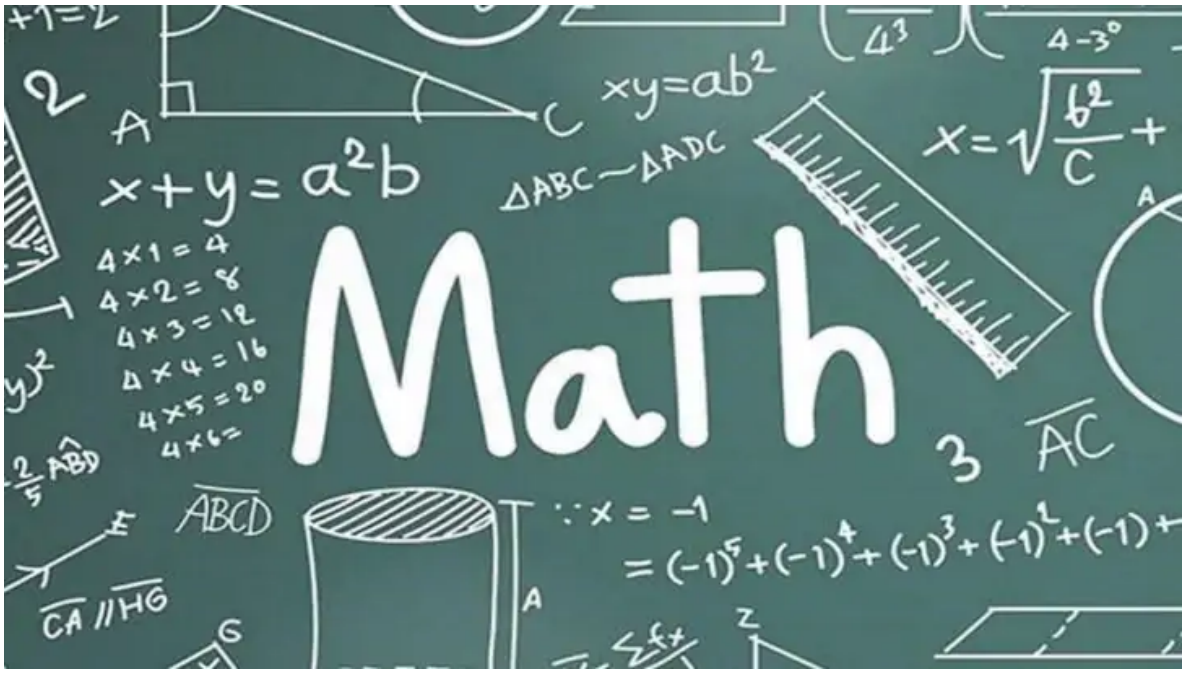


Caderno de matemática 2 ESO
Segunda parte

Nome: _____

Grupo: ____

6 Ecuacións de 1.º e 2.º grao

INTRODUCIÓN

A unidade comeza diferenciando entre ecuacións e identidades, para pasar despois á exposición dos conceptos asociados ao de ecuación: membros, termos, grao, coeficientes, solución…, que son fundamentais para comprender o resto da unidade.

Para resolver ecuacións de primeiro grao, os alumnos aprenderán a traspor termos. É importante que comprendan que as regras da suma e do produto son transformacións que permiten pasar dunha ecuación inicial, complexa na súa expresión, a outra máis sinxela pero coa mesma solución, é dicir, equivalente a ela. A continuación traballarase con ecuacións en que hai parénteses e denominadores.

Aínda que non é o obxectivo deste curso, os alumnos deben aprender a identificar unha ecuación de segundo grao. Por iso convén mostrar a utilidade da fórmula xeral para determinar as solucións de calquera ecuación de segundo grao, utilizando só os seus coeficientes.

RESUMO DA UNIDADE

- Unha *ecuación* é unha igualdade alxébrica que só é certa para algúns valores.
- A *incógnita dunha ecuación* é a letra de valor descoñecido.
- O *grao dunha ecuación* é o maior expoñente da incógnita.
- A *solución ou solucións dunha ecuación* son os valores da incógnita que fan certa a igualdade.
- Para *resolver ecuacións* aplícanse as regras da suma e do produto.
- *Regra da suma*: se lles sumamos ou lles restamos aos dous membros dunha ecuación un mesmo número ou expresión alxébrica, obtense unha ecuación equivalente.
- *Regra do produto*: se multiplicamos ou dividimos os dous membros dunha ecuación por un número distinto de cero, obtense unha ecuación equivalente.
- Ecuación de primeiro grao: $ax = b$.
- Ecuación de segundo grao: $ax^2 + bx + c = 0$, onde a, b e c son números reais e $a \neq 0$.

OBXECTIVOS	CONTIDOS	PROCEDEMENTOS
1. Distinguir e identificar ecuacións e identidades.	• Elementos dunha ecuación. Solución. • Ecuacións equivalentes.	• Comprobación de se un valor é solución ou non dunha ecuación. • Identificación e obtención de ecuacións equivalentes.
2. Resolver ecuacións de primeiro grao.	• Ecuacións con denominadores. • Método xeral de resolución de ecuacións.	• Utilización de técnicas para resolver ecuacións con denominadores.
3. Resolver ecuacións de segundo grao.	• Ecuacións de segundo grao completas. • Ecuacións de segundo grao incompletas.	• Aplicación da fórmula xeral para resolver ecuacións completas de segundo grao. • Resolución de ecuacións incompletas de segundo grao.
4. Resolver problemas mediante ecuacións.	• Tradución á linguaxe alxébrica do enunciado dun problema. • Comprobación da solución dun problema.	• Seguimento dos pasos necesarios para resolver problemas mediante ecuacións de primeiro ou segundo grao.

DISTINGUIR E IDENTIFICAR ECUACIÓNS E IDENTIDADES

NOME: _____ CURSO: _____ DATA: _____

IDENTIDADES E ECUACIÓNS

- Unha **igualdade alxébrica** está formada por dúas expresións alxébricas separadas polo signo igual (=).
- Unha **identidade** é unha igualdade alxébrica que se verifica para calquera valor das letras.
- Unha **ecuación** é unha igualdade alxébrica que non se cumpre para todos os valores das letras. Resolver unha ecuación é encontrar o valor ou os valores das letras para que se cumpra a igualdade.

EXEMPLO

$\boldsymbol{x + x = 2x}$ é unha identidade.

Cúmprese a igualdade para calquera valor numérico que tome x:

Para $x = 1 \rightarrow 1 + 1 = 2 \cdot 1 \rightarrow 2 = 2$

Para $x = -2 \rightarrow (-2) + (-2) = 2(-2) \rightarrow -4 = -4$

$\boldsymbol{x + 4 = 10}$ é unha ecuación. Só se cumpre cando $x = 6 \rightarrow 6 + 4 = 10$.

1 **Indica se as igualdades son identidades ou ecuacións.**

a) $x + 8 = 2x - 15$

b) $2(x + 2y) = 2x + 4y$

c) $x + x + x = 3x$

d) $x^2 \cdot x^3 = x^5$

e) $2x + 1 = 11$

f) $\dfrac{x}{2} = 12$

2 **Indica o valor de *x* para que se cumpra a igualdade.**

ECUACIÓN	PREGUNTA	VALOR DE *x*
$15 - x = 12$	Que número restado a 15 dá 12?	$x =$
$10 + x = 14$		
$11 - x = 10$		
$2 + x = 9$		
$16 - x = 4$		

3 **Calcula mentalmente o valor de *x* para que se cumpra a igualdade.**

a) $x - 1 = 2$

b) $x + 7 = 15$

c) $x - 3 = 6$

d) $-x + 10 = 5$

e) $x + 4 = 12$

f) $-x - 6 = -10$

 MATERIAL FOTOCOPIABLE © EDICIÓNS OBRADOIRO, S. L. / SANTILLANA EDUCACIÓN, S. L. ■

ECUACIÓNS EQUIVALENTES

Dúas ou máis **ecuacións** son **equivalentes** cando teñen as mesmas solucións.

$x + 4 = 10$ e $2x = 12$ son ecuacións equivalentes, xa que as dúas teñen como solución $x = 6$.

$$6 + 4 = 10 \qquad 2 \cdot 6 = 12$$

4 **Para cada unha destas ecuacións, escribe unha ecuación equivalente e indica a súa solución.**

ECUACIÓN	ECUACIÓN EQUIVALENTE	SOLUCIÓN
$7 + x = 13$		
$x + 2 = 9$		
$2x = 14$		
$x - 4 = 4$		
$11 = 9 + x$		

5 **A ecuación $3x + 4 = 10$ ten como solución $x = 2$. Indica cales das ecuacións son equivalentes á ecuación $3x + 4 = 10$.**

a) $3x + 10 = 20$

b) $\frac{3}{2}x - 8 = -5$

c) $4x + 12 - x = 21$

d) $\frac{4}{9}x + 12x - 8 = 18$

e) $\frac{2}{7}x + 2x - 5 = 6x$

f) $2x + 8 - \frac{1}{2}x = x + 9$

g) $12x - 3x + 10 = 5x + 18$

h) $\frac{1}{2}x + 3x = \frac{3}{2}x + 4$

6 **Tentea e determina a solución das seguintes ecuacións.**

a) $x - 2 = 2$

b) $4 + x = -2$

c) $x - 1 = -5$

d) $\frac{x}{2} = 4$

e) $x - 4 = 1$

f) $-1 + x = -3$

g) $-2 - x = -4$

h) $\frac{x}{18} = -6$

i) $2x - 1 = 3$

l) $3x = -15$

m) $-2x - 4 = 10$

n) $\frac{2x}{5} = 2$

RESOLVER ECUACIÓNS DE PRIMEIRO GRAO

NOME: _____ CURSO: _____ DATA: _____

TRANSPOSICIÓN DE TERMOS

- Se aos dous membros dunha ecuación se lles **suma ou resta un mesmo número** ou expresión alxébrica, obtense outra ecuación equivalente á dada.
- Se os dous membros dunha ecuación se **multiplican ou dividen por un mesmo número distinto de cero**, obtense outra ecuación equivalente á dada.

EXEMPLO

Resolve a ecuación $x - 4 = 10$.

Sumamos 4 en ambos os membros $\longrightarrow$ $x - 4 + 4 = 10 + 4$

$x = 14$

Resolve a ecuación $x + 2x = 4 + 2x + 5$.

Restamos $2x$ en ambos os membros $\longrightarrow$ $x + 2x - 2x = 4 + 2x - 2x + 5$

$x = 4 + 5$

$x = 9$

Resolve a ecuación $3x = 12$.

Dividimos ambos os membros entre 3 $\longrightarrow$ $\frac{3x}{3} = \frac{12}{3} \rightarrow x = 4$

Resolve a ecuación $\frac{5x}{4} = 10$.

Multiplicamos por 4 ambos os membros $\longrightarrow$ $\frac{5x}{4} \cdot 4 = 10 \cdot 4 \rightarrow 5x = 40$

Dividimos ambos os membros entre 5 $\longrightarrow$ $\frac{5x}{5} = \frac{40}{5} \rightarrow x = 8$

1 **Resolve as seguintes ecuacións, aplicando a transposición de termos.**

a) $3x = 15$

b) $x + 6 = 14$

c) $-10 = -x + 3$

d) $2x + 6 = 20 + 6 + x$

e) $2x + 4 = 16$

f) $-4x - 4 = -20 - x$

 MATERIAL FOTOCOPIABLE © EDICIÓNS OBRADOIRO, S. L. / SANTILLANA EDUCACIÓN, S. L. ■

2 **Resolve as seguintes ecuacións.**

a) $2x - 5 = 3$

b) $x = -15 - 4x$

c) $x - 10 = 2x - 4$

d) $-x - 4 = 10$

e) $2x + 7 = x + 14$

f) $3x + 8 = 12 - x$

MÉTODO XERAL DE RESOLUCIÓN DE ECUACIÓNS

Resolve a ecuación $2(x - 4) - (6 + x) = 3x - 4$.

Para resolver unha ecuación é conveniente seguir estes pasos.

1.º Eliminar parénteses. $2x - 8 - 6 - x = 3x - 4$

2.º Reducir termos semellantes. $x - 14 = 3x - 4$

3.º Traspor termos.

Restamos x en ambos os membros. $x - x - 14 = 3x - x - 4$

$-14 = 2x - 4$

Sumamos 4 en ambos os membros. $-14 + 4 = 2x - 4 + 4$

$-10 = 2x$

4.º Despexar a incógnita.

Dividimos ambos os membros entre 2. $\frac{-10}{2} = \frac{2x}{2} \rightarrow -5 = x$

3 **Resolve estas ecuacións.**

a) $4 - x = 2x + 3x - 5x$

b) $-10 - x + 3x = 2x + 4x + 2$

c) $2x - 9 = 3x - 17$

d) $3x + 8 - 5(x + 1) = 2(x + 6) - 7x$

e) $5(x - 1) - 6x = 3x - 9$

f) $3(3x + 1) - (x - 1) = 6(x + 10)$

4 **Resolve as seguintes ecuacións.**

a) $2(x-5)=3(x+1)-3$

b) $4(x-2)+1=5(x+1)-3x$

c) $3(x-3)=5(x-1)-6x$

d) $3(x+2)+4(2x+1)=11x-2(x+6)$

e) $5(x-4)+30=4(x+6)$

f) $5(2-x)+3(x+6)=10-4(6+2x)$

RESOLUCIÓN DE ECUACIÓNS CON DENOMINADORES

Resolve a ecuación $\dfrac{2x-1}{3}=\dfrac{x-3}{2}+\dfrac{3x-7}{4}$.

Para resolver unha ecuación con denominadores é conveniente seguir estes pasos.

1.º Eliminar denominadores.

m.c.m. $(3, 2, 4)=3\cdot 2^2=12$

$$12\cdot\frac{2x-1}{3}=12\cdot\frac{x-3}{2}+12\cdot\frac{3x-7}{4}$$

$$4(2x-1)=6(x-3)+3(3x-7)$$

2.º Eliminar parénteses.

$$8x-4=6x-18+9x-21$$

3.º Reducir termos semellantes.

$$8x-4=15x-39$$

4.º Traspor termos.

Restamos $8x$ en ambos os membros.

$$8x-4-8x=15x-39-8x$$
$$-4=7x-39$$

Sumamos 39 en ambos os membros.

$$-4+39=7x-39+39$$
$$35=7x$$

5.º Despexar a incógnita.

Dividimos ambos os membros entre 7.

$$\frac{35}{7}=\frac{7x}{7}\rightarrow x=5$$

5 **Determina a solución destas ecuacións.**

a) $\frac{x-1}{4} - \frac{12-2x}{5} = \frac{x-2}{5}$

b) $\frac{3x-7}{12} - \frac{2x-3}{6} = \frac{x-1}{8}$

c) $\frac{x+4}{3} - \frac{x-4}{5} = 2 + \frac{3x-1}{15}$

d) $5 - \frac{x-2}{4} = 4 + \frac{x-3}{2}$

e) $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{x}{4} + \frac{x}{6} = 30$

f) $\frac{x-2}{2} + \frac{x-3}{3} + \frac{x-4}{4} = 10$

g) $\frac{x-4}{5} + \frac{x+3}{6} - \frac{x-6}{3} = 1 + \frac{x-7}{2}$

h) $2\left(\frac{x}{3} + 5\right) = \frac{2x}{4} + 4$

i) $\frac{x-3}{6} = 2 - \frac{5(x+3)}{12}$

l) $\frac{3(x+5)}{4} + \frac{-7(x+3)}{10} = 4$

RESOLVER ECUACIÓNS DE SEGUNDO GRAO

NOME: _____ CURSO: _____ DATA: _____

ECUACIÓN DE SEGUNDO GRAO

Unha **ecuación de segundo grao** é unha igualdade alxébrica do tipo $ax^2 + bx + c = 0$, onde:

- a, b e c son os **coeficientes** da ecuación, e $a \neq 0$.
- $ax^2 \rightarrow$ **termo cuadrático** $bx \rightarrow$ **termo linear** $c \rightarrow$ **termo independente**
- x é a **incógnita**.

1 **Escribe a expresión xeral destas ecuacións de segundo grao.**

a) $(x-1)(x+4) = 1 \rightarrow x^2 + 4x - x - 4 = 1 \rightarrow x^2 + 3x - 4 - 1 = 0 \rightarrow x^2 + 3x - 5 = 0$

b) $2x(3x+5) = -1 + 4x$

c) $x - 5x^2 + 8 = -3x^2 - x - 3$

2 **Identifica os coeficientes das ecuacións de segundo grao do exercicio anterior.**

a) $x^2 + 3x - 5 = 0 \rightarrow a = 1,\ b = 3,\ c = -5$

c)

b)

d)

FÓRMULA XERAL PARA A RESOLUCIÓN DE ECUACIÓNS DE SEGUNDO GRAO

Unha ecuación de segundo grao pode ter **dúas, unha ou ningunha solución**.

Para obter as solucións dunha ecuación de segundo grao aplícase a seguinte fórmula.

$$ax^2 + bx + c = 0 \rightarrow \boldsymbol{x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}} \begin{cases} x_1 = \dfrac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\ x_2 = \dfrac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \end{cases}$$

EXEMPLO

Resolve a ecuación de segundo grao $x^2 + 5x + 6 = 0$.

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6}}{2 \cdot 1} = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2} = \frac{-5 \pm \sqrt{1}}{2} \begin{cases} x_1 = \dfrac{-5+1}{2} = \dfrac{-4}{2} = -2 \\ x_2 = \dfrac{-5-1}{2} = \dfrac{-6}{2} = -3 \end{cases}$$

Substituíndo os valores -2 e -3 na ecuación $x^2 + 5x + 6 = 0$, compróbase que a cumpren:

$$(-2)^2 + 5 \cdot (-2) + 6 = 0 \rightarrow 4 - 10 + 6 = 0 \rightarrow 10 - 10 = 0 \rightarrow 0 = 0$$

$$(-3)^2 + 5 \cdot (-3) + 6 = 0 \rightarrow 9 - 15 + 6 = 0 \rightarrow 15 - 15 = 0 \rightarrow 0 = 0$$

 MATERIAL FOTOCOPIABLE © EDICIÓNS OBRADOIRO, S. L. / SANTILLANA EDUCACIÓN, S. L. ■

3 **Resolve estas ecuacións de segundo grao.**

a) $x^2 + 4x + 3 = 0$

b) $x^2 - 6x + 8 = 0$

c) $2x^2 - 5x - 7 = 0$

d) $7x^2 + 21x = 28$

e) $3x^2 + 6 = -9x$

f) $(2x - 4)(x - 1) = 2$

4 **Resolve as ecuacións e comproba que as solucións verifican a ecuación.**

a) $x^2 + 2x - 8 = 0$

b) $3x^2 - 6x - 9 = 0$

c) $2x^2 - 7x + 3 = 0$

ECUACIÓNS DO TIPO $ax^2 + c = 0$

As ecuacións da forma $\boldsymbol{ax^2 + c = 0}$ considéranse ecuacións de segundo grao.
Son ecuacións do tipo $ax^2 + bx + c = 0$, onde $b = 0$.

Para resolvelas séguese este proceso.

$$\boldsymbol{ax^2 + c = 0} \rightarrow ax^2 = -c \rightarrow x^2 = \frac{-c}{a} \rightarrow x = \pm\sqrt{\frac{-c}{a}}$$

- Se o **radicando** é **positivo**, hai dúas solucións opostas: $x_1 = +\sqrt{\frac{-c}{a}}$ e $x_2 = -\sqrt{\frac{-c}{a}}$.
- Se o **radicando** é **negativo**, non hai solución.

EXEMPLO

$$\boldsymbol{2x^2 - 32 = 0} \rightarrow 2x^2 = 32 \rightarrow x^2 = \frac{32}{2} \rightarrow x^2 = 16 \rightarrow x = \pm\sqrt{16} \rightarrow \begin{cases} x_1 = 4 \\ x_2 = -4 \end{cases}$$

$$\boldsymbol{3x^2 + 75 = 0} \rightarrow 3x^2 = -75 \rightarrow x^2 = \frac{-75}{3} \rightarrow x^2 = -25 \rightarrow x = \pm\sqrt{-25} \rightarrow \text{Non ten solución}$$

5 **Resolve as seguintes ecuacións.**

a) $7x^2 - 28 = 0$

b) $5x^2 - 180 = 0$

c) $5x^2 = 45$

d) $18x^2 - 72 = 0$

6 **Indica por que non teñen solución estas ecuacións.**

a) $x^2 + 4 = 0$

b) $2x^2 = -18$

c) $9x^2 - 5x + 18 = -18 - 5x$

d) $3(x^2 + x) = 3x - 12$

e) $\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{4} = 0$

f) $\frac{x^2 + 7}{3} = 2$

ECUACIÓNS DO TIPO $ax^2 + bx = 0$

As ecuacións da forma $\boldsymbol{ax^2 + bx = 0}$ considéranse ecuacións de segundo grao.
Son ecuacións do tipo $ax^2 + bx + c = 0$, onde $c = 0$.

Para resolvelas séguese este proceso.

$$\boldsymbol{ax^2 + bx = 0} \xrightarrow{\text{Factor común } x} x(ax + b) = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ ax + b = 0 \rightarrow x_2 = \dfrac{-b}{a} \end{cases}$$

Estas ecuacións teñen sempre dúas solucións, e é cero unha delas.

EXEMPLO

$$\boldsymbol{x^2 - 12x = 0} \rightarrow x(x - 12) = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x - 12 = 0 \rightarrow x_2 = 12 \end{cases}$$

$$\boldsymbol{2x^2 + 5x = 0} \rightarrow x(2x + 5) = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ 2x + 5 = 0 \rightarrow 2x = -5 \rightarrow x_2 = \dfrac{-5}{2} \end{cases}$$

7 **Resolve as seguintes ecuacións.**

a) $5x^2 + 5x = 0$

b) $2x^2 - 8x = 0$

c) $6x^2 = 30x$

d) $-5x^2 + 20x = 0$

8 **Calcula a solución destas ecuacións.**

a) $25x^2 - 100x = 0$

b) $5x - 4x^2 = 0$

c) $x - x^2 = 0$

d) $-4x^2 + 16x = 0$

e) $x(x - 3) + 8 = 4(x + 2)$

f) $\dfrac{x(x - 1)}{2} = \dfrac{2x^2 + 3}{3}$

RESOLVER PROBLEMAS MEDIANTE ECUACIÓNS

NOME: _____ CURSO: _____ DATA: _____

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Para resolver un problema utilizando ecuacións é conveniente seguir estes pasos.

1.º **Lectura e comprensión do enunciado.** É necesario distinguir os datos coñecidos e o dato descoñecido, é dicir, a incógnita.

2.º **Formulación da ecuación.** Hai que expresar as condicións do enunciado en forma de ecuación: a correspondencia entre os datos e a incógnita.

3.º **Resolución da ecuación.** Obtense o valor da incógnita resolvendo a ecuación.

4.º **Comprobación e interpretación do resultado.** Débese comprobar se o resultado verifica o enunciado e interpretar a solución no contexto do problema.

EXEMPLO

Ana ten 2 € máis ca Berta, Berta ten 2 € máis ca Eva e Eva ten 2 € máis ca Luísa. Entre as catro amigas teñen 48 €. Calcula a cantidade de diñeiro que ten cada unha.

1.º **Lectura e comprensión do enunciado.**
Tomamos como dato descoñecido o diñeiro que ten Luísa.

2.º **Formulación da ecuación.**

Diñeiro de Luísa $\rightarrow$ x

As restantes cantidades de diñeiro escribímolas en función de x:

Diñeiro de Eva $\longrightarrow$ 2 € máis ca Luísa $\rightarrow$ $x + 2$
Diñeiro de Berta $\rightarrow$ 2 € máis ca Eva $\longrightarrow$ $(x + 2) + 2 = x + 4$
Diñeiro de Ana $\longrightarrow$ 2 € máis ca Berta $\rightarrow$ $(x + 4) + 2 = x + 6$

Escribimos a condición de que a suma das cantidades é 48 €.

$$x + (x + 2) + (x + 4) + (x + 6) = 48$$

3.º **Resolución da ecuación.**

$$x + (x + 2) + (x + 4) + (x + 6) = 48 \rightarrow 4x + 12 = 48 \rightarrow 4x = 48 - 12 \rightarrow$$
$$\rightarrow 4x = 36 \rightarrow x = \frac{36}{4} = 9 \rightarrow \text{Luísa ten 9 €.}$$

Eva ten: $9 + 2 = 11$ €. Berta ten: $9 + 4 = 13$ €. Ana ten: $9 + 6 = 15$ €.

4.º **Comprobación e interpretación do resultado.**
As cantidades que teñen as amigas: 9, 11, 13 e 15 € cumpren as condicións do enunciado.

$$9 + 11 + 13 + 15 = 48$$

1 **A suma de tres números consecutivos é 30. Indícaos.**

2 **A suma dun número, o seu dobre e o seu triplo é 66. Cal é o número?**

 MATERIAL FOTOCOPIABLE © EDICIÓNS OBRADOIRO, S. L. / SANTILLANA EDUCACIÓN, S. L. ■

7 Sistemas de ecuacións

INTRODUCIÓN

Aínda que non é o obxectivo deste curso, os alumnos deben ser capaces de recoñecer ecuacións con dúas incógnitas e obter algunhas solucións delas. A obtención de sistemas equivalentes a un dado é fundamental, xa que permite determinar a solución do sistema dado, de forma máis sinxela.

Exponse ao longo do tema os métodos de resolución de sistemas: método de substitución, método de igualación e método de redución. Débense deixar claros os pasos que se seguirán para resolver un sistema por cada un dos métodos mencionados, así como sinalar as súas similitudes e diferenzas cos outros métodos. Ademais, explicaráselles aos alumnos que a maior ou menor idoneidade de cada un deles depende dos coeficientes das incógnitas.

RESUMO DA UNIDADE

- Un *sistema de dúas ecuacións con dúas incógnitas*, x e y, exprésase da forma:

$$\left.\begin{array}{r} ax + by = k \\ a'x + b'y = k' \end{array}\right\}$$

- *Resolver un sistema* é encontrar dous números que, ao substituílos nas dúas ecuacións, as verifiquen. Un *sistema* é *compatible* se ten solución.
- Dous *sistemas* son *equivalentes* se teñen a mesma solución.
- *Método de substitución*: despexar unha incógnita nunha ecuación e substituíla na outra.
- *Método de igualación*: despexar a mesma incógnita nas dúas ecuacións, e igualar as expresións obtidas.
- *Método de redución*: buscar un sistema equivalente onde os coeficientes dunha mesma incógnita sexan iguais e opostos; restar ou sumar as ecuacións, co que se elimina así unha incógnita, e resolver a ecuación.

