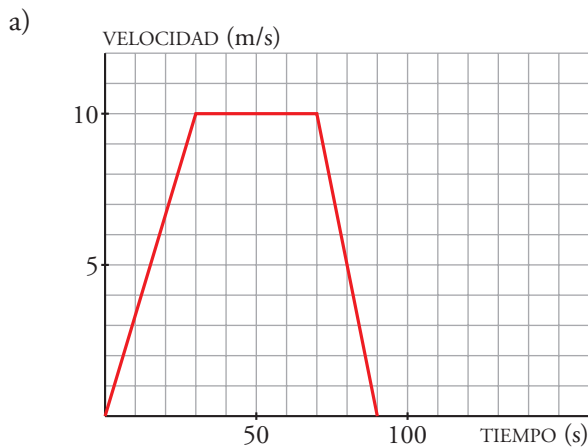
28 ■■■ a) Un coche arranca en el instante $t = 0$ segundos, aumenta su velocidad de manera uniforme hasta 10 m/s en $t = 30$ segundos, mantiene esta velocidad desde $t = 30$ segundos hasta $t = 70$ segundos, y frena en 20 segundos, disminuyendo su velocidad hasta pararse. Representa la gráfica que relaciona el tiempo (en segundos) con la velocidad (en m/s).

b) Hoy había mucho atasco. Rocío ha salido de casa y ha tardado 30 minutos en recorrer 10 km . Después, ha parado durante 40 minutos para hacer unas compras, y ha tardado 20 minutos en regresar a casa.

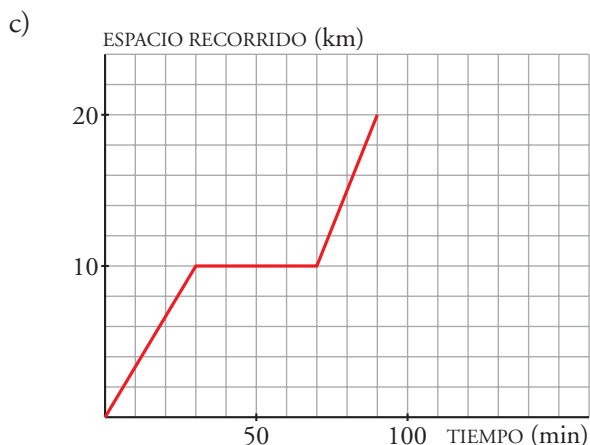
Representa la gráfica que relaciona el tiempo (en minutos) con la distancia a su casa (en km).

c) Aunque los dibujos de las dos gráficas anteriores sean iguales, están representando casos muy distintos.

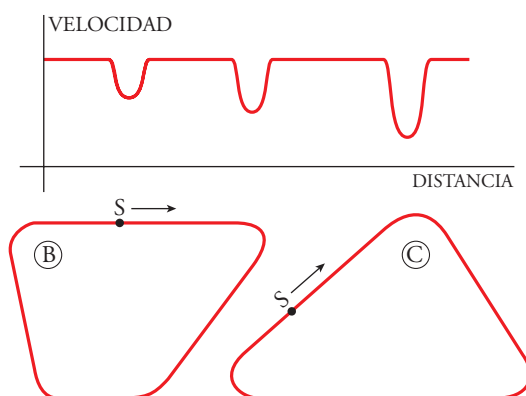
Representa ahora la gráfica que relaciona el tiempo (en minutos) con el espacio total recorrido (en km) para la situación del apartado b).



7 Soluciones a los ejercicios y problemas



29 ■■■ Esta gráfica muestra cómo varía la velocidad de un coche al recorrer uno de los circuitos dibujados más abajo.



a) ¿A cuál de los dos corresponde?

b) Haz la gráfica correspondiente al otro.

a) Corresponde al circuito C. Al llegar a la curva, el coche debe bajar su velocidad, tanto más cuanto más cerrada es la curva. Esto se aprecia en la gráfica: tres frenazos, cada uno más fuerte que el anterior, como corresponde a los tres ángulos del circuito C en el orden en que se toman desde la salida, S.

b)