OBXECTIVOS	CONTIDOS	PROCEDEMENTOS
1. Identificar sistemas de ecuacións e os seus elementos.	• Sistemas de ecuacións con dúas incógnitas. • Coeficientes e termos independentes. • Solución dun sistema.	• Identificación dos sistemas de ecuacións con dúas incógnitas. • Sistemas compatibles.
2. Resolver sistemas mediante o método de substitución.	• Método de substitución.	• Resolución dun sistema polo método de substitución.
3. Resolver sistemas mediante o método de igualación.	• Método de igualación.	• Resolución dun sistema polo método de igualación.
4. Resolver sistemas mediante o método de redución.	• Método de redución. • Sistemas equivalentes.	• Resolución dun sistema polo método de redución. • Obtención de sistemas equivalentes.

7 OBXECTIVO 1
IDENTIFICAR SISTEMAS DE ECUACIÓNS E OS SEUS ELEMENTOS

NOME: _____ CURSO: _____ DATA: _____

Un **sistema de dúas ecuacións lineares con dúas incógnitas** é un conxunto de dúas ecuacións das que se busca unha solución común.

$$\left.\begin{array}{r} ax + by = k \\ a'x + b'y = k' \end{array}\right\} \rightarrow \left\{\begin{array}{l} \textbf{Coeficientes} \text{ das incógnitas: } a, a', b, b' \\ \textbf{Termos independentes: } k, k' \end{array}\right.$$

EXEMPLO

$$\left.\begin{array}{r} \boldsymbol{x + y = 5} \\ \boldsymbol{x - 2y = 2} \end{array}\right\} \rightarrow \left\{\begin{array}{l} \text{Incógnitas: } x, y \\ \text{Coeficientes das incógnitas: } 1, 1, 1, -2 \\ \text{Termos independentes: } 5, 2 \end{array}\right.$$

1 **Determina as incógnitas, os coeficientes e os termos independentes destes sistemas.**

a) $\left.\begin{array}{r} x - 2y = 7 \\ 3x - y = 2 \end{array}\right\}$

b) $\left.\begin{array}{r} -2x + y = -1 \\ x - y = 0 \end{array}\right\}$

- Unha **solución** dun sistema de dúas ecuacións con dúas incógnitas é un par de números que verifica ambas as ecuacións.
- **Resolver un sistema de dúas ecuacións con dúas incógnitas** é encontrar as súas solucións.
- **Se un sistema ten solución**, é dicir, se se poden encontrar dous números que cumpran as dúas ecuacións, dise que é **compatible**.

EXEMPLO

Comproba se o seguinte sistema de ecuacións ten como solución $x = 4$ e $y = 1$.

$$\left.\begin{array}{r} \boldsymbol{x + y = 5} \\ \boldsymbol{x - 2y = 2} \end{array}\right\}$$

Vexamos se a solución do enunciado verifica as dúas ecuacións do sistema.

$$\left.\begin{array}{r} x + y = 5 \\ x - 2y = 2 \end{array}\right\} \xrightarrow{x = 4,\ y = 1} \left.\begin{array}{r} 4 + 1 = 5 \\ 4 - 2 \cdot 1 = 2 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \rightarrow \text{Cumpre a ecuación.} \\ \rightarrow \text{Cumpre a ecuación.} \end{array}$$

Polo tanto, $x = 4$ e $y = 1$ é unha solución do sistema. O sistema é compatible.

2 **Determina se $x = 0$ e $y = -1$ é solución destes sistemas.**

a) $\left.\begin{array}{r} 3x - y = 1 \\ x + 4y = 2 \end{array}\right\}$

b) $\left.\begin{array}{r} x + 4y = 2 \\ 3y = -3 \end{array}\right\}$

c) $\left.\begin{array}{r} x - y = 1 \\ 2x + 4y = -4 \end{array}\right\}$

RESOLVER SISTEMAS MEDIANTE O MÉTODO DE SUBSTITUCIÓN

NOME: _____ CURSO: _____ DATA: _____

Para resolver un sistema de dúas ecuacións con dúas incógnitas polo **método de substitución**, debemos:

a) **Despexar** a incógnita nunha das dúas ecuacións.

b) **Substituír** a expresión obtida na outra ecuación.

c) **Resolver** a ecuación cunha incógnita que resulta.

d) **Substituír** o valor obtido en calquera das dúas ecuacións para obter a outra incógnita.

e) **Comprobar** que a solución obtida verifica ambas as ecuacións.

EXEMPLO

Resolve o seguinte sistema de ecuacións polo método de substitución.

$$\left.\begin{array}{r} \boldsymbol{x + y = 30} \\ \boldsymbol{x - y = 10} \end{array}\right\}$$

a) Eliximos para **despexar** a incógnita x da segunda ecuación.

$$x = 10 + y$$

b) **Substituímos** esta incógnita na primeira ecuación.

$$x + y = 30 \xrightarrow{x = 10 + y} (10 + y) + y = 30$$

c) **Resolvemos** a ecuación obtida.

$$\begin{aligned} (10 + y) + y &= 30 \\ 10 + y + y &= 30 \\ 10 + 2y &= 30 \\ 2y &= 30 - 10 \\ y &= \frac{20}{2} \\ \boxed{y = 10} \end{aligned}$$

d) **Substituímos** o valor $y = 10$ na primeira ecuación.

$$x + y = 30$$
$$x + 10 = 30$$
$$\boxed{x = 20}$$

e) **Comprobamos** a solución obtida. Para facelo hai que substituír o par de valores (20, 10) nas dúas ecuacións.

$$\left.\begin{array}{r} x + y = 30 \\ x - y = 10 \end{array}\right\} \xrightarrow{x = 20,\ y = 10} \left.\begin{array}{r} 20 + 10 = 30 \\ 20 - 10 = 10 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \rightarrow \text{Cumpre a ecuación.} \\ \rightarrow \text{Cumpre a ecuación.} \end{array}$$

A solución do sistema é o par de valores $x = 20$ e $y = 10$.

Polo tanto, o sistema de ecuacións ten solución, é dicir, é un sistema compatible.

1 **Resolve o sistema de ecuacións polo método de substitución.**

$$\left.\begin{array}{r} \boldsymbol{x + y = 5} \\ \boldsymbol{x - 2y = 2} \end{array}\right\}$$

a) Eliximos para despexar a incógnita *y* na primeira ecuación.

$$\left.\begin{array}{r} x + y = 5 \\ x - 2y = 2 \end{array}\right\} \rightarrow y = 5 - x$$

b) Substituímos esta incógnita na segunda ecuación.

$$x - 2y = 2 \xrightarrow{y = 5 - x} x - 2(5 - x) = 2$$

c) Resolvemos a ecuación obtida.

$\boxed{x = }$

d) Substituímos o valor de *x* obtido nunha das ecuacións, por exemplo, na primeira.

$x + y = 5$

$\boxed{} + y = 2$

$\boxed{y = }$

Solución do sistema: $\boxed{x = }$ $\boxed{y = }$

e) Comprobamos a solución do sistema.

$$\left.\begin{array}{r} x + y = 5 \\ x - 2y = 2 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} \boxed{} + \boxed{} = 5 \\ \boxed{} - 2 \cdot \boxed{} = 2 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} 5 = 5 \\ 2 = 2 \end{array}\right\} \rightarrow$$

Se obtemos este resultado, os valores de *x* e *y* son correctos.

2 **Resolve os sistemas mediante o método de substitución e comproba os resultados.**

a) $\left.\begin{array}{r} x + 3y = 8 \\ 2x - y = 9 \end{array}\right\}$

b) $\left.\begin{array}{r} -x + y = 7 \\ 3x - y = 4 \end{array}\right\}$

3 **Resolve mediante o método de substitución e comproba a solución do seguinte sistema.**

$$\left.\begin{aligned} \frac{3x-1}{5} + 2y &= 1 \\ y + \frac{3x}{2} &= 2 \end{aligned}\right\}$$

a) Buscamos o común denominador.

$$\left.\begin{aligned} \frac{3x-1}{5} + \frac{5\cdot 2y}{5} &= \frac{5\cdot 1}{5} \\ \frac{2\cdot y}{2} + \frac{3x}{2} &= \frac{2\cdot 2}{2} \end{aligned}\right\}$$

b) Quitamos os denominadores.

$$\left.\begin{aligned} \frac{3x-1}{\cancel{5}} + \frac{10y}{\cancel{5}} &= \frac{5}{\cancel{5}} \\ \frac{2y}{\cancel{2}} + \frac{3x}{\cancel{2}} &= \frac{4}{\cancel{2}} \end{aligned}\right\}$$

Desta maneira obtemos:

$$\left.\begin{aligned} 3x - 1 + 10y &= 5 \\ 2y + 3x &= 4 \end{aligned}\right\}$$

Agora resólveo tal e como fixeches en exercicios anteriores. Comproba a solución.

4 **Resolve mediante o método de substitución e comproba a solución do seguinte sistema.**

$$\left.\begin{aligned} \frac{x-2}{3} + y &= 4 \\ x + \frac{y}{3} &= 6 \end{aligned}\right\}$$

RESOLVER SISTEMAS MEDIANTE O MÉTODO DE IGUALACIÓN

NOME: _____ CURSO: _____ DATA: _____

Para resolver un sistema de dúas ecuacións con dúas incógnitas polo **método de igualación**, debemos:

a) **Despexar** a mesma incógnita nas dúas ecuacións.
b) **Igualar** as expresións obtidas.
c) **Resolver** a ecuación dunha incógnita que resulta.
d) **Substituír** o valor obtido en calquera das dúas ecuacións para obter a outra incógnita.
e) **Comprobar** a solución obtida.

EXEMPLO

Resolve o seguinte sistema de ecuacións polo método de igualación.

$$\left.\begin{array}{r} \mathbf{2x - y = -1} \\ \mathbf{3x + y = \ \ 11} \end{array}\right\}$$

a) Eliximos para **despexar** a incógnita y das dúas ecuacións.

$$\left.\begin{array}{r} 2x + 1 = y \\ 11 - 3x = y \end{array}\right\}$$

b) **Igualamos** as expresións obtidas.

$$2x + 1 = 11 - 3x$$

c) **Resolvemos** a ecuación obtida.

$$\begin{aligned} 2x + 1 &= 11 - 3x \\ 2x + 3x &= 11 - 1 \\ 5x &= 10 \\ \boxed{x = 2} \end{aligned}$$

d) **Substituímos** o valor $x = 2$ en calquera das ecuacións. Neste caso, eliximos a segunda.

$$\begin{aligned} 3x + y &= 11 \\ 3 \cdot 2 + y &= 11 \\ 6 + y &= 11 \\ \boxed{y = 5} \end{aligned}$$

e) **Comprobamos** a solución obtida.

Para facelo hai que substituír o par de valores (2, 5) nas dúas ecuacións.

$$\left.\begin{array}{r} 2x - y = -1 \\ 3x + y = 11 \end{array}\right\} \xrightarrow{x = 2,\ y = 5} \left.\begin{array}{r} 2 \cdot 2 - 5 = -1 \\ 3 \cdot 2 + 5 = 11 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \rightarrow \text{Cumpre a ecuación.} \\ \rightarrow \text{Cumpre a ecuación.} \end{array}$$

A solución do sistema é o par de valores $x = 2$ e $y = 5$.

Polo tanto, o sistema de ecuacións ten solución, é dicir, é un sistema compatible.

1 **Resolve o sistema mediante o método de igualación e comproba a solución.**

$$\left.\begin{array}{r} \boldsymbol{x + y = 77} \\ \boldsymbol{x - y = 2} \end{array}\right\}$$

a) Despexamos a mesma incógnita nas dúas ecuacións.

$$\left.\begin{array}{r} x + y = 77 \\ x - y = 2 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \rightarrow \\ \rightarrow \end{array}$$

b) Igualamos as ecuacións obtidas.

c) Resolvemos a ecuación dunha incógnita obtida.

d) Substituímos o valor dunha das incógnitas en calquera das dúas ecuacións do sistema.

e) Comprobamos a solución.

2 **Resolve os seguintes sistemas mediante o método de igualación e comproba os resultados.**

a) $\left.\begin{array}{r} x + 2y = 4 \\ 2x - 4y = 0 \end{array}\right\}$

b) $\left.\begin{array}{r} 2x + 5y = 10 \\ 4x + 10y = 20 \end{array}\right\}$

3 **Resolve mediante o método de igualación e comproba a solución do seguinte sistema de ecuacións con fraccións.**

$$\left.\begin{array}{r} \dfrac{x}{2} + \dfrac{y}{3} = 4 \\ x + y = 10 \end{array}\right\}$$

a) Determinamos o común denominador.

$$\left.\begin{array}{r} \dfrac{3x}{\cancel{6}} + \dfrac{2y}{\cancel{6}} = \dfrac{24}{\cancel{6}} \\ x + y = 10 \end{array}\right\}$$

b) Quitamos os denominadores.

$$\left.\begin{array}{r} 3x + 2y = 24 \\ x + y = 10 \end{array}\right\}$$

Agora resólveo tal e como fixeches en exercicios anteriores. Comproba a solución.

4 **Resolve mediante o método de igualación e comproba a solución do sistema.**

$$\left.\begin{array}{r} \dfrac{x}{2} + \dfrac{y}{3} = 6 \\ \dfrac{x}{3} + \dfrac{2y}{9} = 6 \end{array}\right\}$$

RESOLVER SISTEMAS MEDIANTE O MÉTODO DE REDUCIÓN 7

NOME: _____ CURSO: _____ DATA: _____

Para resolver un sistema de dúas ecuacións con dúas incógnitas polo **método de redución**, debemos:

a) **Buscar un sistema equivalente** onde os coeficientes dunha mesma incógnita sexan iguais ou opostos.
b) **Restar** ou **sumar** as dúas ecuacións obtidas, co que se elimina unha incógnita.
c) **Resolver** a ecuación que resulta.
d) **Substituír** o valor obtido en calquera das dúas ecuacións para obter a outra incógnita.
e) **Comprobar** a solución obtida.

EXEMPLO

Resolve o seguinte sistema de ecuacións polo método de redución.

$$\left.\begin{array}{r} \boldsymbol{x + 2y = 25} \\ \boldsymbol{2x + 3y = 40} \end{array}\right\}$$

a) **Obtemos** un sistema equivalente.

Eliximos unha incógnita nas dúas ecuacións, neste caso *x*.

Multiplicamos a primeira ecuación por 2.

$$\left.\begin{array}{r} 2(x + 2y = 25) \\ 2x + 3y = 40 \end{array}\right\}$$

Agora o sistema equivalente é:

$$\left.\begin{array}{r} 2x + 4y = 50 \\ 2x + 3y = 40 \end{array}\right\}$$

b) **Restamos** as dúas ecuacións do sistema para eliminar *x*.

$$\begin{array}{r} 2x + 4y = 50 \\ -\ (2x + 3y = 40) \\ \hline \end{array} \quad \rightarrow \quad \begin{array}{rr} 2x + 4y = & 50 \\ -2x - 3y = & -40 \\ \hline y = & 10 \end{array}$$

c) **Resolvemos** a ecuación dunha incógnita que resulta.

$$\boxed{y = 10}$$

d) **Substituímos** o valor obtido nunha das dúas ecuacións do sistema, neste caso na primeira ecuación.

$$x + 2y = 25$$
$$x + 2 \cdot 10 = 25$$
$$\boxed{x = 5}$$

e) **Comprobamos** o resultado.

$$\left.\begin{array}{r} x + 2y = 25 \\ 2x + 3y = 40 \end{array}\right\} \xrightarrow{x = 5,\ y = 10} \left.\begin{array}{r} 5 + 2 \cdot 10 = 25 \\ 2 \cdot 5 + 3 \cdot 10 = 40 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r} 25 = 25 \\ 40 = 40 \end{array}\right\}$$

A solución do sistema é o par de valores $x = 5$ e $y = 10$.

Polo tanto, o sistema de ecuacións ten solución, é dicir, é un sistema compatible.

1 **Resolve o seguinte sistema polo método de redución e comproba o resultado.**

$$\left.\begin{array}{r} \mathbf{3x - 2y = -10} \\ \mathbf{4x + 5y = 140} \end{array}\right\}$$

a) Obtemos un sistema equivalente. Eliximos unha incógnita, por exemplo *y*.

Multiplicamos a primeira ecuación por 5 e a segunda ecuación por 2.

$$\left.\begin{array}{r} 5(3x - 2y = -10) \\ 2(4x + 5y = 140) \end{array}\right\} \qquad \left.\begin{array}{r} 15x - 10y = -50 \\ 8x + 10y = 280 \end{array}\right\} \rightarrow \text{Sistema equivalente}$$

b) Sumamos as dúas ecuacións para eliminar *y*.

$$\begin{array}{rr} & 15x - \cancel{10y} = -50 \\ + & 8x + \cancel{10y} = 280 \\ \hline & 23x \qquad = 230 \end{array}$$

c) Resolvemos a ecuación obtida.

$\boxed{x = \quad}$

d) Substituímos o valor obtido en calquera das ecuacións do sistema e obtemos o valor de *y*.

e) Comprobamos a solución.

2 **Resolve polo método de redución o sistema e comproba o resultado.**

$$\left.\begin{array}{r} \mathbf{3x + 2y = 26} \\ \mathbf{2x - 3y = -13} \end{array}\right\}$$

Eliximos unha incógnita: Por que número temos que multiplicar as ecuacións para que esa incógnita desapareza ao sumalas?

$$\left.\begin{array}{l} \boxed{}\,(3x + 2y = 26) \\ \boxed{}\,(2x - 3y = -13) \end{array}\right\} \rightarrow$$

9 Proporcionalidade xeométrica

INTRODUCIÓN

O estudo da proporcionalidade xeométrica e a semellanza de figuras é algo complexo para os alumnos deste nivel educativo.

Comezamos a unidade recordando e diferenciando os conceptos básicos das aplicacións lineares (recta, segmento e polígono), que son o paso previo ao estudo da proporcionalidade de segmentos e á aplicación dos criterios de semellanza de figuras, en particular dos triángulos.

Propóñense problemas sinxelos de segmentos iguais e proporcionais que se orixinan a partir de rectas paralelas, para continuar resolvendo problemas de semellanza de figuras. Será máis conveniente incidir nos criterios de semellanza de triángulos que enunciar directamente o teorema de Tales e as súas aplicacións.

Destacamos a importancia de saber interpretar unha escala nun mapa ou nun plano, subliñamos a relación entre a distancia que medimos en centímetros ou milímetros e establecemos a distancia real.

RESUMO DA UNIDADE

- Unha *recta* está formada por infinitos puntos; non ten nin principio nin final. Por dous puntos sempre pasa unha recta.
- Unha *semirrecta* é unha recta que ten principio pero non final.
- Un *segmento* está delimitado por dous puntos.
- Un *polígono* é unha figura formada por unha liña poligonal pechada. Está composto por varios elementos: diagonais, ángulos, lados e vértices.
- A *suma dos ángulos* dun polígono de n lados é: $180° \cdot (n - 2)$.
- O cociente entre a medida de dous segmentos é a súa *razón*. Dous segmentos son proporcionais se teñen a mesma razón.
- Varias rectas paralelas cortadas por rectas secantes forman *segmentos proporcionais* entre si.
- Dous *triángulos* son *semellantes* se teñen os tres ángulos iguais, os tres lados proporcionais, ou se teñen dous lados proporcionais e o ángulo que forman igual.
- Mediante a *escala numérica e gráfica* podemos calcular distancias de planos e mapas. A medida que calculamos no mapa (cm) equivale a unha distancia real (km).

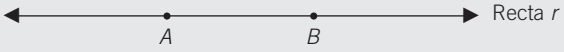
OBXECTIVOS	CONTIDOS	PROCEDEMENTOS
1. Calcular a razón de dous segmentos.	• Recta, semirrecta e segmento. • O polígono e os seus elementos. Suma dos ángulos dun polígono. • Razón de dous segmentos. Segmentos proporcionais.	• Trazado de rectas, semirrectas e segmentos. • Identificación de polígonos e os seus elementos. Triangulación de polígonos. • Cálculo da razón de dous segmentos. Construción de segmentos proporcionais.
2. Aplicar os criterios de semellanza de segmentos e triángulos.	• Segmentos iguais e proporcionais de rectas paralelas. • División dun segmento en partes iguais. • Semellanza de triángulos.	• Identificación de segmentos proporcionais en rectas paralelas. • Expresión gráfica da división dun segmento en partes iguais. • Aplicación dos criterios de semellanza de triángulos. Resolución de problemas.
3. Ler e interpretar escalas en planos e mapas.	• Concepto de escala. • Escala numérica e escala gráfica.	• Interpretación do significado da escala. • Cálculo de distancias. Resolución de problemas.

CALCULAR A RAZÓN DE DOUS SEGMENTOS

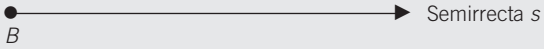
NOME: _____ CURSO: _____ DATA: _____

RECTA, SEMIRRECTA E SEGMENTO

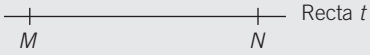
- Unha **recta** é unha liña continua formada por infinitos puntos, que non ten nin principio nin final.
  – Dous puntos definen unha recta.
  – Por un punto pasan infinitas rectas.



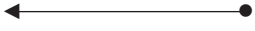
- Unha **semirrecta** é unha recta que ten principio pero non final.
  Un punto calquera forma dúas semirrectas sobre cada liña ou dirección.

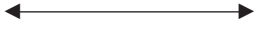


- Un **segmento** é a porción ou parte dunha recta delimitada por dous puntos.
  Os puntos *M* e *N* forman o segmento *MN*.



1 **Indica debaixo de cada figura o seu nome: recta, semirrecta ou segmento.**

a) 

c) 

b)

d)

2 **Debuxa dous puntos calquera, *P* e *T*, e traza unha recta *m* que pase por eles.**

3 **Debuxa un punto *A*, traza varias rectas que pasen por el e noméaas con letras diferentes (*r*, *s*, *t*...).**

4 **Considera un punto *F* e traza dúas semirrectas, *m* e *n*, que teñan a súa orixe nel.**

5 **Debuxa catro segmentos, *AB, MN, PT* e *XY*, de medidas 3, 6, 8 e 10 cm, respectivamente.**

a) *AB*

c) *PT*

b) *MN*

d) *XY*

POLÍGONOS

- Varios segmentos unidos entre si forman unha **liña poligonal**. Unha liña poligonal pechada é un polígono.
- Un **polígono** é unha figura plana delimitada por unha liña poligonal pechada.

Liña poligonal aberta

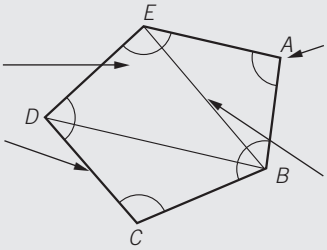
Polígono (liña poligonal pechada)

Elementos dun polígono

Os **ángulos** son as rexións que forman os lados ao cortarse. Escríbense así: $\widehat{E}$.

Os **lados** son os segmentos que limitan o polígono.

A suma das lonxitudes dos lados chámase **perímetro**.



Os **vértices** son os puntos onde se cortan os lados. Noméanse cunha letra maiúscula.

As **diagonais** son os segmentos que unen dous vértices non consecutivos.

6 **Con segmentos de medidas 1, 2, 3 e 4 cm, respectivamente, debuxa unha liña poligonal aberta e un polígono.**

a) Liña poligonal

b) Polígono

7 **Pensa en catro obxectos con forma de polígono e debúxaos.**

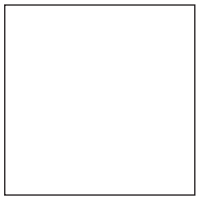
a) Encerado

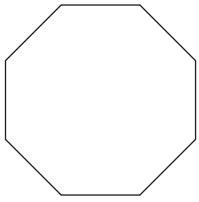
b)

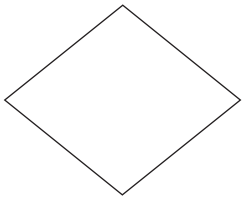
c)

d)

8 **Sinala e nomea os vértices e lados dos polígonos, e debuxa os ángulos e as diagonais.**

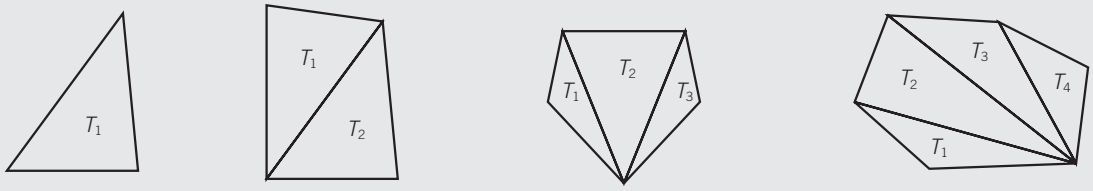






SUMA DOS ÁNGULOS DUN POLÍGONO

- Sabemos que a suma dos ángulos dun triángulo é 180°. Por iso, para calcular a suma dos ángulos dun polígono debemos proceder á súa triangulación, mediante o trazado de diagonais desde un dos vértices do polígono.
- A **suma dos ángulos dun polígono** calcúlase sumando 180° tantas veces como triángulos teña o polígono.

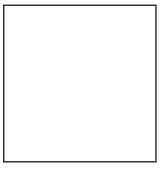


$T_1 = 180°$ | $T_1 + T_2 = 180° + 180° = 360°$ | $T_1 + T_2 + T_3 = 180° + 180° + 180° = 540°$ | $T_1 + T_2 + T_3 + T_4 = 180° + 180° + 180° + 180° = 720°$

– Polígono de 3 lados: $180° \cdot (3 - 2) = 180° \cdot 1 = 180°$
– Polígono de 4 lados: $180° \cdot (4 - 2) = 180° \cdot 2 = 360°$
– Polígono de 5 lados: $180° \cdot (5 - 2) = 180° \cdot 3 = 540°$
– Polígono de 6 lados: $180° \cdot (6 - 2) = 180° \cdot 4 = 720°$
– Polígono de 7 lados: $180° \cdot (7 - 2) = 180° \cdot 5 = 900°$
– Polígono de n lados: $180° \cdot (n - 2)$

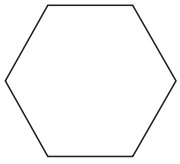
9 **Realiza a triangulación destes polígonos, coloréaos e sinala os triángulos que se forman.**

a) Cadrado

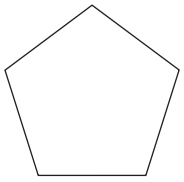


b) Rectángulo

c) Hexágono

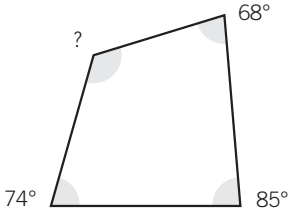


10 **Calcula o valor de cada un dos ángulos dun pentágono regular.**

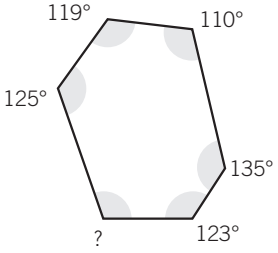


11 **Determina o valor do ángulo que falta en cada caso.**

a)



b)



RAZÓN DE DOUS SEGMENTOS

A razón de dous segmentos é o número que resulta de dividir as súas lonxitudes.

EXEMPLO

Sexan os segmentos *a* e *b*, de lonxitudes 3 cm e 5 cm. Indica a súa razón.

A razón de *a* e *b* é: $\frac{a}{b} = \frac{3}{5} = 0{,}6$.

12 **Debuxa dous segmentos, *m* e *n*, de lonxitudes 3 cm e 4 cm, respectivamente. Indica a súa razón.**

13 **A razón de dous segmentos, *a* e *b*, é 0,5. Se *a* mide 2 cm, calcula o valor de *b*. Debuxa os segmentos.**

$\frac{a}{b} = 0{,}5 \quad \frac{2}{b} = 0{,}5$

14 **A razón de dous segmentos, *m* e *n*, é 0,75. Se *n* mide 4 cm, calcula o valor de *m*. Debuxa os segmentos.**

$\frac{m}{n} = 0{,}75$

SEGMENTOS PROPORCIONAIS

Se a razón de dous segmentos, *a* e *b*, é a mesma ca a doutros dous segmentos, *c* e *d*, dise que os segmentos son proporcionais, escríbese: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ e cúmprese que $a \cdot d = b \cdot c$.

15 **Os segmentos *a* e *b* miden 3 cm e 4 cm, e os segmentos *c* e *d*, 6 cm e 8 cm. Debúxaos e comproba que son proporcionais.**

16 **Dous segmentos, *a* e *b*, miden 4 cm e 5 cm e son proporcionais a outros dous segmentos *c* e *d*. Se o segmento *c* mide 8 cm, calcula o valor do segmento *d*.**

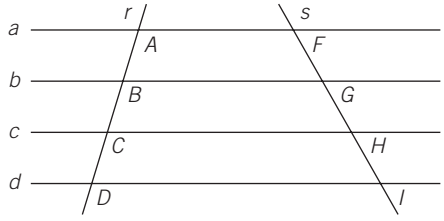
APLICAR OS CRITERIOS DE SEMELLANZA DE SEGMENTOS E TRIÁNGULOS

NOME: _____ CURSO: _____ DATA: _____

SEGMENTOS IGUAIS DE RECTAS PARALELAS

- Debuxamos catro rectas paralelas que estean á mesma distancia entre si: *a*, *b*, *c* e *d*.
- Cortámolas por dúas rectas secantes, *r* e *s*, que forman segmentos en ambos os lados.
- Os segmentos que se orixinan na recta *r* son iguais entre si e os segmentos que se orixinan na recta *s* tamén o son.

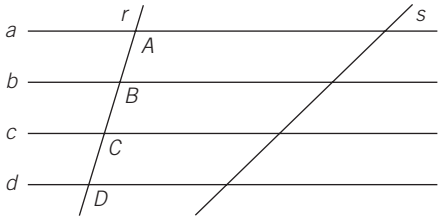
EXEMPLO



Segmentos da recta *r*: $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD}$

Segmentos da recta *s*: $\overline{FG} = \overline{GH} = \overline{HI}$

1 **Fíxate no seguinte debuxo.**



a) Nomea os segmentos que se orixinan ao trazar a recta *s*.

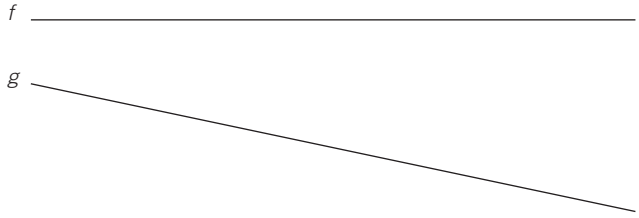
b) Verifica que $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD}$.

c) Comproba o mesmo para os segmentos da recta *s*.

2 **Sobre as rectas, *f* e *g*, traza catro rectas paralelas que estean a unha distancia de 1,5 cm entre si.**

a) Nomea os segmentos que se orixinan ao cortar as paralelas en *f* e *g*.

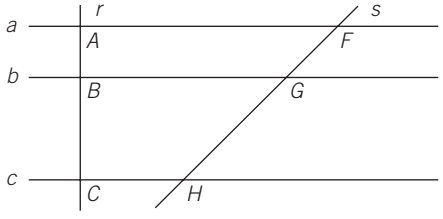
b) Comproba que os segmentos que se forman en cada recta son iguais.



SEGMENTOS PROPORCIONAIS DE RECTAS PARALELAS

- Debuxamos varias rectas paralelas: *a*, *b* e *c*.
- Cortámolas por dúas rectas secantes, *r* e *s*, que forman segmentos en ambos os lados.
- Os segmentos que orixinan as rectas *r* e *s* son proporcionais entre si.

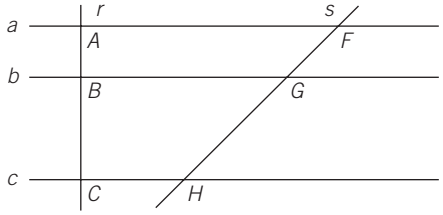
EXEMPLO



$\overline{AB}$ é a $\overline{BC}$ como $\overline{FG}$ é a $\overline{GH}$:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{FG}}{\overline{GH}}$$

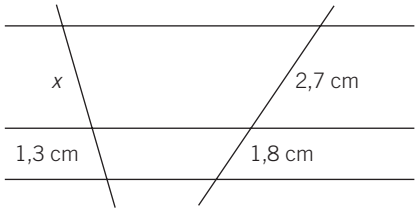
3 **Fíxate no debuxo e determina o valor do segmento *GH*.**



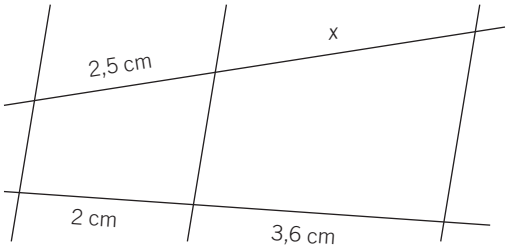
$\overline{AB} = 2$ cm $\quad \overline{FG} = 2{,}5$ cm

$\overline{BC} = 4$ cm $\quad \overline{GH} = ?$

4 **Nomea os segmentos con letras maiúsculas e as rectas con minúsculas, e calcula o valor do segmento *x*.**



5 **Calcula o valor do segmento que falta. Nomea os segmentos e as rectas.**



DIVIDIR UN SEGMENTO *AB* EN PARTES IGUAIS

Seguimos estes pasos.

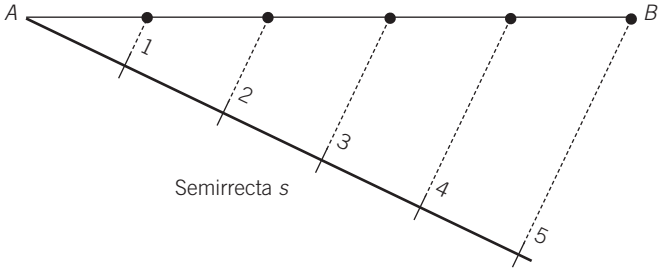
1.º Trazamos unha semirrecta (*s*) con orixe en *A* e sinalamos nela tantos segmentos (1-5) iguais e consecutivos (da medida que mellor nos pareza) como partes sexan.

2.º Unimos o último segmento (5) co extremo *B*.

3.º Trazamos paralelas a este e quedan sinaladas as partes iguais en *AB*.

EXEMPLO

Divide o segmento *AB* en 5 partes iguais.



6 **Divide o segmento *MN* en 7 partes iguais.**

M ———————————————— *N*

7 **Divide un segmento de 6 cm en oito partes iguais.**

SEMELLANZA DE TRIÁNGULOS

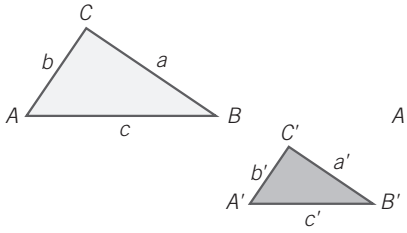
Dous triángulos son semellantes se se cumpre calquera destas condicións.

1.ª Ter os **tres lados proporcionais**.
2.ª Ter os **tres ángulos iguais**.
3.ª Ter **dous lados proporcionais e o ángulo que forman igual**.

EXEMPLO

Primeiro criterio

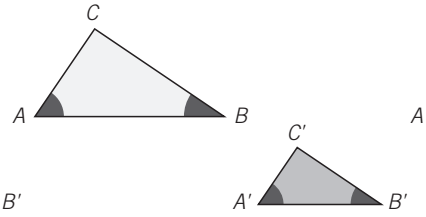
Dous triángulos son semellantes se teñen os lados proporcionais.



$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$$

Segundo criterio

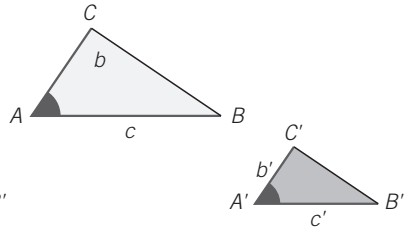
Dous triángulos son semellantes se teñen dous ángulos iguais.



$$\widehat{A} = \widehat{A}'; \widehat{B} = \widehat{B}'$$
$$\widehat{C} = 180° - \widehat{A} - \widehat{B} = \widehat{C}'$$

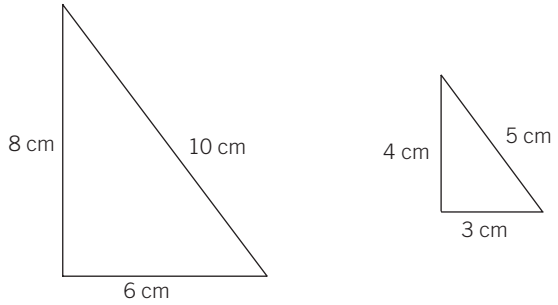
Terceiro criterio

Dous triángulos son semellantes se teñen un ángulo igual e os lados que o forman son proporcionais.



$$\widehat{A} = \widehat{A}'; \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$$

8 **A medida dos lados dos seguintes triángulos é:**



a) Nomea os lados de cada triángulo.

b) Comproba que son semellantes.

c) Que criterio aplicaches?

9 **Nun triángulo coñecemos os seguintes datos.**

Lado $AG = 4$ cm Lado $GC = 6$ cm $\widehat{G} = 60°$

E noutro triángulo coñecemos:

Lado $DE = 8$ cm Lado $EF = 12$ cm $\widehat{E} = 60°$

a) Comproba se son semellantes.

b) Indica o criterio aplicado.

c) Realiza un debuxo representativo.

10 **Dous triángulos rectángulos teñen un ángulo agudo común que mide 40°.**

a) Son semellantes? Por que?

b) Realiza un debuxo representativo.

11 **Os lados dun triángulo miden 3 cm, 5 cm e 9 cm. Indica as medidas dun triángulo semellante ao primeiro. Razoa a resposta e realiza un debuxo representativo.**

12 **O ángulo dun triángulo mide 75°, e os lados que o forman, $AC = 4$ e $CD = 6$ cm. Cal das seguintes opcións correspondería a un triángulo semellante ao dado? Razoa a resposta e realiza un debuxo representativo.**

a) Ángulo = 65°; lados $MH = 8$ cm e $HN = 10$ cm.

b) Ángulo = 75°; lados $MH = 8$ cm e $HN = 10$ cm.

c) Ángulo = 75°; lados $MH = 8$ cm e $HN = 12$ cm.

d) Ángulo = 90°; lados $MH = 8$ cm e $HN = 12$ cm.

LER E INTERPRETAR ESCALAS EN PLANOS E MAPAS

NOME: _____ CURSO: _____ DATA: _____

ESCALA DUN PLANO OU MAPA

- As distancias e tamaños dos planos e mapas están reducidos, de maneira que se poden observar facilmente.
- Os valores son proporcionais á distancia ou tamaño real.
- Mediante a **escala** relacionamos a distancia ou o tamaño que hai nun plano ou mapa coa distancia ou tamaño reais.

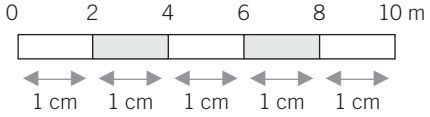
$$\text{Escala} = \frac{\text{Distancia ou tamaño sobre o plano ou mapa}}{\text{Distancia ou tamaño na realidade}}$$

EXEMPLO

Escala numérica 1 : 300

1 cm do debuxo, plano ou mapa equivale a 300 cm da realidade (300 cm = 3 m).

Escala gráfica



Segundo esta escala:

5 cm do debuxo, plano ou mapa equivalen a 10 m da realidade.

1 cm do debuxo, plano ou mapa equivale a 2 m da realidade.

1 **Completa a seguinte táboa.**

ESCALA	DISTANCIA NO MAPA OU PLANO	DISTANCIA REAL (cm)	DISTANCIA REAL (m)
1 : 100			
1 : 2.000			
1 : 20.000			
1 : 350.000			
1 : 2.000.000			

2 **Expresa, mediante unha escala numérica e unha escala gráfica.**

a) 1 cm no plano equivale a 2 km na realidade.

Escala numérica *Escala gráfica*

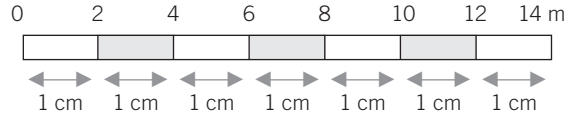
b) 1 cm no plano equivale a 25 km na realidade.

Escala numérica *Escala gráfica*

 MATERIAL FOTOCOPIABLE © EDICIÓNS OBRADOIRO, S. L. / SANTILLANA EDUCACIÓN, S. L. ■

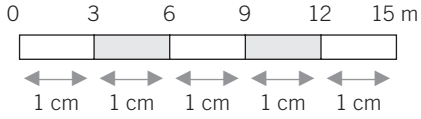
3 **Segundo as seguintes escalas, completa as equivalencias.**

a)



ESCALA GRÁFICA	REALIDADE (m)
1 cm	
2 cm	
5 cm	
10 cm	

b)



ESCALA GRÁFICA	REALIDADE (km)
1 cm	
3 cm	
5 cm	
12 cm	

4 **Un mapa de estradas está elaborado a escala 1 : 200.000.**

a) Que significa isto?

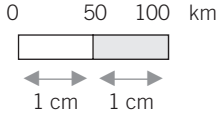
b) Unha distancia de 4 cm no mapa, cantos metros e quilómetros son na realidade?

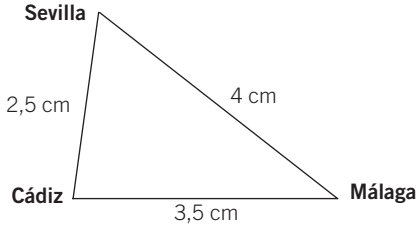
5 **O plano dunha casa está debuxado a escala 1 : 100. Se un cuarto no plano mide 3 × 4 cm, canto medirá na realidade?**

Se no plano 1 cm $\xrightarrow{\text{mide}}$ 100 cm reais
no plano 3 cm $\xrightarrow{\text{medirá}}$ x cm reais

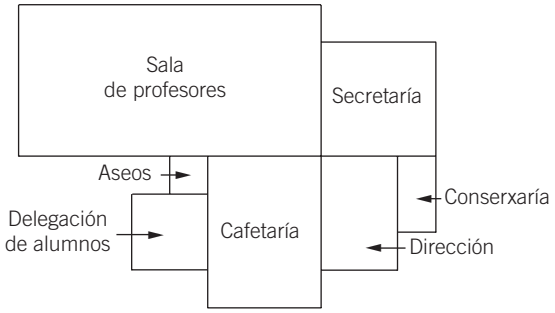
6 **Considera a distancia en liña recta entre as seguintes cidades nun plano. Determina a distancia real en km entre:**

a) Sevilla-Cádiz b) Sevilla-Málaga c) Cádiz-Málaga





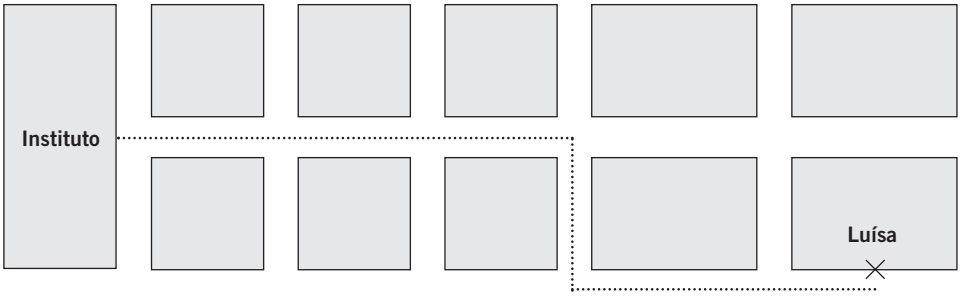
7 **A planta baixa do instituto vén representada polo seguinte plano.**



Calcula as medidas reais de cada dependencia se sabes que a escala é 1 : 400.

DEPENDENCIA	MEDIDAS EN PLANO (cm)	MEDIDAS REAIS (m)
Secretaría		
Sala de profesores		
Conserxaría		
Dirección		
Cafetaría		
Delegación de alumnos		
Aseos		

8 **Calcula a distancia que percorre Luísa para ir ao instituto, se o plano está feito a escala 1 : 4.000.**



10 Figuras planas. Áreas

INTRODUCIÓN

Polo teorema de Pitágoras, podemos calcular calquera dos lados dun triángulo rectángulo en función dos outros. Propóñense problemas relacionados con ese teorema nos que a súa interpretación gráfica nos axuda a resolvelos.

Continuamos esta unidade recordando as unidades de lonxitude e superficie, e as conversións entre elas. Menciónanse tamén as diferentes unidades para medir superficies agrarias. Os conceptos de perímetro dun polígono e área dunha figura introdúcense previamente ao cálculo das áreas dos principais paralelogramos e polígonos regulares: triángulo, cadrado, rectángulo, rombo, romboide, e polígonos de lados iguais.

Sendo coñecida xa polos alumnos a relación entre o perímetro ou a lonxitude da circunferencia e o seu diámetro, procedemos a calcular a área da superficie que delimita, é dicir, a superficie do círculo, que se introduce como un polígono de moitos lados iguais, polo que a súa área se calcula en función do perímetro e do raio. Os exemplos gráficos e relacionados coa vida real axudarannos na resolución de problemas.

RESUMO DA UNIDADE

- *Teorema de Pitágoras*: nun triángulo rectángulo, a hipotenusa ao cadrado é igual á suma dos cadrados dos catetos.
- O *metro* é a unidade principal de lonxitude. O paso entre as unidades de lonxitude efectúase multiplicando ou dividindo por 10.
- O *metro cadrado* é a unidade principal de superficie. Para transformar as unidades de superficie multiplícase ou divídese por 100. A área e a hectárea son unidades de superficie agrarias.
- O *perímetro dun polígono* é a medida do seu contorno. Para calculalo sumamos todos os lados.
- A área *dunha figura* é a medida da súa superficie. Calculamos as áreas dos principais polígonos: triángulo, cadrado, rectángulo, rombo, romboide e polígonos regulares.
- A *lonxitude ou perímetro da circunferencia* é igual ao diámetro (dúas veces o raio) multiplicado polo número π.
- O *círculo* é a superficie que ocupa unha circunferencia. A área dun círculo é igual a π multiplicado polo raio ao cadrado.

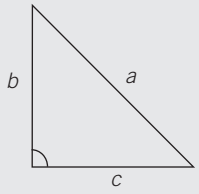
OBXECTIVOS	CONTIDOS	PROCEDEMENTOS
1. Comprender o teorema de Pitágoras.	• Triángulo rectángulo. • Área dos cadrados sobre os lados. • Teorema de Pitágoras: enunciado.	• Recoñecemento dos lados dun triángulo rectángulo. • Aplicación do teorema de Pitágoras. • Resolución de problemas.
2. Coñecer as unidades de lonxitude e superficie. Calcular perímetros.	• Unidades de lonxitude e superficie. • Múltiplos e submúltiplos. Unidades agrarias. • Perímetro dun polígono.	• Identificación de magnitudes. Conversión de unidades de lonxitude e superficie. • Resolución de problemas. • Cálculo de perímetros.
3. Calcular a área dos principais polígonos.	• Área dunha figura. • Área de polígonos: rectángulo, cadrado, rombo, romboide e triángulo. • Área de polígonos regulares.	• Estimación de áreas. • Cálculo da área dos principais paralelogramos e polígonos regulares. • Resolución de problemas.
4. Calcular a área e o perímetro de figuras circulares.	• Circunferencia e círculo. • Relación entre a lonxitude da circunferencia e o seu diámetro. Número π. • Área do círculo.	• Relación da lonxitude da circunferencia e o seu diámetro. • Cálculo da superficie do círculo. • Resolución de problemas.

COMPRENDER O TEOREMA DE PITÁGORAS

NOME: _____ CURSO: _____ DATA: _____

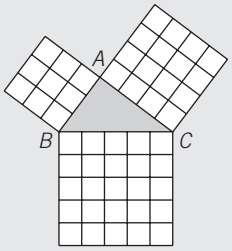
TRIÁNGULO RECTÁNGULO

- Un triángulo rectángulo ten un **ángulo recto (90°)**.
- Os lados que forman o ángulo recto denomínanse **catetos**, ***b*** **e** ***c***. O lado maior chámase **hipotenusa**, ***a***.
- Exemplos de triángulos rectángulos son o escuadro e o cartabón.

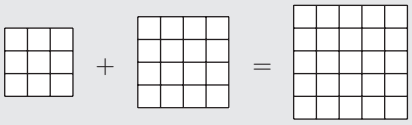


CADRADOS SOBRE OS LADOS DUN TRIÁNGULO RECTÁNGULO

- Sobre os lados dun triángulo rectángulo construímos cadrados, como se ve na figura.



- A suma das áreas dos cadrados construídos sobre os dous catetos é igual á área do cadrado construído sobre a hipotenusa.



1 **Debuxa un triángulo rectángulo en que os catetos midan 3 cm e 4 cm.**

a) Forma o ángulo recto con ambos os catetos e comproba que mide 90º.

b) Mide a lonxitude do lado maior: hipotenusa.

c) Nomea os seus elementos: ángulo recto e lados.

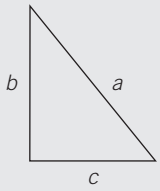
2 **Traza unha diagonal sobre o seguinte rectángulo e indica.**

a) Que polígonos se formaron?

b) Nomea os seus elementos.

TEOREMA DE PITÁGORAS

- Pitágoras foi un científico da época grega, que enunciou o teorema que leva o seu nome e que afirma: «Nun triángulo rectángulo, a hipotenusa ao cadrado é igual á suma dos cadrados dos catetos».



$\boxed{a^2 = b^2 + c^2}$ Despexando ⟶ $a = \sqrt{b^2 + c^2}$

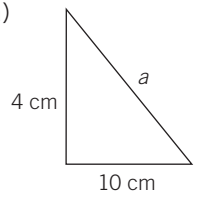
- Pódense calcular os valores dos catetos en función dos outros valores:

$b^2 = a^2 - c^2$ Despexando ⟶ $b = \sqrt{a^2 - c^2}$

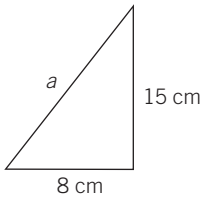
$c^2 = a^2 - b^2$ Despexando ⟶ $c = \sqrt{a^2 - b^2}$

3 **Calcula o valor da hipotenusa nos seguintes triángulos rectángulos.**

a)

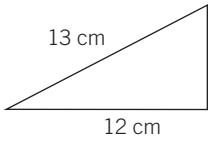


b)

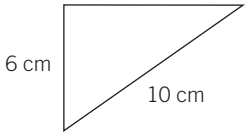


4 **Obtén o valor dos catetos que faltan en cada triángulo rectángulo.**

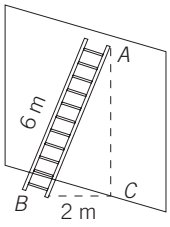
a)



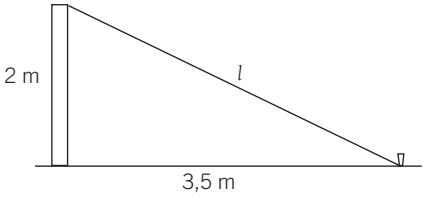
b)



5 **Unha escada que mide 6 m apóiase nunha parede. Desde a base da escada á parede hai unha distancia de 2 m. Calcula a altura marcada na parede pola escada.** ***(Na figura, a distancia* AC*.)***



6 **Pedro e Elisa queren suxeitar cunha corda un poste de 2 m de altura a unha estaca que está situada a 3,5 m da base do poste. Calcula a lonxitude da corda que necesitan.**



ADAPTACIÓN CURRICULAR

COÑECER AS UNIDADES DE LONXITUDE E SUPERFICIE. CALCULAR PERÍMETROS

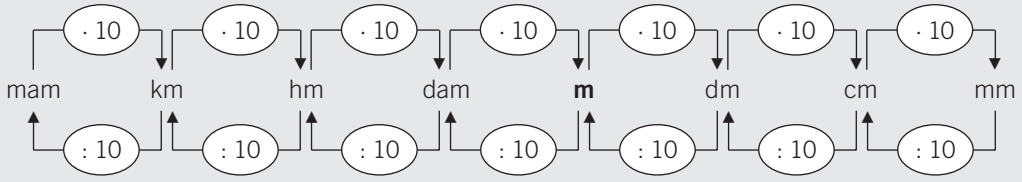
NOME: _____ CURSO: _____ DATA: _____

UNIDADES DE LONXITUDE

- O **metro** é a unidade principal de lonxitude. Abreviadamente escríbese **m**.
- Os **múltiplos** (unidades maiores) e **submúltiplos** (unidades menores) do metro son:

MÚLTIPLOS DO METRO				UNIDADE PRINCIPAL	SUBMÚLTIPLOS DO METRO		
10.000 m miriámetro mam	1.000 m quilómetro km	100 m hectómetro hm	10 m decámetro dam	**metro m**	0,1 m decímetro dm	0,01 m centímetro cm	0,001 m milímetro mm

- Cada unidade é 10 veces maior ca a inmediata inferior e 10 veces menor ca a inmediata superior.



1 **Expresa cada lonxitude na unidade indicada.**

a) 34 km = 34 · 1.000 = ... m

b) 348 m = ... = ... hm

c) 0,8 hm = ... = ... km

d) 7 cm = 7 : 10 = ... dm

e) 4,3 hm = ... = ... m

f) 7,5 dm = ... = ... cm

2 **Ordena, de maior a menor (>), as seguintes medidas. Toma como referencia o metro e transforma todas as medidas nesa unidade.**

0,34 km – 45 dm – 5 m – 678 cm – 12 m – 0,25 km – 9,5 dam – 5.500 mm – 0,01 km – 2,83 dam

3 **Debuxa coa túa regra catro segmentos de lonxitudes 5, 7, 12 e 14 cm, respectivamente. Nómeaos e completa a táboa adxunta.**

SEGMENTO	LONXITUDE DO SEGMENTO (cm)	EQUIVALENCIA (m)	EQUIVALENCIA (dm)

 MATERIAL FOTOCOPIABLE © EDICIÓNS OBRADOIRO, S. L. / SANTILLANA EDUCACIÓN, S. L. ■

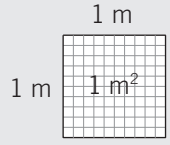
4 **Completa a seguinte táboa.**

	km	hm	m	dm	cm
5 m					
2,3 km					
153 dm					
6,5 hm					
2.000 cm					

5 **Completa a táboa.**

LONXITUDE (km)	LONXITUDE (hm)	LONXITUDE (m)
		2.850.000
11.200		
	9.270	
913		
		743.000
680		
		535.000
	3.410	
336		

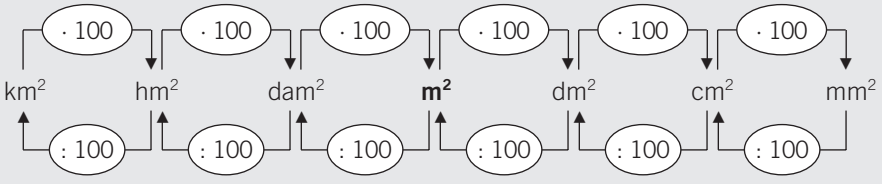
UNIDADES DE SUPERFICIE



- O **metro cadrado** é a unidade principal de superficie. Escríbese **m²**.
- Un metro cadrado é a superficie dun cadrado que ten 1 metro de lado.
- Os **múltiplos** (unidades maiores) e **submúltiplos** (unidades menores) do metro cadrado son:

MÚLTIPLOS DO METRO CADRADO			UNIDADE PRINCIPAL	SUBMÚLTIPLOS DO METRO CADRADO		
1.000.000 m^2 quilómetro cadrado km^2	10.000 m^2 hectómetro cadrado hm^2	100 m^2 decámetro cadrado dam^2	**metro cadrado m^2**	0,01 m^2 decímetro cadrado dm^2	0,0001 m^2 centímetro cadrado cm^2	0,000001 m^2 milímetro cadrado mm^2

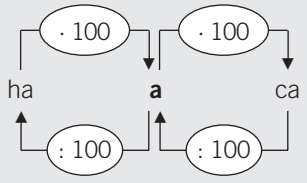
- Cada unidade é 100 veces maior ca a inmediata inferior e 100 veces menor ca a inmediata superior.



ADAPTACIÓN CURRICULAR

Para medir extensións de terreos, leiras, montes, etc., utilízanse outras unidades:

UNIDADES	SÍMBOLO	EQUIVALENCIA	EQUIVALENCIA EN m^2
Hectárea	ha	1 hm^2	10.000 m^2
Área	a	1 dam^2	100 m^2
Centiárea	ca	1 m^2	1 m^2



6 **Completa as seguintes igualdades.**

a) 90 m^2 = 950 · 100 = ... dm^2

b) 43,2 cm^2 = ... = ... dm^2

c) 0,67 m^2 = ... = ... cm^2

d) 54 dm^2 = 54 : 100 = ... m^2

e) 0,463 km^2 = ... = ... hm^2

f) 82 dam^2 = ... = ... m^2

7 **Se 1 m^2 é a superficie dun cadrado de 1 m de lado, expresa o que sería:**

a) 1 cm^2

b) 1 mm^2

c) 1 km^2

d) 1 dam^2

8 **Expresa as seguintes unidades de superficie na súa correspondente equivalencia.**

EXPRESIÓN (ha)	EQUIVALENCIA (a)	EQUIVALENCIA (m^2)
Un campo de xirasoles de 3 hectáreas		
Un bosque de 250 hectáreas		
Unha finca de 10 hectáreas		
Un terreo de cultivo de 2,4 hectáreas		

9 **Ordena, de menor a maior (<), as seguintes medidas. Toma como referencia o metro cadrado e transforma todas as medidas nesta unidade.**

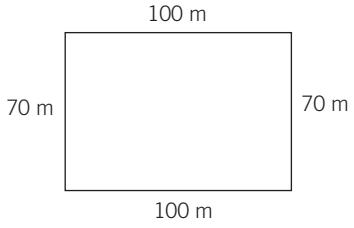
0,024 dm^2 – 32 m^2 – 8.400 dm^2 – 0,75 hm^2 – 0,0024 km^2 – 12 dam^2 – 865.271 mm^2 – 50 m^2

PERÍMETRO DUN POLÍGONO

O perímetro dun polígono é a medida do seu contorno. Para calculalo **sumamos os seus lados**.
Expresámolo coa letra *P*.

EXEMPLO

Determina o perímetro dun campo de fútbol de lados 100 m e 70 m.



$P = 100 + 70 + 100 + 70 = 340$ m

O perímetro é unha medida de lonxitude.

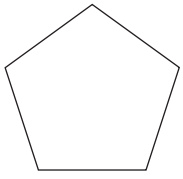
10 **Calcula o perímetro do taboleiro do teu pupitre e dunha baldosa do chan da túa aula. Realiza un debuxo significativo.**

Taboleiro do pupitre

Baldosa

11 **Calcula o perímetro dos seguintes polígonos regulares. Realiza un debuxo a escala de cada figura.**

a) Pentágono, de 5 cm de lado.



b) Triángulo equilátero, de 3 cm de lado.

c) Hexágono, de 7 cm de lado.

d) Cadrado, de 10 cm de lado.

CALCULAR A ÁREA DOS PRINCIPAIS POLÍGONOS

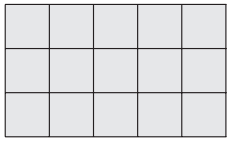
NOME: _____ CURSO: _____ DATA: _____

ÁREA DUNHA FIGURA

- A área dunha figura é a medida da súa superficie, e indica o número de veces que contén a unidade de superficie.
- O valor da área depende da unidade de medida que tomemos.
- Expresámolo coa letra *A*.

EXEMPLO

Tomando como unidade de superficie un cadradiño ☐, calcula a área da seguinte figura.



- A figura contén 15 ☐.
- A súa área é: $A = 15$ unidades de superficie.

- Se cada cadrado tivese 1 cm de lado, a súa área sería 1 cm^2. ☐ 1 cm
- E a área da figura sería 15 cm^2.

1 **Tomando como unidade de medida un cadrado, expresa a área de cada figura.**

a)

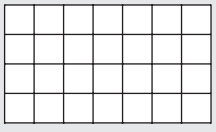
c)

b)

d)

ÁREA DO RECTÁNGULO

- O rectángulo da figura realizada a escala ten 28 cadrados de 1 cm^2 cada un.
- Son 7 columnas e 4 filas.
- Para calcular a área do rectángulo multiplícase a lonxitude da base pola lonxitude da altura.



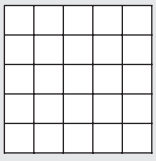
Altura = 4 cm

Base = 7 cm

Área rectángulo = base · altura $\rightarrow A = b \cdot h = 7 \text{ cm} \cdot 4 \text{ cm} = 28 \text{ cm}^2$

ÁREA DO CADRADO

- O cadrado da figura realizada a escala ten 25 cadrados de 1 cm^2.
- Son 5 columnas e 5 filas.
- Para calcular a área do cadrado multiplícase a lonxitude dun lado pola lonxitude do outro lado.



Lado = 5 cm

Lado = 5 cm

Área cadrado = lado · lado $\rightarrow A = l \cdot l = 5 \text{ cm} \cdot 5 \text{ cm} = 25 \text{ cm}^2$

2 **Obtén a área destes rectángulos e realiza un debuxo representativo.**

a) Base = 10 cm Altura = 4 cm

b) Base = 12 cm Altura = 6 cm

3 **Determina a área dos cadrados e realiza un debuxo representativo.**

a) Lado = 4 cm

b) Lado = 8 cm

4 **Un rectángulo ten 36 cm^2 de área e 12 cm de base. Calcula.**

a) A altura do rectángulo.

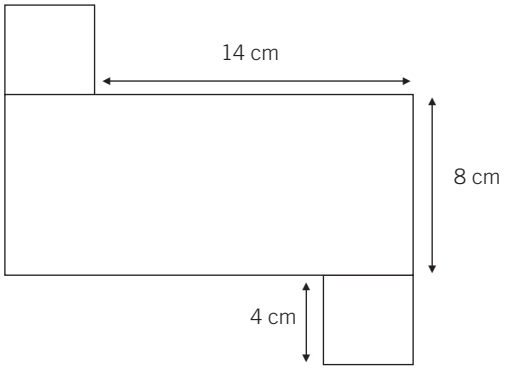
b) O perímetro do rectángulo.

5 **Se un cadrado ten 64 cm^2 de área, calcula.**

a) O lado do cadrado.

b) O perímetro do cadrado.

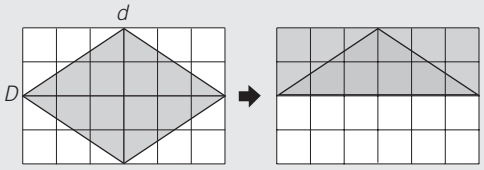
6 **Calcula a área desta figura, composta por dous cadrados iguais e un rectángulo.**



ÁREA DO ROMBO

A área do rectángulo é o produto da base pola altura.

O rombo ocupa a metade da superficie do rectángulo.

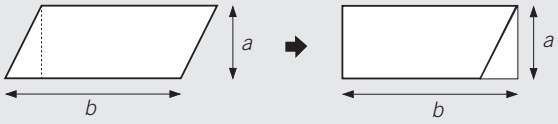


$$\textbf{Área rombo} = \frac{\textbf{diagonal maior} \cdot \textbf{diagonal menor}}{\textbf{2}} = \frac{\boldsymbol{D \cdot d}}{\textbf{2}}$$

ÁREA DO ROMBOIDE

O romboide podémolo transformar en rectángulo.

A área dun romboide é a área dun rectángulo de igual base e altura.



$$\textbf{Área romboide} = \textbf{base} \cdot \textbf{altura} = \boldsymbol{b \cdot h}$$

7 **Obtén a área dos seguintes rombos e realiza un debuxo representativo a escala.**

a) Diagonal maior = 7 cm
Diagonal menor = 3 cm

b) Diagonal maior = 10 cm
Diagonal menor = 5 cm

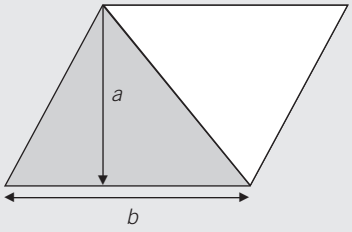
8 **Calcula a área destes romboides e fai un debuxo representativo a escala.**

a) Base = 8 cm
Altura = 2 cm

b) Base = 12 cm
Altura = 5 cm

 MATERIAL FOTOCOPIABLE © EDICIÓNS OBRADOIRO, S. L. / SANTILLANA EDUCACIÓN, S. L. ■

ÁREA DO TRIÁNGULO

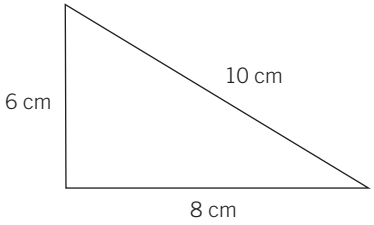


- Ao trazar a diagonal do romboide, este queda dividido en dous triángulos.
- O triángulo gris e o triángulo branco ocupan a mesma superficie.
- Área triángulo $= \dfrac{\text{área de romboide}}{2} = \dfrac{b \cdot h}{2}$

$$\textbf{Área triángulo} = \frac{b \cdot h}{2}$$

9 **Calcula a área e o perímetro dos triángulos.**

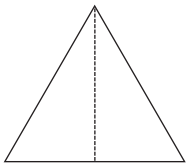
a)



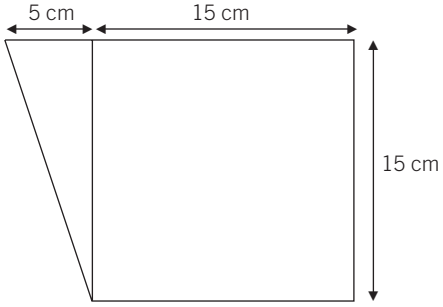
b) Triángulo equilátero

Lado = 6 cm

Altura = 5,2 cm

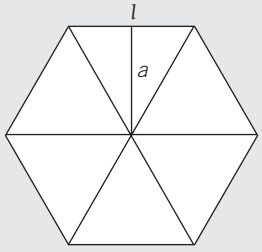


10 **Obtén a área da seguinte figura.**

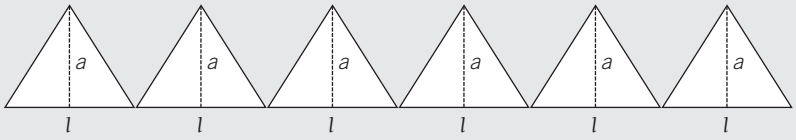


ÁREA DO POLÍGONO REGULAR

O seguinte hexágono regular descomponse en 6 triángulos iguais que teñen coma altura o apotema, *a*.



- Área de cada triángulo $= \dfrac{\text{base} \cdot \text{altura}}{2} = \dfrac{\text{lado} \cdot \text{apotema}}{2} = \dfrac{l \cdot a}{2}$



- Área dos 6 triángulos $= 6 \cdot \dfrac{l \cdot a}{2} = \dfrac{\text{perímetro} \cdot \text{apotema}}{2} = \dfrac{P \cdot a}{2}$

Perímetro do hexágono $= 6 \cdot l$

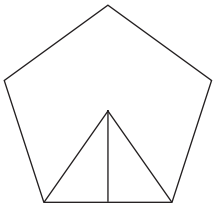
$$\textbf{Área polígono regular} = \frac{\textbf{perímetro} \cdot \textbf{apotema}}{2}$$

ADAPTACIÓN CURRICULAR

11 **Calcula o perímetro e a área dos seguintes polígonos.**

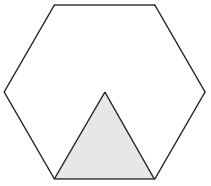
a) Pentágono regular

Lado = 5 cm
Apotema = 3,44 cm



b) Hexágono regular

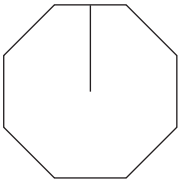
Área do triángulo = 15,6 cm^2
Lado = 6 cm



12 **Determina o perímetro e a área das figuras.**

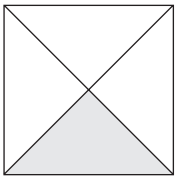
a) Octógono regular

Apotema = 2,41 cm
Lado = 2 cm



b) Cadrado

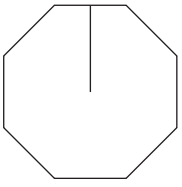
Lado = 10 cm
Área do triángulo = 25 cm^2



13 **Calcula o que mide o lado destes polígonos.**

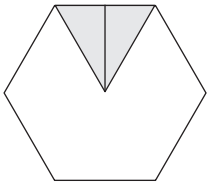
a) Octógono regular

Área do octógono = 1.920 cm^2
Apotema = 24 cm



b) Hexágono regular

Área do hexágono = 345 cm^2
Apotema = 10 cm



CALCULAR A ÁREA E O PERÍMETRO DE FIGURAS CIRCULARES

NOME: _____ CURSO: _____ DATA: _____

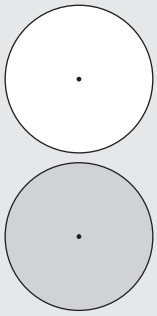
CONCEPTOS DE CIRCUNFERENCIA E CÍRCULO

Circunferencia

A circunferencia é unha liña curva pechada e plana con todos os puntos situados á mesma distancia do centro.

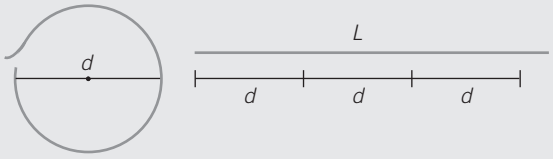
Círculo

O círculo é a figura plana formada pola circunferencia e o seu interior.



RELACIÓN ENTRE A CIRCUNFERENCIA E O SEU DIÁMETRO

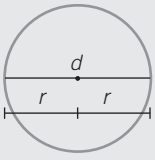
- Imaxina que estendemos o contorno completo da circunferencia e o comparamos co diámetro.



A lonxitude da circunferencia é un pouco maior ca o triplo da lonxitude do seu diámetro.

- Ao dividir a lonxitude da circunferencia entre o diámetro obtense sempre o mesmo número, que se representa pola letra grega π, e se le *pi*.
- O número sempre é o mesmo valor: $\pi = \dfrac{\text{Lonxitude circunferencia}}{\text{Diámetro}} \approx 3{,}14$

$\dfrac{L}{d} = \pi$, de onde se obtén a expresión da **lonxitude dunha circunferencia** $L = d \cdot \pi = 2 \cdot \pi \cdot r$



1 **Comproba a obtención de π cos seguintes exemplos.**

	LONXITUDE CIRCUNFERENCIA	DIÁMETRO	LONXITUDE DIVIDIDA ENTRE DIÁMETRO
RELOXO	78,5 cm	25 cm	
ARO DE XIMNASIA	226,1 cm	72 cm	
RODA DE COCHE	168 cm	53,5 cm	
PAPELEIRA	157 cm	50 cm	

2 **Debuxa unha circunferencia de diámetro 4 cm e calcula a súa lonxitude.**
(Utiliza o compás cun raio de 2 cm.)

3 **A roda dunha bicicleta ten un raio de 29 cm.**

a) Que distancia percorre a bicicleta cada vez que a roda dá unha volta?

b) E se dá tres voltas?

ÁREA E PERÍMETRO DO CÍRCULO

- O círculo é un polígono regular con moitos lados.

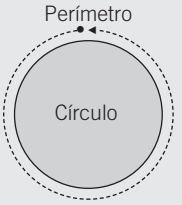
$$\text{Área} = \frac{\text{perímetro} \cdot \text{apotema}}{2} = \frac{P \cdot a}{2}$$

O perímetro é $2\pi r$
O apotema é o raio r

$$\textbf{Área círculo} = \frac{P \cdot a}{2} = \frac{\cancel{2}\pi \cdot r \cdot r}{\cancel{2}} = \pi r^2$$

O **perímetro** do círculo é igual á lonxitude da circunferencia.

$P = 2\pi r$



4 **Realiza un debuxo a escala e calcula a área destes círculos.**

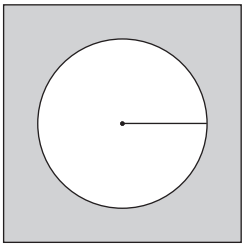
a) Raio = 3 cm

b) Raio = 5 cm

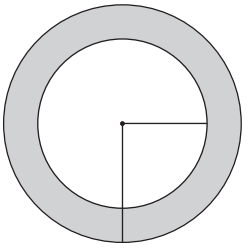
5 **Quero sementar un terreo circular que ten un diámetro de 140 dm. Cantos metros cadrados son?**

6 **Calcula a superficie das zonas sombreadas.**

a) Lado do cadrado: 4 cm
Raio do círculo: 1,3 cm



b) Raio do círculo maior: 5 cm
Raio do círculo menor: 3 cm



11 Corpos xeométricos

INTRODUCIÓN

Os poliedros, os seus elementos e tipos xa son coñecidos polos alumnos do curso anterior. Descubrimos e recoñecemos de novo os prismas, as pirámides e os corpos de revolución, e calculamos as superficies dos principais poliedros, sen afondar en algoritmos máis difíciles (proxeccións, problemas complexos, simetrías no espazo, etc.).

A partir do desenvolvemento das figuras inténtase realizar o cálculo das distintas áreas. Non pretendemos conseguir a aprendizaxe memorística de fórmulas, senón que mediante o debuxo do poliedro «estendido» determinamos a área do rectángulo ou triángulo que se forma e as superficies das bases do poliedro, xa sexan polígonos regulares ou circunferencias.

Tampouco se lles esixe aos alumnos o debuxo perfecto das figuras; simplemente se pide, nalgunhas actividades, a colocación das caras nunha orde correcta desde o punto de vista gráfico.

Como complemento da unidade recoméndase o uso de diversos materiais de Xeometría, como a montaxe e construción de poliedros mediante variñas e figuras planas de unión por caras e arestas.

RESUMO DA UNIDADE

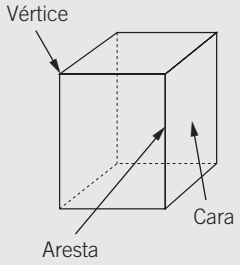
- Os *poliedros* son corpos xeométricos limitados por caras poligonais. As caras, as arestas e os vértices son os principais elementos dos poliedros.
- *Poliedros regulares* son os que teñen as caras formadas por polígonos regulares.
- O tetraedro, hexaedro, octaedro, dodecaedro e icosaedro son os principais poliedros regulares. Neles cúmprese que a suma de caras e vértices é igual ao número de arestas aumentado en 2 unidades.
- Os *prismas* son poliedros formados por dúas bases iguais e paralelas, e as súas caras laterais son paralelogramos. Segundo sexa o polígono das bases, os prismas serán triangulares, cuadrangulares, pentagonais, hexagonais, etc.
- As *pirámides* son poliedros que teñen como base un polígono regular e as súas caras laterais son triángulos que concorren nun vértice común. En función da base, as pirámides serán triangulares, cuadrangulares, pentagonais, etc.
- O *cilindro*, o *cono* e a *esfera* son corpos de revolución en que as superficies laterais son curvas.

OBXECTIVOS	CONTIDOS	PROCEDEMENTOS
1. Coñecer e diferenciar os poliedros regulares.	• Poliedros. Definición e elementos. • Poliedros regulares e características. Clasificación.	• Identificación dos principais elementos dos poliedros. • Recoñecemento dos poliedros regulares polos seus elementos e desenvolvemento.
2. Recoñecer os principais prismas e pirámides. Calcular as súas áreas.	• Prismas e pirámides: elementos característicos, tipos e desenvolvemento. • Área dos principais prismas e pirámides.	• Recoñecemento de prismas e pirámides polos seus elementos e desenvolvemento. • Cálculo da área total de prismas e pirámides.
3. Recoñecer os corpos de revolución. Calcular a área do cilindro.	• Cilindro e cono: elementos característicos e desenvolvemento. • Área do cilindro. • A esfera terrestre: características principais.	• Desenvolvemento do cilindro e do cono. • Identificación de figuras con forma de corpos redondos. • Cálculo da área dun cilindro. • Distinción dalgúns elementos da esfera.

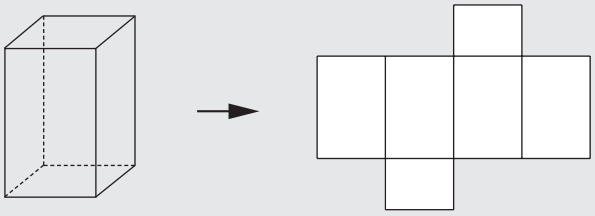
11 OBXECTIVO 1
COÑECER E DIFERENCIAR OS POLIEDROS REGULARES

NOME: _____ CURSO: _____ DATA: _____

CONCEPTO DE POLIEDRO

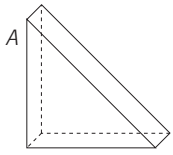


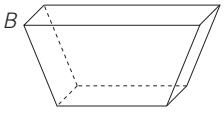
- Un **poliedro** é un corpo xeométrico cuxas caras son polígonos.
- Os elementos do poliedro son:
  Caras: polígonos que limitan o poliedro (6 na figura adxunta).
  Arestas: lados comúns a dúas caras (12 na figura adxunta).
  Vértices: puntos onde se unen máis de dúas caras (8 na figura adxunta).
- A superficie do poliedro pódese estender sobre un plano, e denomínase **desenvolvemento** plano do poliedro.

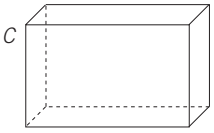


1 **Indica nos seguintes poliedros o número de caras, arestas e vértices.**

POLIEDRO	NÚMERO DE CARAS	NÚMERO DE ARESTAS	NÚMERO DE VÉRTICES	TIPOS DE POLÍGONOS DAS CARAS
A				
B				
C				

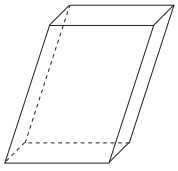




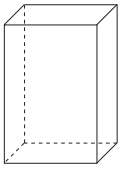


2 **Nestes poliedros marca cun punto vermello os vértices e noméaos con letras maiúsculas.**

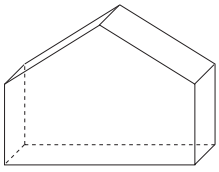
a)



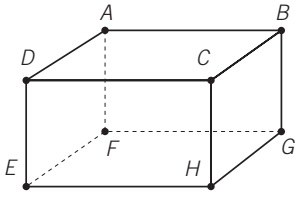
b)



c)



3 **Fíxate no poliedro e completa.**



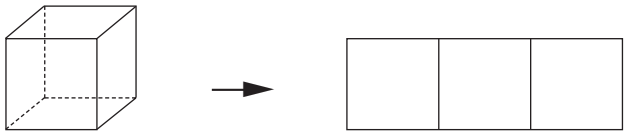
Os vértices son: A, B, ...

As arestas son: AB, BC, ...

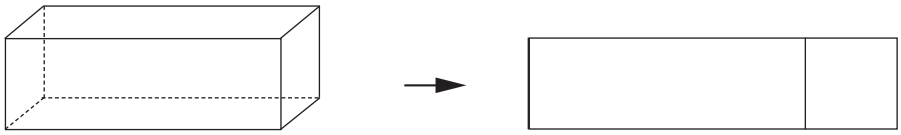
As caras son: ABCD, ...

4 **Completa o desenvolvemento plano dos seguintes poliedros.**

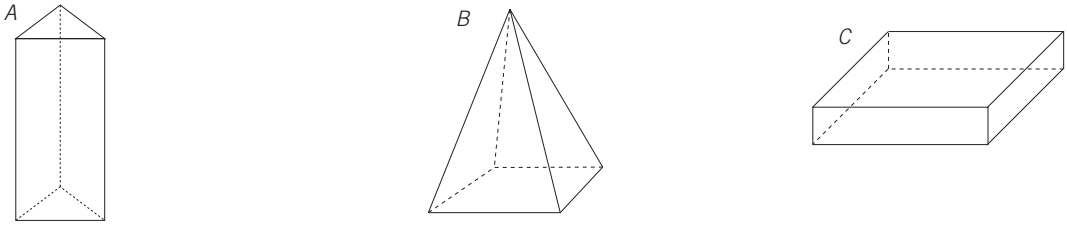
a)



b)

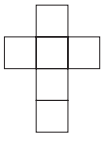
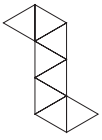
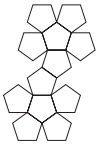
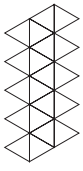


5 **Debuxa o desenvolvemento plano destas figuras xeométricas.**



POLIEDROS REGULARES

- Son aqueles poliedros cuxas caras son polígonos regulares (caras e ángulos iguais). En cada vértice do poliedro concorre o mesmo número de caras.
- Existen 5 poliedros regulares, que son:

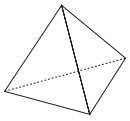
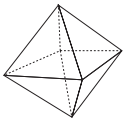
TETRAEDRO	HEXAEDRO OU CUBO	OCTAEDRO	DODECAEDRO	ICOSAEDRO
4 caras. Triángulos equiláteros	6 caras. Cadrados	8 caras. Triángulos equiláteros	12 caras. Pentágonos regulares	20 caras. Triángulos equiláteros
				

6 **Completa a seguinte táboa.**

POLIEDRO	CARAS	VÉRTICES	ARESTAS	CARAS + VÉRTICES	ARESTAS + 2
Tetraedro	4	4	6	$4 + 4 = 8$	$6 + 2 = 8$
Hexaedro-cubo					
Octaedro					
Dodecaedro					
Icosaedro					

Observa que a suma de *Caras* + *Vértices* é igual que *Arestas* + 2.

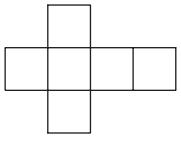
7 **Fíxate nestes poliedros. Sinala e nomea os seus vértices con maiúsculas e completa.**

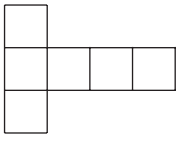
POLIEDRO	NÚMERO DE CARAS	NÚMERO DE VÉRTICES	NÚMERO DE CARAS EN CADA VÉRTICE
			
			

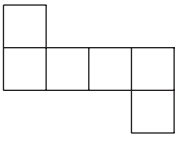
8 **Indica se son verdadeiras ou falsas (V ou F) as seguintes afirmacións.**

a) A suma das caras e dos vértices do cubo é 12.
b) O menor número de caras dun poliedro é 4.
c) O dodecaedro ten 12 caras, que son triángulos equiláteros.
d) Nun poliedro regular, todas as caras son iguais.
e) O número de arestas do cubo e do octaedro é o mesmo.

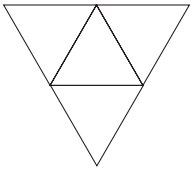
9 **Indica con que desenvolvemento plano se podería construír un .....**

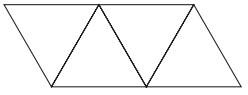
a) 

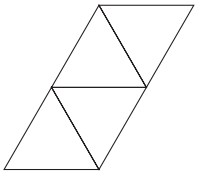
b) 

c) 

10 **Indica con que desenvolvemento plano se podería construír un .....**

a) 

b) 

c) 

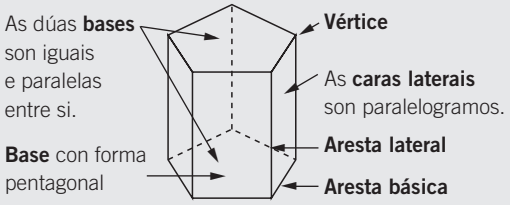
RECOÑECER OS PRINCIPAIS PRISMAS E PIRÁMIDES. CALCULAR AS SÚAS ÁREAS 11

NOME: _____ CURSO: _____ DATA: _____

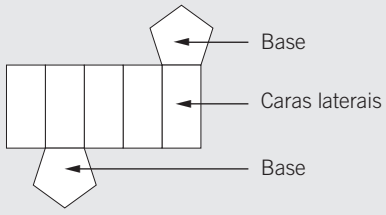
CONCEPTO DE PRISMA

Un prisma é un poliedro formado por dúas bases iguais e paralelas, e cuxas caras laterais son paralelogramos.

Elementos do prisma



Desenvolvemento plano do prisma

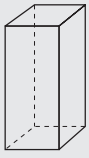


TIPOS DE PRISMAS

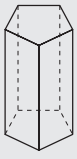
Os prismas noméanse segundo o número de lados das súas bases.

Prisma triangular

Prisma cuadrangular



Prisma pentagonal



Prisma hexagonal

1 **Nomea, nestes prismas, os seus elementos: bases, vértices, caras e arestas.**

a) Prisma triangular

b) Prisma hexagonal

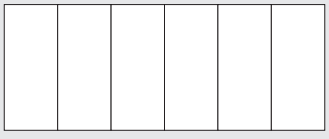
ÁREA DUN PRISMA RECTO

A partir do desenvolvemento do prisma recto podemos calcular a súa área. Distinguimos dúas partes:

Área lateral

– É a suma das áreas das súas caras.

– O seu desenvolvemento é sempre un rectángulo. Un dos lados do rectángulo coincide co perímetro da base, e o outro, coa altura do prisma.



$$A_L = P_B \cdot h$$

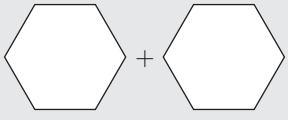
Área das bases

– As bases do prisma son polígonos regulares.

– O prisma ten 2 bases iguais.

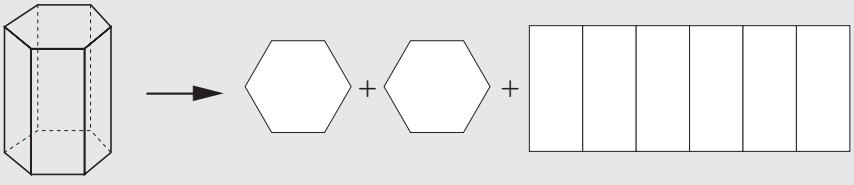
– A área dun polígono é:

$$\text{Área polígono} = \frac{\text{perímetro} \cdot \text{apotema}}{2} = \frac{P \cdot a}{2}$$



$$A_B = \frac{P \cdot a}{2}$$

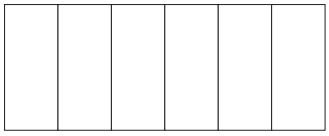
Área total do prisma $\boxed{A_T = A_L + A_B + A_B = A_L + 2 \cdot A_B}$



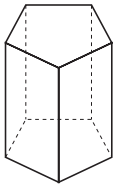
ADAPTACIÓN CURRICULAR

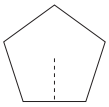
EXEMPLO

Calcula a área total dun prisma de base pentagonal, se sabes que a súa altura é 7 dm, o lado da base mide 3 dm e o apotema do polígono das bases mide 2 dm.



$$A_{\text{Lateral}} = P_B \cdot h = (3 \cdot 5) \cdot 7 = 15 \cdot 7 = 105 \text{ dm}^2$$





$$A_{\text{Base}} = \frac{\text{perímetro} \cdot \text{apotema}}{2} = \frac{(3 \cdot 5) \cdot 2}{2} = \frac{30}{2} = 15 \text{ dm}^2$$

$$\boxed{A_T = A_L + 2 \cdot A_B = 105 \text{ dm}^2 + 2 \cdot 15 \text{ dm}^2 = 135 \text{ dm}^2}$$

2 **Determina a área total dun prisma hexagonal, se sabes que:**

- **A súa altura é 10 dm.**
- **O lado da base hexagonal mide 4 dm.**
- **O apotema do polígono da base mide 3,5 dm.**

Realiza a escala o debuxo do prisma e o seu desenvolvemento.

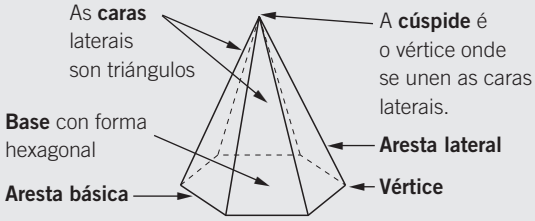
3 **Obtén a área total dun prisma cuadrangular que ten unha altura de 8 dm e o lado do cadrado da base mide 4 dm. Realiza a escala o debuxo do prisma e o seu desenvolvemento.**

4 **Calcula a área dun cubo que ten 7 cm de lado.**

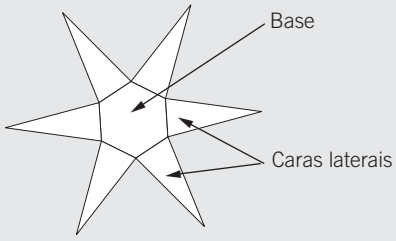
CONCEPTO DE PIRÁMIDE

Unha pirámide é un poliedro cuxa base é un polígono e as súas caras laterais son triángulos que concorren nun vértice común, chamado vértice da pirámide.

Elementos da pirámide



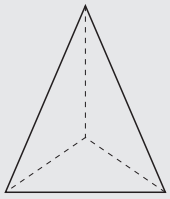
Desenvolvemento plano da pirámide



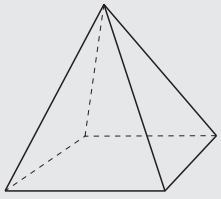
TIPOS DE PIRÁMIDES

As pirámides noméanse segundo o número de lados da súa base.

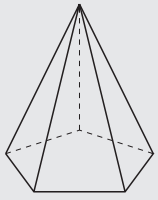
Pirámide triangular



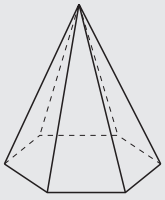
Pirámide cuadrangular



Pirámide pentagonal

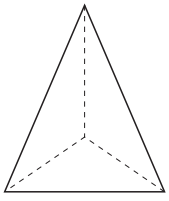


Pirámide hexagonal

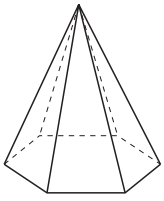


5 **Sinala e nomea, nas seguintes pirámides, os seus elementos: bases, vértices, caras e arestas.**

a) Pirámide triangular

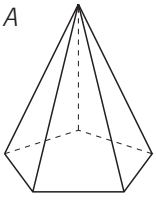


b) Pirámide hexagonal

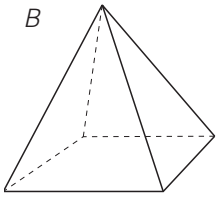


6 **Debuxa o desenvolvemento das seguintes pirámides e completa a táboa.**

A



B



	NOME DA PIRÁMIDE	POLÍGONOS DA BASE	NÚMERO DE CARAS	NÚMERO DE VÉRTICES	NÚMERO DE ARESTAS
A					
B					

ADAPTACIÓN CURRICULAR

ÁREA DUNHA PIRÁMIDE REGULAR

A partir do desenvolvemento da pirámide recta podemos calcular a súa área. Distinguimos dúas partes:

Área lateral

– É a suma das áreas das caras.

– As súas caras son triángulos isósceles iguais, polo que a área lateral é a suma das áreas dos triángulos.

$$\text{Área triángulo} = \frac{b \cdot h}{2}$$

$$\boldsymbol{A_L = n \cdot A_{\text{Triángulo}}}$$

Onde n é o número de triángulos da pirámide.

Área da base

– É a área dun polígono regular.

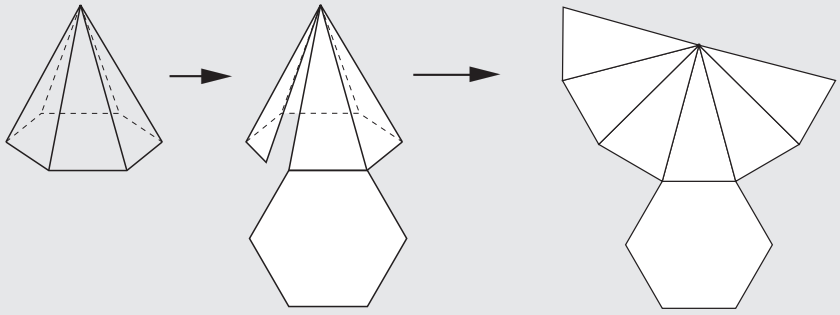
– A área dun polígono é:

$$\text{Área polígono} = \frac{\text{perímetro} \cdot \text{apotema}}{2} = \frac{P \cdot a}{2}$$

$$\boldsymbol{A_B = \frac{P \cdot a}{2}}$$

Área total da pirámide:

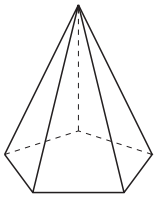
$$\boxed{\boldsymbol{A_T = A_L + A_B}}$$



EXEMPLO

Calcula a área total dunha pirámide de base pentagonal, se o apotema da base mide 4,13 cm, o lado da base é 6 cm e a altura de cada un dos triángulos das caras é 9 cm.

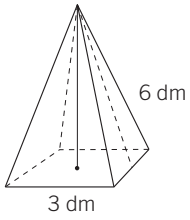
$$A_{\text{Lateral}} = 5 \cdot \frac{\text{base} \cdot \text{altura}}{2} = 5 \cdot \frac{6 \cdot 9}{2} = 5 \cdot \frac{54}{2} = 135 \text{ cm}^2$$



$$\text{Área}_{\text{Polígono}} = \frac{\text{perímetro} \cdot \text{apotema}}{2} = \frac{(5 \cdot 6) \cdot 4{,}13}{2} = \frac{123{,}9}{2} = 61{,}95 \text{ cm}^2$$

$$\boxed{A_T = A_L + A_B = 135 \text{ cm}^2 + 75 \text{ cm}^2 = 210 \text{ cm}^2}$$

7 **Calcula a área total dunha pirámide de base cuadrangular, se o lado da base mide 3 dm e o apotema da pirámide (altura do triángulo) mide 6 dm.**



8 **Obtén a área total dunha pirámide de base hexagonal, se o apotema da base mide 5,2 dm, o lado da base é 6 dm e a altura de cada un dos triángulos das caras é 10 dm. Realiza a escala o debuxo da pirámide e o seu desenvolvemento.**

9 **Calcula a área total dunha pirámide de base pentagonal se o apotema da base mide 4 dm, a altura de cada triángulo mide 9 dm e a área de cada un dos triángulos é 26,1 dm^2. Realiza a escala o debuxo da pirámide e o seu desenvolvemento.**

10 **A base dunha pirámide é un cadrado de 6 cm de lado. Se a altura de cada triángulo mide 1 dm, calcula a área total da pirámide. Realiza a escala o debuxo da pirámide e o seu desenvolvemento.**

RECOÑECER OS CORPOS DE REVOLUCIÓN. CALCULAR A ÁREA DO CILINDRO

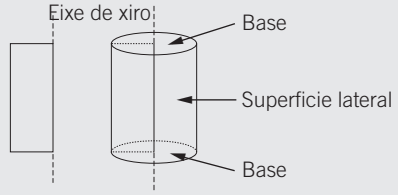
NOME: _____ CURSO: _____ DATA: _____

CORPOS DE REVOLUCIÓN

Os corpos de revolución son aqueles cuxas superficies laterais son curvas.

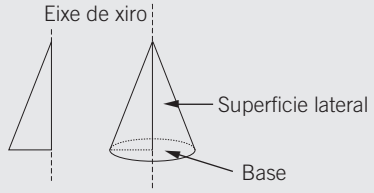
Cilindro

– Ten 2 bases iguais que son círculos.
– Ten 1 superficie lateral curva.
– Obtense ao xirar un rectángulo sobre un eixe.

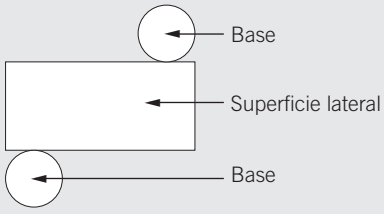


Cono

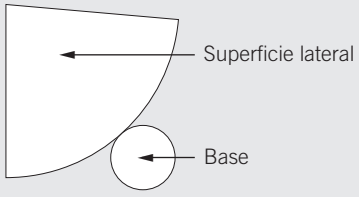
– Ten 1 base que é un círculo.
– Ten 1 superficie lateral curva.
– Obtense ao xirar un triángulo sobre un eixe.



Desenvolvemento plano dun cilindro

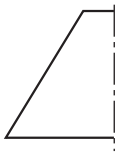


Desenvolvemento plano dun cono

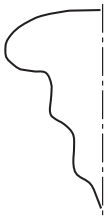


1 **Debuxa a figura que se orixina ao xirar sobre o eixe.**

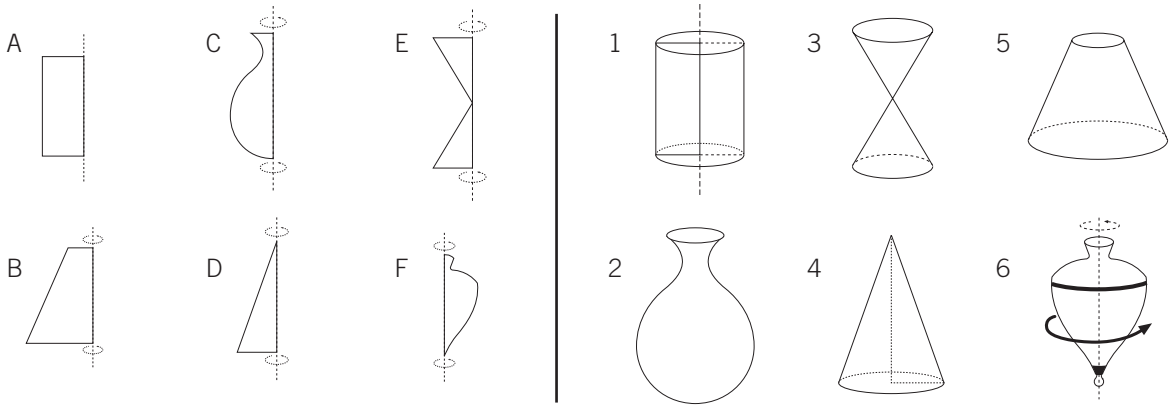
a)



b)



2 **Asocia cada figura de xiro co obxecto que se orixina.**



ÁREA DUN CILINDRO

A partir do desenvolvemento do cilindro podemos calcular a súa área. Distinguimos dúas partes:

Área lateral

– É a área dun rectángulo cuxa base é a lonxitude da circunferencia da base, $2\pi r$, e a altura, h, é a altura do cilindro.

Área lateral = Área rectángulo = $2\pi r \cdot h$

Área das bases

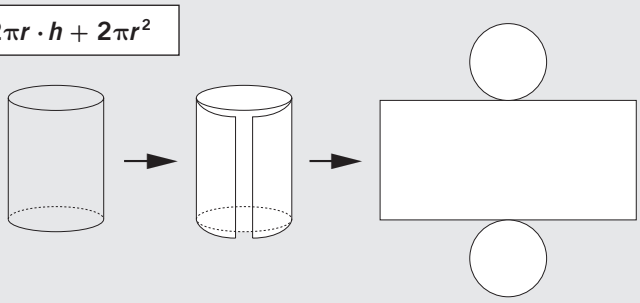
– O cilindro ten 2 bases iguais.

– As bases do cilindro son círculos.

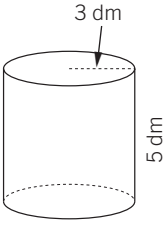
Área bases = 2 · Área círculo = $2\pi r^2$

Área total = Área lateral + Área bases = $2\pi r \cdot h + 2\pi r^2$

Tomamos como valor do número $\pi = 3{,}14$.



3 **Calcula a área total do seguinte cilindro.**



Área lateral $= 2\pi r \cdot h = 2 \cdot \pi \cdot 3 \cdot 5 =$

Área das bases $= 2\pi r^2 = 2 \cdot \pi \cdot 3^2 =$

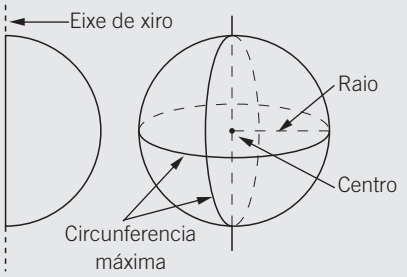
Área total =

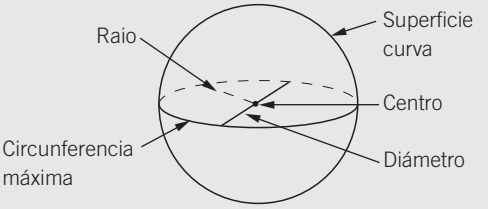
4 **Calcula a área total dun cilindro que ten un raio da base de 4 cm e unha altura de 7 cm. Realiza a escala un debuxo do cilindro e o seu desenvolvemento.**

5 **Unha bobina de papel de forma cilíndrica ten unha altura de 1,5 m e un raio na base circular de 0,4 m. Obtén a área total da bobina.**

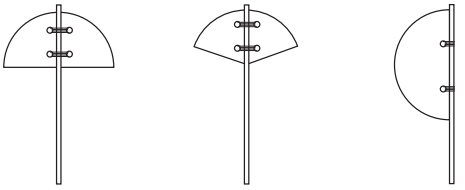
ESFERA

- A esfera é un corpo redondo que non ten caras, xa que está formado por unha única superficie curva. Tampouco ten desenvolvemento coma o cilindro e o cono.
- Obtense ao xirar un semicírculo sobre un eixe que é o seu diámetro.





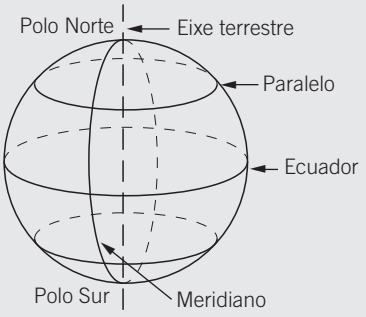
6 **Cal dos seguintes obxectos xera unha esfera ao xirar arredor do eixe?**



A ESFERA TERRESTRE

A Terra ten forma de esfera, e presenta uns elementos imaxinarios que serven para situar puntos sobre a súa superficie.

Elementos da esfera terrestre



– **Eixe terrestre:** liña imaxinaria arredor da cal xira a Terra sobre si mesma.
– **Polos:** puntos extremos do eixe terrestre, Norte e Sur.
– **Meridianos:** circunferencias máximas que pasan polos polos. O máis importante é o meridiano cero. Pasa por Greenwich (Londres).
– **Ecuador:** circunferencia máxima que se obtén se cortamos á Terra polo seu punto medio.
– **Paralelos:** circunferencias menores paralelas ao ecuador.

7 **Sobre o seguinte debuxo da esfera terrestre, sinala.**

a) Os polos.

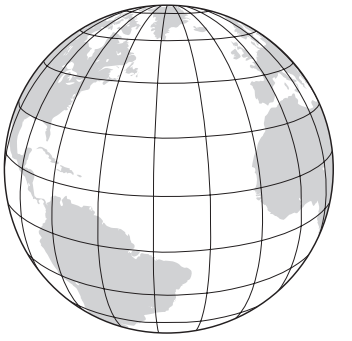
b) O eixe terrestre.

c) De vermello, o meridiano cero.

d) De azul, dous meridianos.

e) De verde, o ecuador.

f) De amarelo, dous paralelos.



12 Volume de corpos xeométricos

INTRODUCIÓN

Como complemento ao estudo do Sistema Métrico Decimal, iniciamos esta unidade co concepto de volume e as súas respectivas unidades de medida. De igual xeito, e recordando as unidades de capacidade e masa, establecemos as relacións entre estas unidades e as de volume.

Partindo do estudo dos corpos xeométricos realizado en temas anteriores, introdúcese o concepto de volume dos diferentes poliedros como o produto da área da base pola altura. Iniciamos este estudo co ortoedro e co cubo (caso particular do primeiro), e é suficiente para os alumnos deste nivel coñecer e calcular o volume do cilindro e da pirámide.

Tamén nesta unidade se recomenda o uso de diversos materiais específicos en Xeometría, en concreto os corpos xeométricos transparentes, dotados de orificios para enchelos de area ou auga e efectuar as relacións entre volumes dos diferentes poliedros. Será útil a construción do metro cúbico mediante varas de PVC e vértices de unión, así como a manipulación do decímetro cúbico descompoñible.

RESUMO DA UNIDADE

- O *volume* dun corpo é a cantidade de espazo que ocupa.
- O *metro cúbico* (m^3) é a unidade principal de volume. O paso dunha unidade de volume a outra efectúase multiplicando ou dividindo por 1.000.
- O *litro* é a unidade principal de capacidade. O *quilogramo* e o *gramo* son as unidades principais de masa. Outras unidades son a tonelada e o quintal métrico.
- A conversión destas *unidades de capacidade e masa* efectúase multiplicando ou dividindo por 10.
- Mediante *equivalencias* establecemos relacións entre as diferentes unidades de volume, capacidade e masa.
- O volume total de corpos xeométricos, como o *ortoedro* e o *cubo*, calcúlase multiplicando as súas tres dimensións: longo, largo e alto.
- De igual xeito, o volume do *cilindro* e a *pirámide* calcúlase multiplicando a área das bases pola súa altura.

OBXECTIVOS	CONTIDOS	PROCEDEMENTOS
1. Comprender o concepto de volume dos corpos.	• Concepto de volume. • Unidades de volume: múltiplos e submúltiplos.	• Identificación de unidades cúbicas. • Conversión de unidades de volume aplicando as equivalencias.
2. Relacionar as unidades de volume, capacidade e masa.	• Unidades de masa e capacidade: múltiplos e submúltiplos. • Equivalencias entre as unidades de volume, capacidade e masa.	• Conversión de unidades de capacidade e masa mediante equivalencias. • Identificación das relacións entre unidades de volume, capacidade e masa.
3. Calcular o volume dalgúns corpos xeométricos.	• Volume do ortoedro. • Volume do cubo. • Volume do cilindro e da pirámide.	• Cálculo do volume do ortoedro e o cubo. • Cálculo do volume do cilindro e a pirámide. • Resolución de problemas.

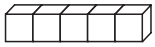
COMPRENDER O CONCEPTO DE VOLUME DOS CORPOS

NOME: _____ CURSO: _____ DATA: _____

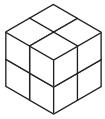
CONCEPTO DE VOLUME

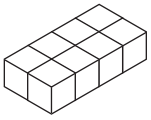
O volume dun corpo é a cantidade de espazo que ocupa. Para medir o volume dun corpo, comparámolo co volume doutro corpo elixido como unidade, e determinamos o número de unidades que contén.

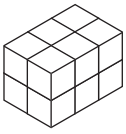
EXEMPLO

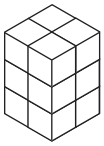
Se tomamos como unidade o cubo (unidade cúbica), podemos afirmar que a figura  ten como volume 5 unidades cúbicas.

1 **Tomando como unidade o cubo , calcula o volume das figuras.**

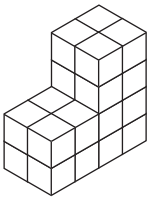
a) 

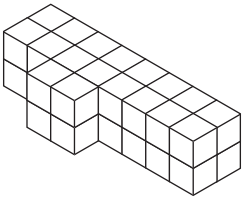
b) 

c) 

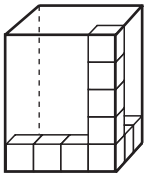
d) 

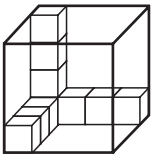
2 **Fai o mesmo ca no exercicio anterior con estas figuras.**

a) 

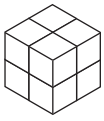
b) 

3 **Calcula os cubos que caben en cada unha das seguintes figuras.**

a) 

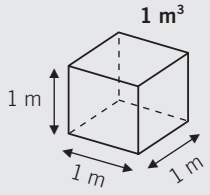
b) 

4 **Continúa e debuxa a serie de figuras en función das unidades cúbicas que forman.**

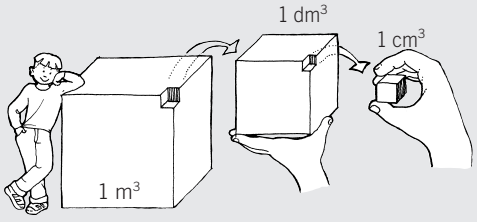
FIGURA					
N.º DE CUBOS	1	2	4	8	

UNIDADES DE VOLUME

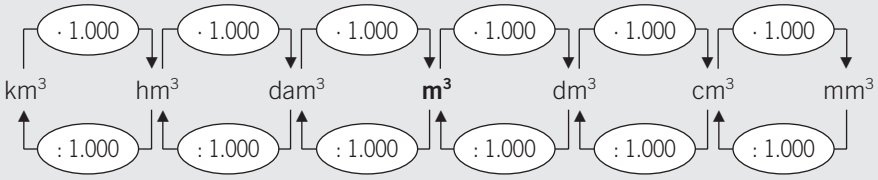
- O **metro cúbico** é a unidade principal de volume. Escríbese **m³**. É o volume dun cubo que ten 1 metro de aresta.



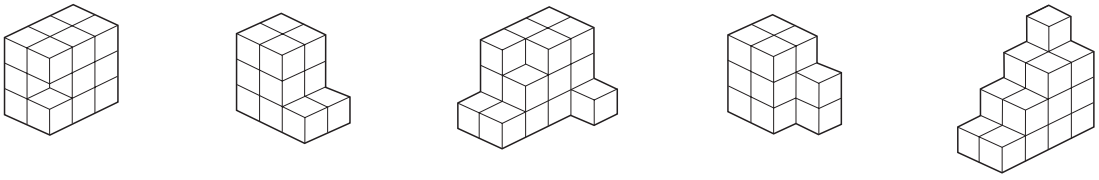
- Os **múltiplos do m³** son cubos que teñen de aresta múltiplos do metro:
  – 1 decámetro cúbico (**dam³**) é un cubo que ten 1 dam de aresta.
  – 1 hectómetro cúbico (**hm³**) é un cubo que ten 1 hm de aresta.
  – 1 quilómetro cúbico (**km³**) é un cubo que ten 1 km de aresta.
- Os **submúltiplos do m³** son cubos que teñen de aresta submúltiplos do metro:
  – 1 decímetro cúbico (**dm³**) é un cubo que ten 1 dm de aresta.
  – 1 centímetro cúbico (**cm³**) é un cubo que ten 1 cm de aresta.
  – 1 milímetro cúbico (**mm³**) é un cubo que ten 1 mm de aresta.



- Cada unidade é 1.000 veces maior ca a inmediata inferior e 1.000 veces menor ca a inmediata superior.



5 **Se cada cubo ten un volume de 1 cm³, calcula o volume das figuras.**



6 **Completa.**

a) 69 m³ = ... dm³
b) 7.209 mm³ = ... cm³
c) 1 hm³ = 1.000 .....
d) 1 dm³ = 1.000 .....
e) 53 dam³ = ... m³
f) 0,34 cm³ = ... mm³
g) 1 m³ = 1.000 .....
h) 1.000.000 mm³ = 1 .....
i) 0,38 km³ = ... hm³
j) 901 dm³ = ... m³
k) ..... = 1.000.000 m³
l) 1.000 ..... = ... m³

7 **Ordena, de menor a maior (<), as seguintes unidades. Toma como referencia o metro cúbico (m³) e transforma todas as unidades de medida nesta.**

5.400 m³ – 39.291.476 mm³ – 34 m³ – 0,23 hm³ – 0,5 dam³ – 1.590 dm³ – 2,01 hm³ – 6.120.000 cm³

RELACIONAR AS UNIDADES DE VOLUME, CAPACIDADE E MASA

NOME: _____ CURSO: _____ DATA: _____

UNIDADES DE CAPACIDADE

- O **litro** é a unidade principal de capacidade. Abreviadamente escríbese ℓ.
- Os múltiplos (unidades maiores) e submúltiplos (unidades menores) do litro son:

MÚLTIPLOS DO LITRO				UNIDADE PRINCIPAL	SUBMÚLTIPLOS DO LITRO		
10.000 ℓ miriálitro mal	1.000 ℓ quilolitro kl	100 ℓ hectolitro hl	10 ℓ decalitro dal	**litro** **ℓ**	0,1 ℓ decilitro dl	0,01 ℓ centilitro cl	0,001 ℓ mililitro ml

UNIDADES DE MASA

- O **quilogramo** e o **gramo** son as unidades principais de masa. Abreviadamente escríbense **kg** e **g**.
- Os múltiplos (unidades maiores) e submúltiplos (unidades menores) do gramo son:

MÚLTIPLOS DO GRAMO				UNIDADE PRINCIPAL	SUBMÚLTIPLOS DO GRAMO		
10.000 g miriagramo mag	1.000 g quilogramo kg	100 g hectogramo hg	10 g decagramo dag	**gramo** **g**	0,1 g decigramo dg	0,01 g centigramo cg	0,001 g miligramo mg

- Para medir masas de grandes obxectos utilízanse estas unidades.

UNIDADES	SÍMBOLO	EQUIVALENCIA (kg)	EQUIVALENCIA (g)
Tonelada métrica	t	1.000 kg	1.000.000 g
Quintal métrico	q	100 kg	100.000 g

1 **Completa a táboa de equivalencias de valores de capacidade.**

kl	hl	dal	ℓ	dl	cl	ml
1,5						
				50		
	0,5					
						5.600
		14				

2 **Completa as seguintes táboas de equivalencias de valores de masa.**

a)

t	q	kg	g
2			
			75
	0,5		

b)

kg	g	mg
60		
	325	
		20.000

3 **Un depósito contén 29 kl 30 hl de auga e outro depósito contén 31 kl 450 dal. Cal deles contén máis litros de auga?**

4 **Observa os valores da masa destes vehículos. Expresa as unidades en quilogramos, e ordénaas de maior a menor cantidade de masa.**

a) Bicicleta: 7.500 g.

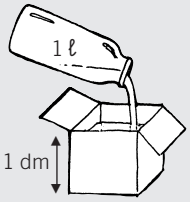
b) Coche: 1.150 kg.

c) Camioneta: 46 q.

d) Furgoneta: 2,3 t.

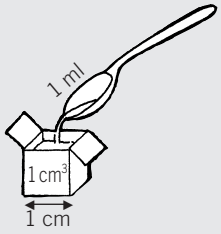
e) Camión: 25,4 t.

- Vertemos unha botella de auga de 1 ℓ de capacidade en 1 dm^3, e observamos que cabe exactamente. 1 litro é o volume dun cubo que ten 1 dm de aresta, é dicir, a capacidade de 1 dm^3.



1 ℓ = 1 dm^3

- Vertemos unha cullerada de auga de 1 ml de capacidade en 1 cm^3, e observamos que cabe exactamente. 1 mililitro é o volume dun cubo que ten 1 cm de aresta, é dicir, a capacidade de 1 cm^3.



1 ml = 1 cm^3

5 **Expresa en litros.**

a) 345 dm^3 = ... ℓ

b) 200 dal = ... ℓ

c) 950 cm^3 = ... ℓ

d) 0,35 m^3 = ... ℓ

e) 23.000 cm^3 = ... ℓ

f) 0,5 dm^3 = ... ℓ

6 **Expresa en dm^3.**

a) 23 ℓ = ... dm^3

b) 20 dl = ... dm^3

c) 5 dal = ... dm^3

d) 0,35 m^3 = ... dm^3

e) 0,255 kl = ... dm^3

f) 53.780 ml = ... dm^3

ADAPTACIÓN CURRICULAR

7 **Unha lata de refresco ten unha capacidade de 33 cl; unha botella de aceite, unha capacidade de 750 ml, e un frasco de xarope, un volume de 150 cm³. Ordena, de menor a maior capacidade, os obxectos anteriores.**

8 **O encoro A ten un volume de 0,35 hm³ e o encoro B ten unha capacidade de 129.000 kl de auga. Expresa ambas as unidades en litros e compara a capacidade dos encoros.**

- Un recipiente con 1 litro de auga destilada (ocupa 1 dm³), ao pesalo nunha balanza, equilíbrase exactamente cunha pesa de 1 kg.
  1 quilogramo é a masa que ten 1 dm³ de auga destilada.

Para a auga destilada: **1 kg = 1 ℓ**

- Un recipiente con 1 mililitro de auga destilada (ocupa 1 cm³), ao pesalo nunha balanza, equilíbrase exactamente cunha pesa de 1 g.
  1 gramo é a masa que ten 1 cm³ de auga destilada.

Para a auga destilada: **1 g = 1 cm³**

Táboa resumo de equivalencias

UNIDADES DE VOLUME	m³	–	–	dm³	–	–	cm³
UNIDADES DE CAPACIDADE	kl	hl	dal	ℓ	dl	cl	ml
UNIDADES DE MASA	t	q	mag	kg	hg	dag	g

Para a auga destilada: **1 ℓ = 1 dm³ = 1 kg**

 MATERIAL FOTOCOPIABLE © EDICIÓNS OBRADOIRO, S. L. / SANTILLANA EDUCACIÓN, S. L. ■

9 **Responde as seguintes cuestións.**

a) Cantos pesos de 1 kg cómpren para equilibrar un recipiente con 3 litros de auga? .....

b) Cantos pesos de 1 g cómpren para equilibrar un recipiente de 9 cm^3? .....

c) Cantos pesos de 1 g cómpren para equilibrar un recipiente de 0,006 dm^3? .....

d) Cantos pesos de 1 kg cómpren para equilibrar un recipiente de 0,2 dal? .....

10 **Expresa en quilogramos estas cantidades de auga destilada.**

a) 345 ℓ = ... kg

b) 20 dm^3 = ... kg

c) 0,5 kl = ... kg

d) 3,5 kl = ... kg

e) 3.000 cm^3 = ... kg

f) 0,5 m^3 = ... kg

11 **Expresa en gramos os seguintes volumes e capacidades de auga destilada.**

a) 43 ℓ = ... g

b) 7 cm^3 = ... g

c) 0,001 kl = ... g

d) 205 dm^3 = ... g

e) 0,25 cl = ... g

f) 450 ml = ... g

12 **Un depósito de auga contén 10.000.000 de litros. Calcula.**

a) A súa capacidade en m^3.

b) A súa capacidade en hectolitros.

c) Se fose auga destilada, cal sería a súa masa en toneladas e en quilogramos?

13 **Dous recipientes conteñen unha cantidade total de 15 hl de auga. Se un deles contén 72 dal, indica.**

a) A capacidade de cada recipiente en litros.

b) A masa en quilogramos de cada un deles.

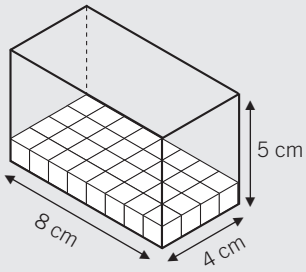
c) O volume que ocupan en metros cúbicos.

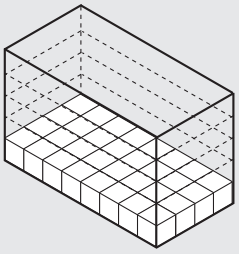
CALCULAR O VOLUME DALGÚNS CORPOS XEOMÉTRICOS

NOME: _____ CURSO: _____ DATA: _____

VOLUME DUN ORTOEDRO

- O ortoedro é un prisma cuxas caras son rectángulos.
- Unha caixa de mistos, unha caixa de zapatos, unha piscina, unha aula, desde un punto de vista xeométrico, son ortoedros.

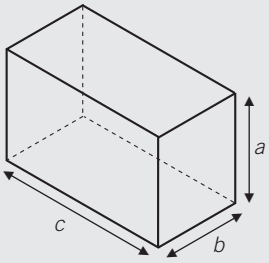




– No fondo da caixa caben 32 cubiños de 1 cm^3 cada un ⟶ $8 \cdot 4 = 32$ cm^3

– Para encher a caixa hai que colocar 5 filas máis de 32 cubiños de 1 cm^3 cada un ⟶ $(8 \cdot 4) \cdot 5 = 160$ cm^3

– O volume da caixa é 160 cm^3, e contén 160 cubiños de 1 cm^3 cada un.



- O volume do ortoedro é o produto do longo, o largo e a altura.

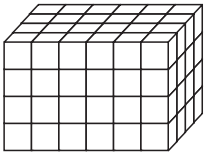
$$\boldsymbol{V = c \cdot b \cdot a}$$

- Como o produto $c \cdot b$ é a área da base (A_B), podemos afirmar que o volume do ortoedro se pode expresar como o produto da área da base pola altura (a no debuxo e h nas fórmulas xerais).

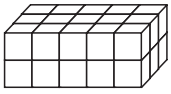
$$\boldsymbol{V = A_B \cdot h}$$

1 **Indica o volume dos ortoedros en función do número de cubiños de 1 cm^3 que conteñan.**

a)

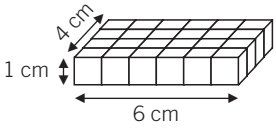


b)

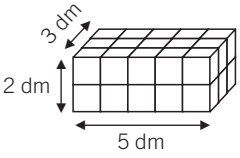


2 **Calcula o volume dos seguintes ortoedros.**

a)

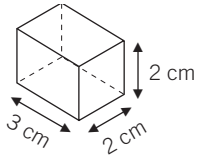


b)

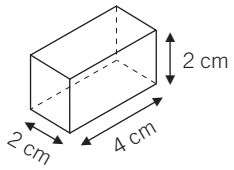


3 **Obtén o volume dos ortoedros. Expresa os resultados en cm^3 e en dm^3.**

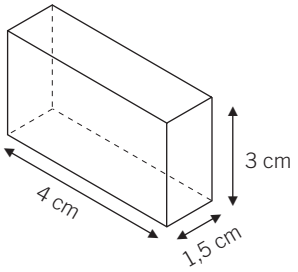
a)



b)

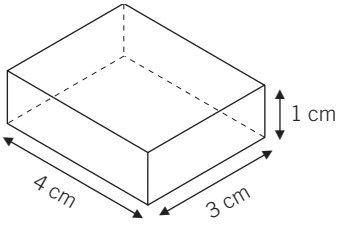


c)

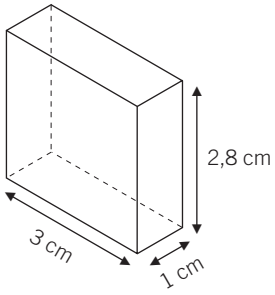


4 **Determina o volume dos seguintes ortoedros.**

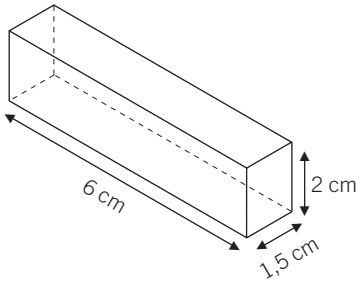
a)



b)



c)

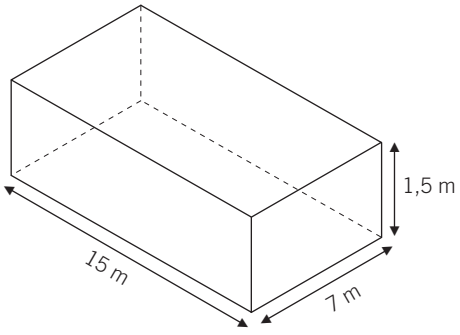


5 **Calcula o volume dunha piscina de dimensións:**

– Longo: 15 m

– Largo: 7 m

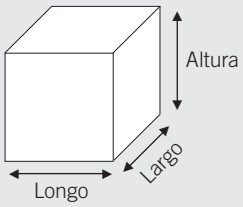
– Profundidade: 1,5 m

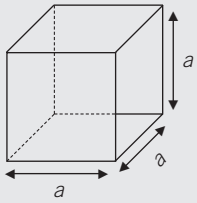


6 **Calcula o volume dunha aula que ten unha base de 40 m^2 de área e a súa altura é 2,5 m. Realiza un debuxo representativo.**

VOLUME DUN CUBO

O cubo é un ortoedro que ten iguais as súas tres arestas, longo-largo-alto.

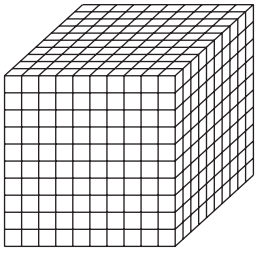




$$V = a \cdot a \cdot a = a^3$$

7 **Indica o volume dos cubos en función do número de cubiños de 1 cm³ que conteñen.**

a)

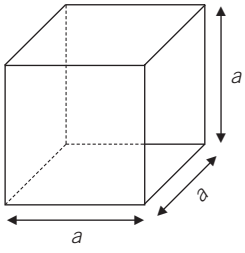
b) 

8 **Calcula o volume dos seguintes cubos segundo a súa aresta. Realiza un debuxo representativo e expresa o resultado en dm³ e m³.**

a) Aresta = 5 cm

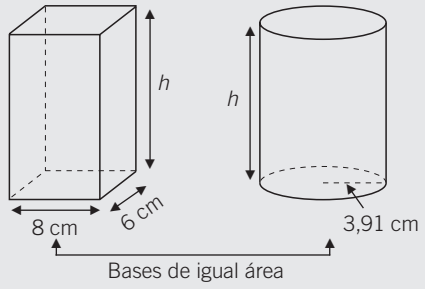
b) Aresta = 70 dm

9 **Construímos un cubo de cartolina. Forráronse todas as arestas con 240 cm de cinta adhesiva. Canto mide cada aresta? Cal é o volume do cubo?**



VOLUME DUN CILINDRO

- Observa os seguintes corpos xeométricos: o ortoedro e o cilindro.
- Teñen a mesma altura (h) e as súas bases teñen a mesma área.



$h = 12$ cm

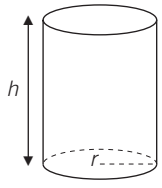
$A_{B\,\text{Ortoedro}} = \text{longo} \cdot \text{largo} = 8 \cdot 6 = 48\ \text{cm}^2$

$A_{B\,\text{Cilindro}} = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot (3{,}91)^2 = 48\ \text{cm}^2$

- Se enchemos o ortoedro con area fina ou auga e o baleiramos no cilindro, comprobamos que este se enche.
- Os dous corpos teñen o mesmo volume.

$$V_{\text{Ortoedro}} = V_{\text{Cilindro}} = A_B \cdot h$$

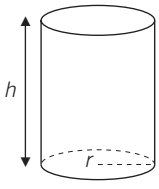
10 **Calcula o volume dun cilindro que ten de raio da base 5 cm e unha altura de 8 cm.**



11 **Obtén o volume dun cilindro, se a base ten unha área de 30 cm² e mide 12 cm de altura.**

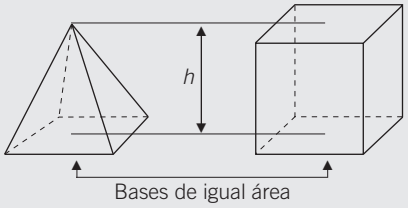
12 **Determina o volume dun cilindro que ten como base un círculo de 8 cm de diámetro e ten unha altura de 15 cm.**

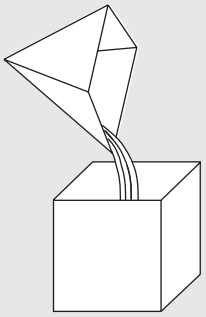
13 **Un depósito de auga ten forma cilíndrica. O diámetro da base é 1,8 m e a súa altura 4,5 m. Calcula o volume total do depósito e a cantidade de litros que caben nel.**



VOLUME DUNHA PIRÁMIDE

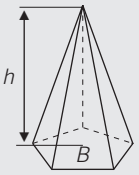
- Observa os seguintes corpos xeométricos: o ortoedro e a pirámide.
- Teñen a mesma altura *h* e a mesma área das bases.



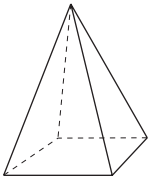


- Se enchemos a pirámide con area fina ou auga e a baleiramos no prisma, comprobamos que para encher o prisma se necesitaría o contido exacto de 3 pirámides.
- O volume da pirámide é tres veces menor ca o do prisma, é dicir, un terzo da área da base pola altura.

$$V_{\text{Pirámide}} = \frac{V_{\text{Prisma}}}{3} = \frac{A_B \cdot h}{3}$$

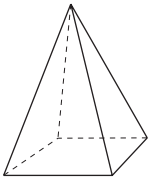


14 **Calcula o volume dunha pirámide de 12 cm de altura, se a base é un cadrado de 4 cm de lado.**



15 **Obtén o volume dunha pirámide de 9 cm de altura se a base é un rectángulo de 4 cm de longo e 2,5 cm de largo.**

16 **A pirámide de Keops, en Exipto, é de base cuadrangular. O lado da base mide 230 m e a súa altura 160 m. Calcula o seu volume total.**



13 Funcións

INTRODUCIÓN

Partindo da representación dos números enteiros na recta numérica, introducimos a representación de puntos no plano mediante a asignación de pares de coordenadas e a construción de sistemas de eixes cartesianos.

É importante que os alumnos asimilen o modo ordenado de colocar os pares de números para indicar que o primeiro deles representa o valor sobre o eixe horizontal (*X*), e o segundo, o valor sobre o eixe vertical (*Y*), así como a súa expresión mediante táboas de valores e o significado gráfico no plano.

Tras tratar xa a proporcionalidade numérica, continuamos nesta unidade o estudo da relación entre dúas magnitudes por medio das funcións, os conceptos básicos da linguaxe gráfica das expresións alxébricas, os seus elementos e significado como paso previo á análise do mundo da información e expresión visual.

Mediante a interpretación gráfica, os alumnos van recoñecer a función representada, as variables que interveñen, a unidade de medida elixida en cada eixe e o seu trazado no plano. Tamén aprenderán a interpretar funcións que cumpren relacións de proporcionalidade directa e inversa.

RESUMO DA UNIDADE

- Para representar puntos no plano utilizamos un sistema de dúas rectas perpendiculares, chamado *sistema de eixes cartesianos*.
- Á recta horizontal (*X*), chámaselle *eixe de abscisas.*
- Á recta vertical (*Y*), chámaselle *eixe de ordenadas.*
- O punto onde se cruzan os eixes chámase *orixe* e é o valor cero de cada eixe.
- Cada punto no plano ten dúas referencias numéricas chamadas *coordenadas* (*a*, *b*). O primeiro número corresponde ao valor no eixe *X*, e o segundo número corresponde ao valor no eixe *Y*.
- Os *pares de valores* represéntanse en táboas de valores e corresponden a puntos no plano.
- Mediante unha *táboa de valores* podemos relacionar cantidades de dúas magnitudes e representalas graficamente sobre os eixes.
- Unha función é a expresión alxébrica que relaciona dúas magnitudes. A función asocia a cada valor dunha magnitude (*variable independente*) un valor doutra magnitude (*variable dependente*).
- As funcións represéntanse graficamente para estudar as características que as definen.

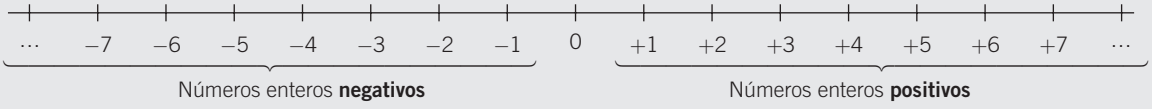
OBXECTIVOS	CONTIDOS	PROCEDEMENTOS
1. Representar e localizar puntos nun sistema de eixes cartesianos.	• Pares de coordenadas. • Puntos no sistema de eixes cartesianos.	• Representación de puntos na recta e no plano. • Identificación de puntos a partir das súas coordenadas. • Obtención de figuras simétricas respecto dos eixes.
2. Interpretar e representar táboas de valores.	• Táboas de valores. • Relación entre magnitudes. • Información das gráficas.	• Formación de táboas de valores. • Representación no plano de pares de valores ordenados de dúas magnitudes. • Interpretación de magnitudes no plano.
3. Interpretar gráficas. Recoñecer a idea de función.	• Variable independente e dependente. • Concepto de función. Gráfica dunha función. • Características dalgunhas funcións.	• Identificación das variables: independente e dependente. • Representación gráfica de funcións. • Identificación de funcións de proporcionalidade directa e inversa.

13 OBXECTIVO 1
REPRESENTAR E LOCALIZAR PUNTOS NUN SISTEMA DE EIXES CARTESIANOS

NOME: _____ CURSO: _____ DATA: _____

REPRESENTACIÓN DE NÚMEROS ENTEIROS NA RECTA NUMÉRICA

- Sobre unha recta *r* sinalamos a orixe *O*, que é o valor cero, 0.
- Á **dereita** do cero e equidistante colocamos ordenados os números enteiros **positivos**, e á **esquerda**, colocamos os números enteiros **negativos**.



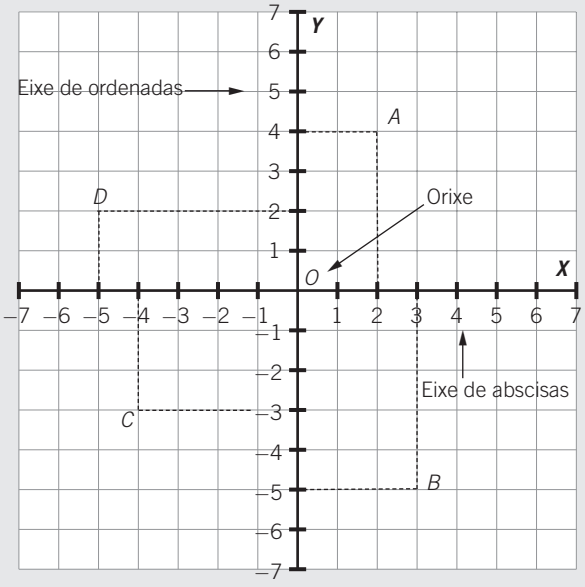
1 **Dados os números −2, +2, −5, +5, −8, +8, −10, +10:**

a) Represéntaos na recta numérica.

b) Cal está máis preto e cal está máis lonxe da orixe?

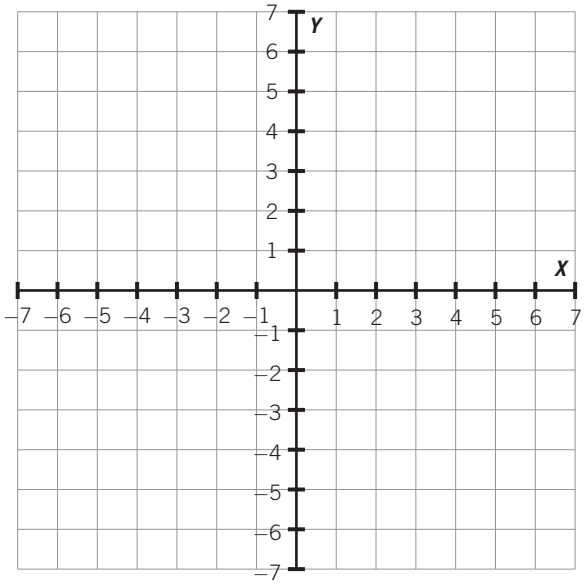
EIXES CARTESIANOS NO PLANO

- Para representar puntos no plano, utilizamos un sistema formado por dúas rectas perpendiculares chamado **sistema de eixes cartesianos**.
  - Na **recta *X*** ou **eixe de abscisas** represéntanse os números enteiros de forma horizontal.
  - Na **recta *Y*** ou **eixe de ordenadas** represéntanse os números enteiros de forma vertical.
  - O punto onde se cruzan chámase **orixe** e é o valor cero, 0, en cada recta.
- Cada punto no plano ten dúas referencias numéricas chamadas **coordenadas**.
  - O primeiro número corresponde á **coordenada *x***.
  - O segundo número corresponde á **coordenada *y***.



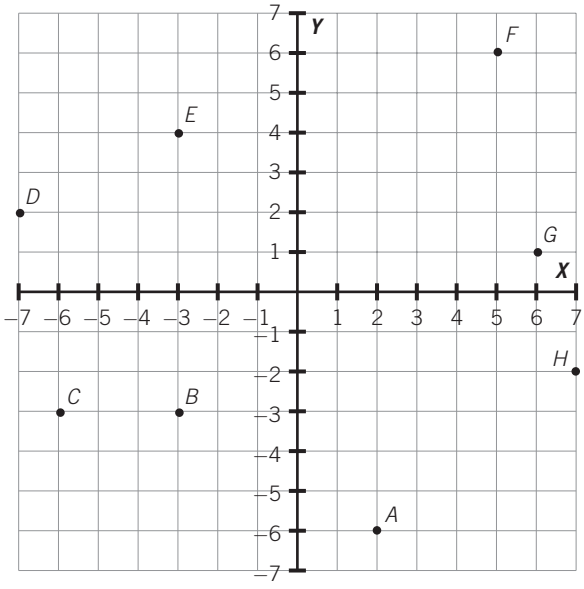
PUNTO	COORDENADAS	EIXE *X*	EIXE *Y*
A	(+2, +4)	+2	+4
B	(+3, −5)	+3	−5
C	(−4, −3)	−4	−3
D	(−5, +2)	−5	+2

2 **Completa a táboa e representa os puntos que se indican nun sistema de eixes cartesianos.**



PUNTO	COORDENADAS	EIXE *X*	EIXE *Y*
A	(–2, –4)		
B	(+3, +6)		
C	(+5, –3)		
D	(–1, +7)		
E	(+4, 0)		
F	(–4, 0)		

3 **Observa os puntos deste sistema de eixes cartesianos e completa a táboa.**



PUNTO	COORDENADAS	EIXE *X*	EIXE *Y*
A	(+2, –6)		
B			
C			
D			
E			
F			
G			
H			

ADAPTACIÓN CURRICULAR

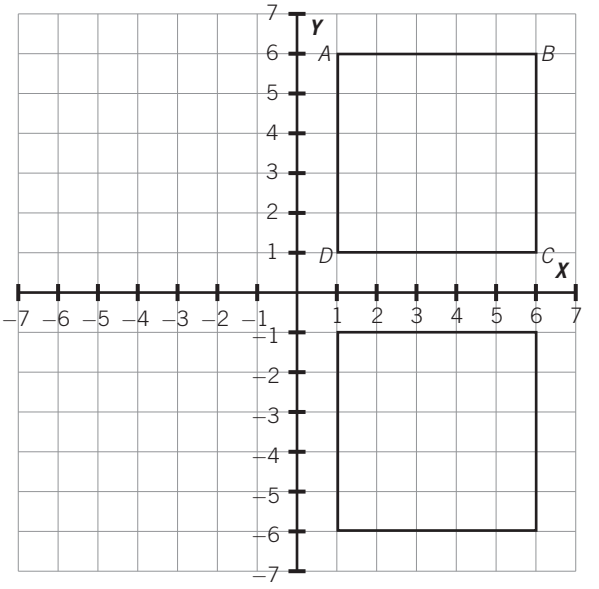
4 **Representa os seguintes puntos nun sistema de eixes cartesianos: *A* (0, +3); *B* (+2, −2); *C* (+6, −1); *D* (−4, −4); *E* (−5, 0); *F* (−3, +5).**

5 **Observa a figura adxunta.**

a) Indica as coordenadas dos vértices *A*, *B*, *C* e *D*.

b) Indica as coordenadas dos vértices da figura simétrica: *A'*, *B'*, *C'* e *D'*.

PUNTO	COORDENADAS	PUNTO	COORDENADAS
A		*A'*	
B		*B'*	
C		*C'*	
D		*D'*	



6 **Respecto ao exercicio anterior, debuxa nun sistema de eixes cartesianos as figuras simétricas que se orixinarían nos outros dous cuadrantes e indica as coordenadas no plano dos seus vértices.**

 MATERIAL FOTOCOPIABLE © EDICIÓNS OBRADOIRO, S. L. / SANTILLANA EDUCACIÓN, S. L. ■

INTERPRETAR E REPRESENTAR TÁBOAS DE VALORES

NOME: _____ CURSO: _____ DATA: _____

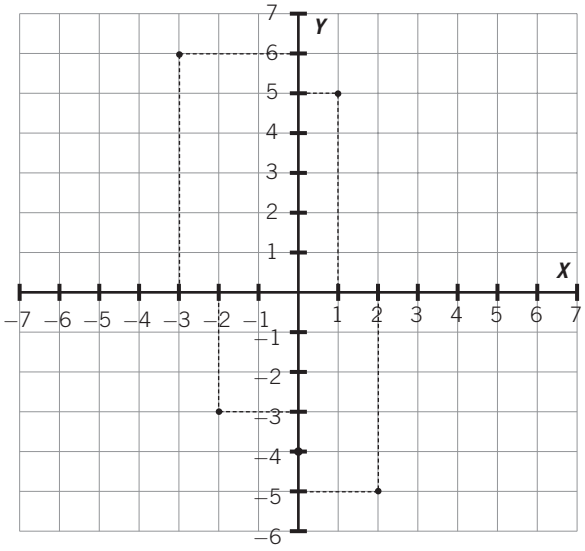
TÁBOAS DE VALORES E PUNTOS NO EIXE CARTESIANO

- Podemos expresar parellas de valores de números mediante pares de valores utilizando táboas horizontais ou verticais. Cada par de valores dunha táboa representa un punto do plano, e viceversa.
- A cada punto do plano correspóndelle un par de valores ordenados:
  a) A primera fila ou columna corresponde ao valor numérico do eixe horizontal, *X*.
  b) A segunda fila ou columna corresponde ao valor numérico do eixe vertical, *Y*.

EXEMPLO

Forma a táboa e representa os pares de valores.
(–2, –3), (2, –5), (–3, 6), (1, 5), (0, –4)

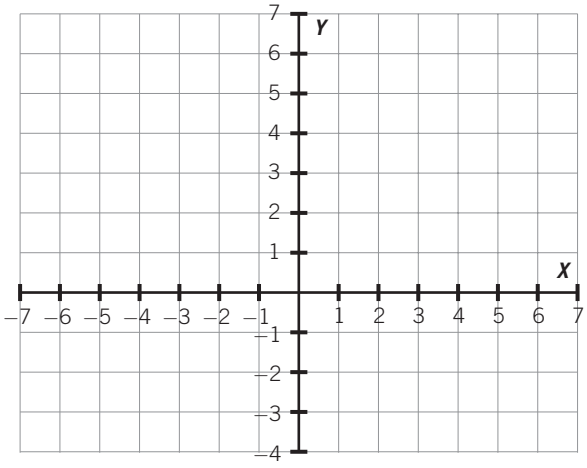
EIXE *X*	EIXE *Y*
–2	–3
2	–5
–3	6
1	5
0	–4



1 **Forma os pares de valores que se indican na táboa e represéntaos nun sistema de eixes cartesianos.**

Pares de valores: .....

EIXE *X*	EIXE *Y*
4	7
2	–1
–1	6
4	0
–1	–3
–2	5



2 **Forma a táboa de valores dos seguintes pares ordenados e represéntaos nun sistema de eixes cartesianos.**

(0, –4), (–5, 5), (2, –2), (–3, 6), (7, 0), (–4, 0), (6, 6)

Mediante unha **táboa** podemos relacionar cantidades de dúas magnitudes.

EXEMPLO

Un saco de azucre pesa 2 quilogramos, 2 sacos de azucre pesan 4 quilogramos, 3 sacos de azucre pesan 6 quilogramos...

Formamos a táboa de valores coas dúas magnitudes.

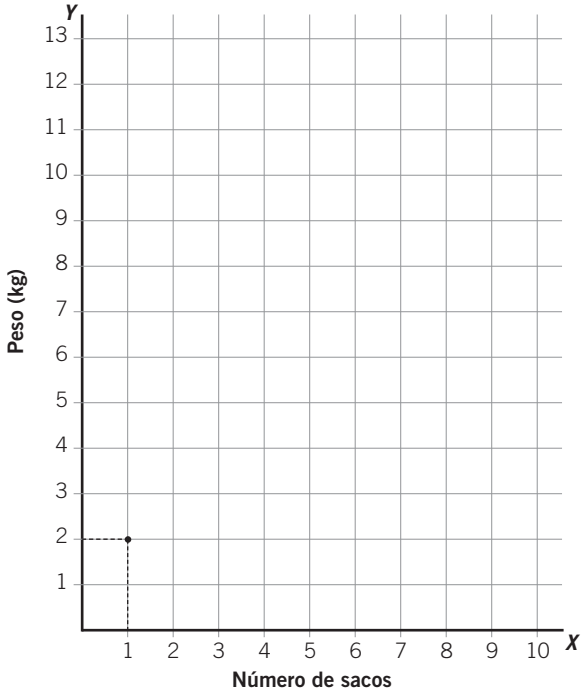
N.º DE SACOS	1	2	3	4	5	6	...
PESO (kg)	2	4	6	8	10	12	...

Tamén podemos reflectir esta información nun sistema de eixes.

3 **Representa no sistema de eixes os valores do exemplo anterior.**

– No eixe *X* represéntanse os valores da magnitude *número de sacos*.

– No eixe *Y* represéntanse os valores da magnitude *peso* (en kg).



4 **As alturas (en cm) dun grupo de alumnos son Antón: 150 cm, Ana: 160 cm, Xoán: 170 cm, María: 140 cm, Pedro: 120 cm, Eva: 130 cm e Helena: 160 cm. Forma unha táboa cos pares de valores e represéntaos nun sistema de eixes.** ***(Inicia os valores de altura en 100 e despois auméntao de 10 en 10.)***

a) Que alumno é o máis alto?

b) Que alumno é o máis baixo?

c) Hai alumnos coa mesma altura.

As **gráficas** pódennos proporcionar informacións sobre as magnitudes e os seus valores no plano.

5 **As temperaturas medias (en °C) dos meses do ano foron: xaneiro: 6 °C, febreiro: 8 °C, marzo: 10 °C, abril: 16 °C, maio: 18 °C, xuño: 22 °C, xullo: 30 °C, agosto: 36 °C, setembro: 26 °C, outubro: 16 °C, novembro: 12 °C e decembro: 8 °C.**

a) Forma unha táboa de valores coas magnitudes correspondentes.

b) Representa os pares de valores nun sistema de eixes cartesianos.

c) Realiza unha interpretación dos datos: mes máis frío, mes máis cálido, meses con igual temperatura, diferenzas de temperatura máis acusadas entre meses, etc.

INTERPRETAR GRÁFICAS. RECOÑECER A IDEA DE FUNCIÓN

NOME: _____ CURSO: _____ DATA: _____

VARIABLES E GRÁFICAS

- Nas táboas de valores relaciónanse dúas magnitudes. Estas magnitudes chámanse **variables**, porque toman distintos valores, é dicir, varían.
- Nos pares de valores (*a*, *b*), (*c*, *d*), (*e*, *f*) e (*g*, *h*), o segundo valor depende do primeiro:
  – *a*, *c*, *e*, *g* son a **variable independente**; o seu valor fíxase previamente e desígnanse coa letra *x*.
  – *b*, *d*, *f*, *h* son a **variable dependente**; o seu valor depende do valor de *x* e desígnanse coa letra *y*.
- Se representamos os valores nun sistema de eixes e unimos os seus puntos, obtemos unha **gráfica**:
  – A variable independente (*x*) sitúase no eixe de abscisas ou horizontal.
  – A variable dependente (*y*) sitúase no eixe de ordenadas ou vertical.

x	*y*
a	*b*
c	*d*
e	*f*
g	*h*

EXEMPLO

Un quilo de amorodos custa 3 €.

a) Magnitudes: *peso* (kg) e *prezo* (€).

b) Variable independente: peso (kg) (fíxase previamente).

c) Variable dependente: prezo (€) (depende do número de quilos).

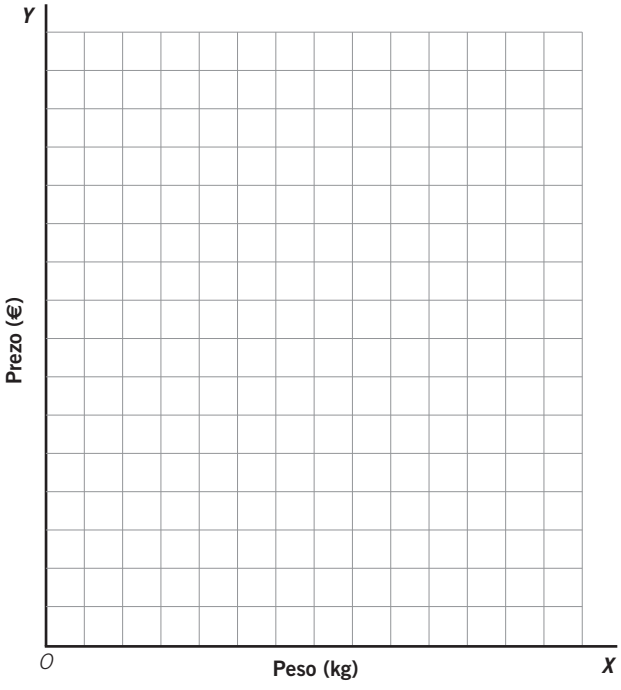
d) Táboa de valores:

PESO (kg)	1	2	3	4	5
PREZO (€)	3	6	9	12	15

1 **Respecto ao exemplo anterior:**

a) Representa os pares de valores no sistema de eixes adxunto.

b) Une os puntos. Que obtés?

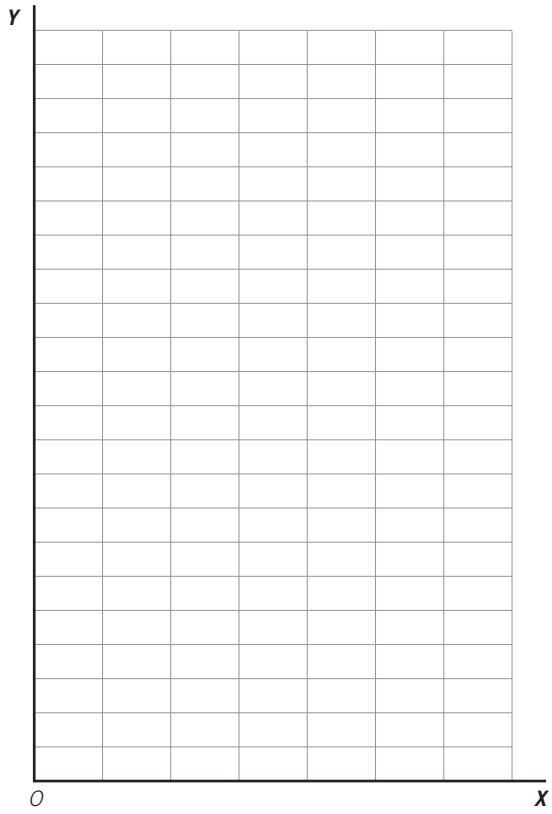


2 **Nunha tenda 1 metro de tea custa 4 €. Canto custarán 2, 3, 4, 5 e 6 metros de tea?**

a) Forma a táboa de valores coas magnitudes que interveñen.

b) Indica a variable independente e a dependente.

c) Representa os valores nun sistema de eixes e traza a gráfica correspondente.



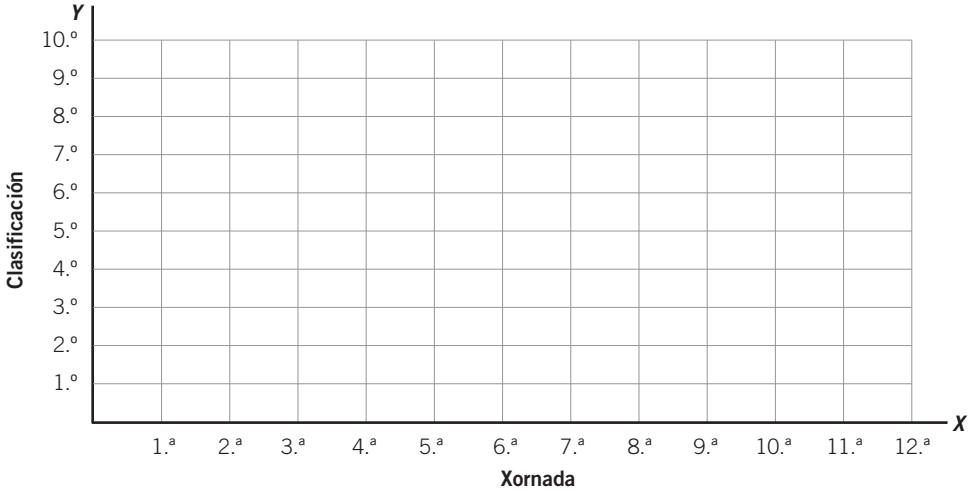
3 **A clasificación dun equipo nun campionato de fútbol foi:**

XORNADA (valor *x*)	1.ª	2.ª	3.ª	4.ª	5.ª	6.ª	7.ª	8.ª	9.ª	10.ª	11.ª	12.ª
POSTO (valor *y*)	4.º	5.º	3.º	7.º	8.º	5.º	9.º	10.º	8.º	6.º	4.º	2.º

a) Representa os valores nun sistema de eixes.

b) Cal foi a xornada con mellor clasificación?

c) E a xornada con peor clasificación?



4 **A temperatura media durante o ano pasado nun lugar vén determinada pola seguinte táboa de valores.**

MES	Xaneiro	Febreiro	Marzo	Abril	Maio	Xuño	Xullo	Agosto	Set.	Outubro	Nov.	Dec.
TEMPERATURA (°C)	4	8	12	18	22	26	32	34	26	14	10	2

a) Representa os valores nun sistema de eixes e traza a gráfica correspondente.

b) Indica as variables dependente e independente.

c) Cal foi o mes con menor temperatura media?

d) E o mes con maior temperatura?

CONCEPTO DE FUNCIÓN

- Nos exercicios anteriores, os valores obtidos en cada posto de clasificación do equipo de fútbol e en cada temperatura media están en función dos valores de cada xornada xogada e de cada mes do ano.
- O valor de *y* está en función do valor que toma *x*. A relación entre dúas magnitudes podémola escribir cunha expresión alxébrica, é dicir, combinando letras, números e signos aritméticos.
- A cada valor da variable independente (*x*) correspóndelle un único valor da variable dependente (*y*).
- Así, na expresión alxébrica $3x + 1$, cada vez que se lle asignen valores numéricos á variable *x* obteranse outros valores numéricos que están en función deles: multiplicamos por tres e sumamos un.

En $3x + 1$:

VALOR DE *x*	**VALOR OBTIDO**
0	$3 \cdot 0 + 1 = 0 + 1 = 1$
1	$3 \cdot 1 + 1 = 3 + 1 = 4$
2	$3 \cdot 2 + 1 = 6 + 1 = 7$
-1	$3 \cdot (-1) + 1 = -3 + 1 = -2$
-2	$3 \cdot (-2) + 1 = -6 + 1 = -5$

→

Exprésase: $y = 3x + 1$

***x* (valor)**	***y* (valor)**
0	1
1	4
2	7
-1	-2
-2	-5

 MATERIAL FOTOCOPIABLE © EDICIÓNS OBRADOIRO, S. L. / SANTILLANA EDUCACIÓN, S. L. ■

5 **Elabora a táboa de valores de cada unha das seguintes funcións.**

a) $y = x + 2$

x	*y*
0	
1	3
−1	
2	
−2	

Exemplo: $x = 1$
$y = 1 + 2 = 3$

c) $y = 2x - 1$

x	*y*
0	
−1	−3

Exemplo: $x = -1$
$y = 2 \cdot (-1) - 1 = -2 - 1 = -3$

e) $y = 2x + 1$

x	*y*
1	3

Exemplo: $x = 1$
$y = 2 \cdot 1 + 1 = 2 + 1 = 3$

b) $y = -3x$

x	*y*

d) $y = 2 - x$

x	*y*

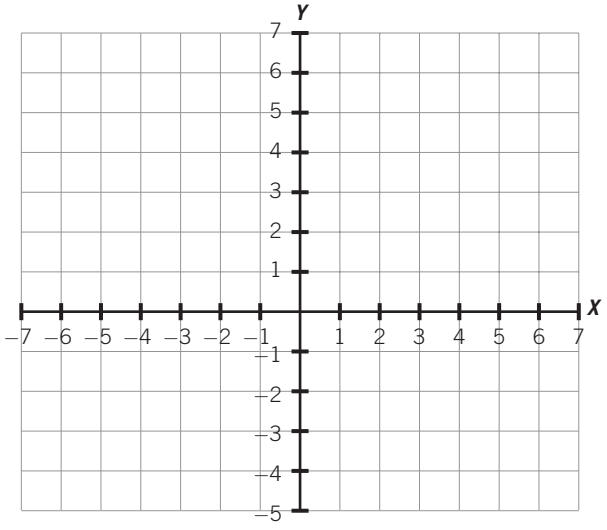
f) $y = x - 5$

x	*y*

6 **Representa graficamente as funcións: calcula os pares de valores mediante unha táboa e une os puntos obtidos nos sistemas de eixes cartesianos.**

a) $y = x - 1$

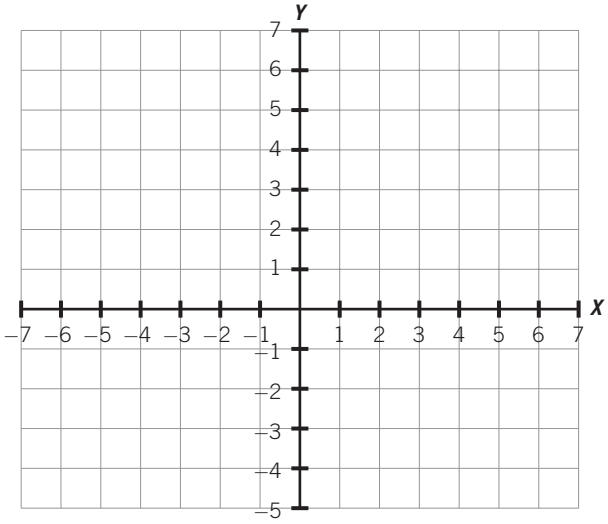
x	*y*
0	
1	
−1	
2	
2	



ADAPTACIÓN CURRICULAR

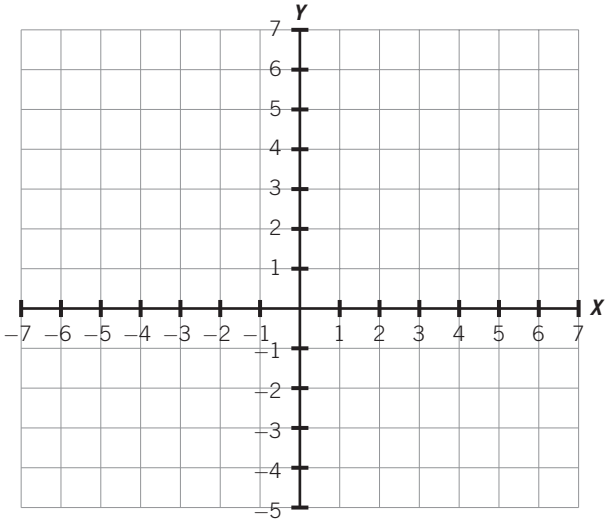
b) $y = 2x - 2$

x	y



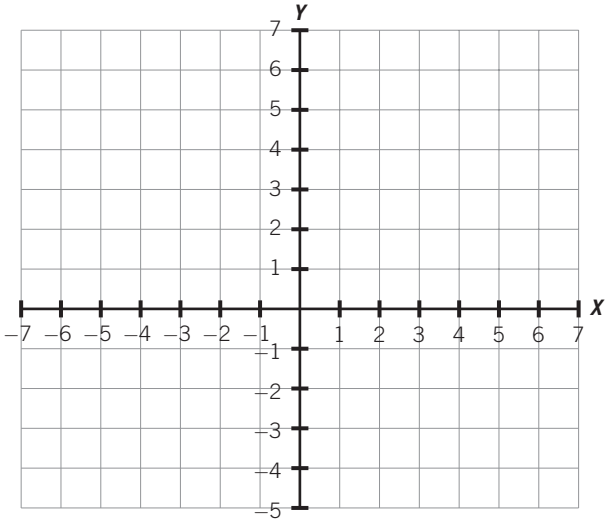
c) $y = 2x + 2$

x	y



d) $y = -3x + 5$

x	y



CARACTERÍSTICAS DAS FUNCIÓNS

Cando representamos funcións mediante gráficas podemos observar as seguintes características.

- Poden ser **crecentes**: se ao aumentar a variable independente tamén aumenta a variable dependente, a gráfica crece.
- Poden ser **decrecentes**: se ao aumentar a variable independente, diminúe a variable dependente, a gráfica decrece.
- A gráfica de **funcións de proporcionalidade directa**, que relaciona dúas magnitudes directamente proporcionais, é unha liña recta que pasa pola orixe, é dicir, polo punto (0, 0).
- A gráfica de **funcións de proporcionalidade inversa**, que relaciona dúas magnitudes inversamente proporcionais, é unha liña curva que non pasa pola orixe.

7 **Un quilogramo de peixe custa 2 €, e a súa función vén definida pola expresión $y = 2x$.**

a) Elabora unha táboa de valores para o prezo de 2, 3, 4, 5 e 6 kg de peixe.

b) Representa os valores nun sistema de eixes e debuxa a gráfica obtida.

c) Describe algunha característica da gráfica.

8 **Un camión percorre unha distancia de 120 km, de modo que se aumenta a velocidade, ata un límite de 80 km/h, tardará menos tempo en percorrer esa distancia.**
A función que relaciona o tempo que tarda (y) coa velocidade (x) vén definida pola expresión $y = \frac{120}{x}$.

a) Elabora unha táboa de valores para estas velocidades (en km/h): 40, 65, 70 e 80.

b) Representa os valores nun sistema de eixes e debuxa a gráfica obtida.

c) Describe algunha característica da gráfica.

9 **Un rectángulo ten de base 5 m e altura *x*.**

a) A expresión da función que expresa a área do rectángulo é: .....

b) Elabora unha táboa de valores para estas alturas (en m): 2, 3, 4, 5 e 6.

c) Representa os valores nun sistema de eixes e une os puntos.

d) Describe algunha característica da gráfica.

10 **A seguinte táboa de valores mostra a evolución da temperatura dun vaso de leite a medida que pasa o tempo.**

TEMPO (min)	TEMPERATURA (°C)
0	90
3	80
6	70
9	60
12	50
15	40
18	

a) Representa a función nun sistema de eixes.

b) Calcula o valor da temperatura aos 18 minutos.

c) Describe algunha característica da función.

 MATERIAL FOTOCOPIABLE © EDICIÓNS OBRADOIRO, S. L. / SANTILLANA EDUCACIÓN, S. L. ■

14 Estatística

INTRODUCIÓN

O obxectivo desta unidade é achegar os alumnos ás interpretacións de datos que eles mesmos poden elaborar mediante enquisas e preguntas sinxelas, dirixidas principalmente aos seus compañeiros. Propomos actividades xa estruturadas e descritas, pero é aconsellable exporlles aos alumnos situacións semellantes para facelos partícipes do proceso completo: desde o reconto de datos, agrupación, elaboración de táboas e gráficos, cálculo das principais medidas de centralización, ata a interpretación final.

Recomendamos o uso de recursos próximos á realidade dos conceptos tratados: desde recortes de prensa con gráficos estatísticos sinxelos (poboación, vendas…) ou materiais de probabilidade: gobeletes, dados, cartas, bólas, buxainas, etc.

RESUMO DA UNIDADE

- Mediante a *Estatística*, recompilamos, agrupamos e interpretamos o significado dunha serie de datos relativos a un suceso.
- Os datos estatísticos agrúpanse en táboas, onde se reflicten as *frecuencias* con que aparecen.
- *Frecuencia absoluta* dun dato é o número de veces que se repite. A suma de todas as frecuencias absolutas é o número total de datos.
- *Frecuencia relativa* dun dato é o cociente entre a frecuencia absoluta e o número total de datos. A suma de todas as frecuencias relativas é 1.
- Os datos estatísticos represéntanse graficamente, e son os gráficos máis usuais o *diagrama de barras*, o *polígono de frecuencias* e o *diagrama de sectores*.
- Dunha serie de datos calcúlanse *medidas estatísticas* que axudan a interpretalos. As principais son a *media*, a *mediana* e a *moda*.

OBXECTIVOS	CONTIDOS	PROCEDEMENTOS
1. Interpretar e elaborar táboas de frecuencias.	• Datos estatísticos. • Táboas de frecuencias. Frecuencia absoluta e relativa.	• Reconto de datos estatísticos. • Formación de táboas de frecuencias.
2. Elaborar gráficos para representar un conxunto de datos.	• Gráficos estatísticos: diagrama de barras, polígono de frecuencias e diagrama de sectores.	• Construción de gráficos a partir de táboas de frecuencias. • Interpretación de gráficos.
3. Calcular as principais medidas de centralización.	• Media, mediana e moda dun conxunto de datos.	• Obtención das medidas estatísticas a partir dunha serie de datos. • Resolución de problemas.

14 OBXECTIVO 1
INTERPRETAR E ELABORAR TÁBOAS DE FRECUENCIAS

NOME: _____ CURSO: _____ DATA: _____

Cando recollemos unha serie de datos ou anotamos as respostas dunha pregunta, escribimos eses datos en táboas para analizalos, organizalos e emitir unha serie de opinións e conclusións. Eses datos chámanse **datos estatísticos**, e a ciencia que se ocupa de realizar estas investigacións é a **Estatística**.

EXEMPLO

Nunha clase de 24 alumnos de 2.º ESO as cualificacións obtidas no exame de Lingua foron: 4, 6, 7, 3, 6, 8, 5, 9, 2, 7, 5, 8, 7, 5, 4, 7, 8, 4, 6, 5, 8, 7, 3 e 10.

NOTAS	RECONTO	FRECUENCIA ABSOLUTA	FRECUENCIA RELATIVA
2	I	1	1/24
3	II	2	2/24
4	III	3	3/24
5	IIII	4	4/24
6	III	3	3/24
7	~~IIII~~	5	5/24
8	IIII	4	4/24
9	I	1	1/24
10	I	1	1/24
		24	**24/24 = 1**

Frecuencia absoluta

É o número de veces que se repite o dato.

Frecuencia relativa

É o cociente entre a frecuencia absoluta e o número total de datos, e indica a relación do dato con respecto ao total de datos.

- A suma de frecuencias absolutas é o número total de datos: $1 + 2 + 3 + 4 + 3 + 5 + 4 + 1 + 1 = 24$
- A suma das frecuencias relativas é a unidade.

$$\frac{1}{24} + \frac{2}{24} + \frac{3}{24} + \frac{4}{24} + \frac{3}{24} + \frac{5}{24} + \frac{4}{24} + \frac{1}{24} + \frac{1}{24} = \frac{24}{24} = 1$$

1 **Preguntóuselles a 50 alumnos do primeiro ciclo de ESO a idade (en anos) que teñen, e obtivéronse os seguintes datos: 12, 13, 12, 14, 13, 15, 13, 12, 14, 15, 13, 12, 14, 15, 13, 12, 16, 14, 15, 13, 14, 15, 12, 16, 12, 14, 15, 13, 12, 13, 15, 16, 14, 15, 13, 14, 15, 15, 13, 14, 15, 12, 16, 12, 13, 12, 14, 15, 13 e 12. Completa a táboa.**

a) Suma todas as frecuencias absolutas.

b) Suma todas as frecuencias relativas.

c) Cal é a idade que máis se repite?

d) Cal é a idade que menos se repite?

IDADES	RECONTO	FRECUENCIA ABSOLUTA	FRECUENCIA RELATIVA
12			
13			
14			
15			
16			
	Total		

2 **As temperaturas medias diarias (en °C) durante o mes de decembro foron:**

+11, −2, +8, +2, −1, +6, +8, +4, +8, +9, +2, +6, +2, +4, +8, −1,
+9, +6, +9, +6, +8, +4, +8, −2, +4, −1, −2, +1, +6, +2, +8

Completa a seguinte táboa.

TEMPERATURA (°C)	RECONTO	FRECUENCIA ABSOLUTA	FRECUENCIA RELATIVA
−1			
−2			
+1			
	Total		

3 **Lanzouse un dado de parchís 40 veces, e se obtivéronse estes resultados.**

6, 1, 5, 3, 4, 1, 2, 3, 5, 4, 6, 4, 3, 4, 1, 2, 3, 5, 4, 6,
1, 4, 3, 5, 2, 1, 2, 4, 6, 3, 5, 4, 1, 2, 3, 5, 4, 6, 2, 3

a) Forma unha táboa de datos co reconto, e calcula a frecuencia absoluta, a frecuencia relativa e os totais.

b) Cal é valor que máis veces saíu?

4 **André recolleu os seguintes datos, referidos ao número de irmáns que teñen os seus compañeiros da clase.**

4, 1, 0, 1, 2, 3, 4, 1, 0, 3, 2, 1, 3, 2, 1, 6, 5, 1, 2, 2, 1, 2, 3, 4

a) Forma unha táboa de datos co reconto, a frecuencia absoluta, a frecuencia relativa e os totais.

b) Cal é o valor que máis se repite?

En ocasións, os datos que recollemos non son numéricos, senón que responden a **valores cualitativos**, é dicir, a características ou valores que non son números, senón calidades.

5 **Natalia preguntou nos cursos de 2.º ESO A, B e C sobre o tipo de música que prefiren os seus compañeiros. Os datos reflectiunos na seguinte táboa. Completa os valores que faltan.**

TIPO DE MÚSICA	FRECUENCIA ABSOLUTA	FRECUENCIA RELATIVA
Rock	16	
Pop		$\frac{21}{75}$
Bakalao		
Tecno	18	
Melódica		$\frac{9}{75}$
Total	**75**	

6 **Realizóuselles unha enquisa aos 44 alumnos de 2.º ESO A e B sobre a estación do ano en que naceron.**

Asignámoslle á primavera a letra P, ao verán V, ao outono O e ao inverno I, e anótanse os seguintes resultados.

P, I, V, I, O, P, V, O, V, O, I, V, I, O, P, V, O, V, O, I, V, P,
V, O, O, I, P, P, V, V, O, I, P, V, O, I, I, P, V, O, V, O, I, P

Completa a táboa.

ESTACIÓN	RECONTO	FRECUENCIA ABSOLUTA	FRECUENCIA RELATIVA
Primavera - P			
Verán - V			
Outono - O			
Inverno - I			
Total			

ELABORAR GRÁFICOS PARA REPRESENTAR UN CONXUNTO DE DATOS

NOME: _____ CURSO: _____ DATA: _____

Os datos estatísticos represéntanse mediante **gráficos**, que nos axudan a visualizar e interpretar a información recollida. Os gráficos máis importantes son: o diagrama de barras, o polígono de frecuencias e o diagrama de sectores.

DIAGRAMA DE BARRAS

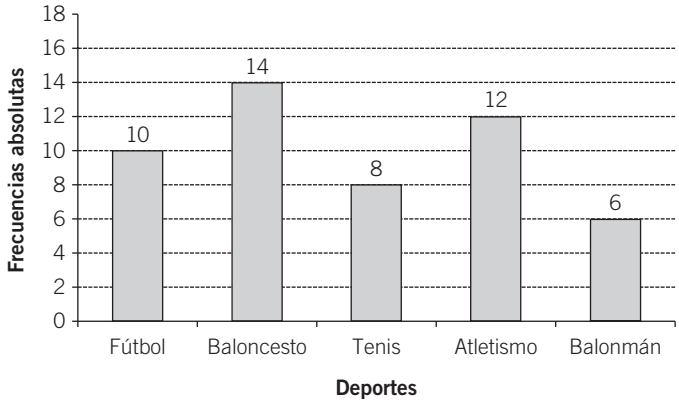
- Para facelo utilizamos un sistema de eixes. No eixe horizontal representamos os datos, e no vertical, as frecuencias absolutas.
- A frecuencia que corresponde a cada dato represéntase por unha barra. En ocasións pódese mostrar a frecuencia sobre a barra.

EXEMPLO

No curso de 2.º ESO os deportes favoritos dos alumnos son:

DEPORTES	Fútbol	Baloncesto	Tenis	Atletismo	Balonmán
FRECUENCIA	10	14	8	12	6

Deportes favoritos 2.º ESO



1 **Entre os alumnos de 2.º ESO realizouse unha enquisa sobre o tipo de programas de televisión preferido, e obtivéronse os resultados da táboa. Represéntaos nun diagrama de barras.**

PROGRAMA TV	Deportivos	Musicais	Culturais	Películas	Concursos
FRECUENCIA ABSOLUTA	16	10	4	8	12

2 **As idades (en anos) de 24 alumnos de ESO que participan en competicións deportivas son:**

16, 14, 15, 13, 14, 15, 12, 16, 12, 13, 12, 14, 13, 15, 13,
12, 14, 15, 13, 12, 14, 15, 13, 12

a) Forma unha táboa de frecuencias.

b) Representa os datos nun diagrama de barras.

3 **Nunha clase de 25 alumnos realizouse unha enquisa para coñecer o número de irmáns que teñen. Os resultados foron:**

0, 1, 3, 4, 2, 2, 1, 4, 5, 2, 0, 1, 1, 3, 2, 2, 4, 3, 2, 6, 0, 1, 2, 3, 2

a) Forma unha táboa de frecuencias.

b) Representa os datos nun diagrama de barras.

4 **Lanzouse 100 veces un dado de parchís. Os resultados obtidos nos lanzamentos veñen indicados na táboa. Represéntaos nun diagrama de barras.**

CARAS	FRECUENCIA ABSOLUTA
1	12
2	14
3	16
4	18
5	20
6	20
Total	**100**

 MATERIAL FOTOCOPIABLE © EDICIÓNS OBRADOIRO, S. L. / SANTILLANA EDUCACIÓN, S. L. ■

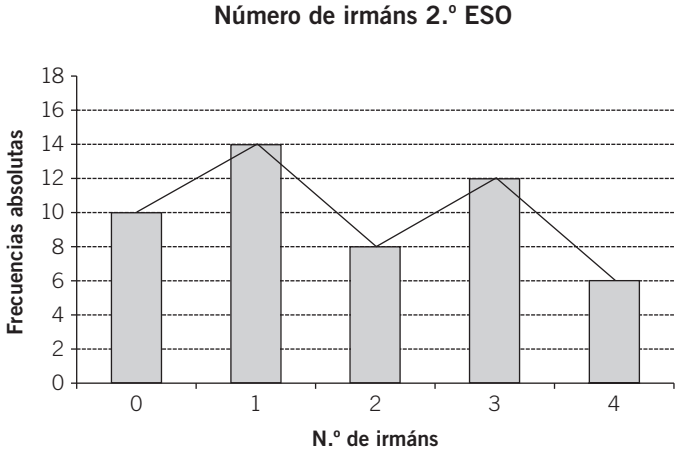
POLÍGONO DE FRECUENCIAS

- Elabórase a partir do diagrama de barras.
- Formamos un diagrama de barras, unimos os extremos superiores das barras e obtemos unha liña poligonal chamada polígono de frecuencias.

EXEMPLO

En 2.º ESO o número de irmáns dos alumnos é:

Nº DE IRMÁNS	FRECUENCIA
0	10
1	14
2	8
3	12
4	6



5 **As cualificacións en Matemáticas dos alumnos dunha clase foron:**

CUALIFICACIÓN	FRECUENCIA
Insuficiente	6
Suficiente	8
Ben	5
Notable	3
Sobresaliente	2

Representa os datos mediante un polígono de frecuencias.

6 **As vendas dun concesionario de coches no último mes son:**

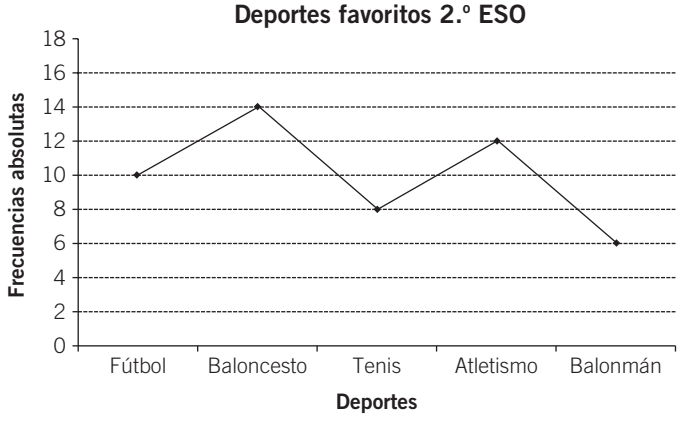
TURISMOS	DEPORTIVOS	TODOTERREOS	FAMILIARES	INDUSTRIAIS	OUTROS MODELOS
60	8	10	35	40	4

Representa os datos mediante un polígono de frecuencias.

Se eliminamos as barras do polígono, obtemos un **gráfico de liñas**, no que se resaltan as frecuencias cun punto groso.

EXEMPLO

No exemplo da páxina 411, o gráfico quedaría así:



7 **Carme e Eva anotaron as temperaturas medias (en °C) rexistradas no colexio durante todo o curso escolar. Obtiveron os seguintes resultados.**

SET.	OUTUBRO	NOV.	DEC.	XANEIRO	FEBREIRO	MARZO	ABRIL	MAIO	XUÑO
20	14	12	10	8	10	14	18	20	24

Realiza un gráfico de liñas correspondente aos datos da táboa.

8 **Os postos na táboa de clasificación dun equipo de baloncesto durante 12 xornadas foron: 3.º, 5.º, 2.º, 1.º, 3.º, 4.º, 2.º, 5.º, 3.º, 2.º, 4.º e 2.º.**

a) Realiza unha táboa de frecuencias segundo os datos anteriores.

b) Fai un gráfico de liñas.

POSTO	N.º DE VECES
1.º	1
2.º	
3.º	
4.º	
5.º	2

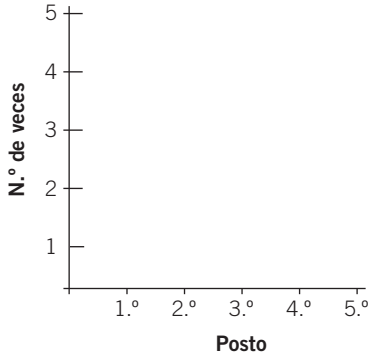


DIAGRAMA DE SECTORES

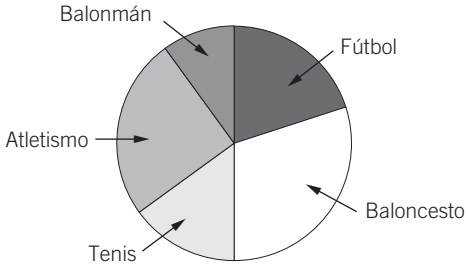
Os datos represéntanse nun círculo. Cada sector representa un valor da variable. O ángulo de cada sector circular é proporcional á frecuencia absoluta de cada dato.

EXEMPLO

Os deportes favoritos de 40 alumnos son:

DEPORTE	FRECUENCIA
Fútbol	8
Baloncesto	12
Tenis	6
Atletismo	10
Balonmán	4
Total	**40**

Deportes favoritos



9 **Para determinar o ángulo de cada sector utilizamos o seguinte procedemento.**

Dividimos o círculo completo: 360º, en tantas partes como frecuencias absolutas hai: 40; multiplicamos o resultado por cada frecuencia absoluta e co transportador determínase cada sector circular.

A cada parte correspóndenlle 360° : 40 = 9°.

Completa a táboa.

DEPORTE	FRECUENCIA	SECTOR CIRCULAR (°)
Fútbol	8	$9 \cdot 8 =$ **72°**
Baloncesto	12	$9 \cdot 12 =$ .....
Tenis	6	$9 \cdot$ ..... = ...
Atletismo	10	$9 \cdot$ ..... = ...
Balonmán	4	$9 \cdot 4 =$ **36°**
Total	**40**	..... = **360°**

ADAPTACIÓN CURRICULAR

10 **O destino de vacacións de 90 familias foi o seguinte.**

DESTINO	FRECUENCIA ABSOLUTA	SECTOR CIRCULAR 360° : 90 = ...
Praia	26	
Montaña	22	
Turismo rural	18	
Circuítos	10	
Estranxeiro	8	
Outros destinos	6	
Total	**90**	**360°**

Completa a táboa e representa os datos mediante un diagrama de sectores.

11 **Realizóuselles unha enquisa a 360 fogares sobre as canles de televisión preferidas. As respostas foron as reflectidas na táboa. Represéntaas nun diagrama de sectores.**

DESTINO	FRECUENCIA ABSOLUTA	SECTOR CIRCULAR 360° : 360 = ...
TVE7	120	
A 3	20	
Autonómicas	45	
Antena 4	35	
Tele 2	80	
A Quinta	60	
Total	**360**	**360°**

12 **O número de irmáns dos 24 alumnos de 2.º ESO indícase na táboa. Representa os datos nun diagrama de sectores.**

NÚMERO DE IRMÁNS	FRECUENCIA ABSOLUTA	SECTOR CIRCULAR 360° : 24 = ...
1	5	
2	8	
3	6	
4	4	
5 ou máis	1	
Total	**24**	**360°**

 MATERIAL FOTOCOPIABLE © EDICIÓNS OBRADOIRO, S. L. / SANTILLANA EDUCACIÓN, S. L. ■

CALCULAR AS PRINCIPAIS MEDIDAS DE CENTRALIZACIÓN

NOME: _____ CURSO: _____ DATA: _____

MEDIA ARITMÉTICA

- A **media aritmética** dun conxunto de datos é o **valor medio** que os representa. É un valor numérico que está comprendido entre o menor valor e o maior dun conxunto de datos. Pode non coincidir con algún dos datos, e tamén pode ser un número decimal.
- Só se obtén con datos cuantitativos (cantidades). Adóitase representar co símbolo $\overline{x}$.

Cálculo da media aritmética

– Obtense dividindo a suma de todos os datos entre o número total deles.

– Se os datos veñen nunha táboa coas súas frecuencias absolutas, multiplícase cada dato pola súa frecuencia, súmanse todos os produtos obtidos e divídese entre o número total deles.

EXEMPLO

A altura (en cm) de 24 alumnos de ESO é: 160, 168, 164, 170, 162, 166, 172, 168, 164, 162, 160, 168, 170, 160, 162, 164, 160, 170, 160, 164, 168, 162, 160, 160. Cal é a altura media do grupo?

$$\overline{x} = \frac{1.120 + 648 + 656 + 166 + 672 + 510 + 172}{24} = \frac{3.944}{24} = 164{,}33 \text{ cm}$$

ALTURA	FRECUENCIA ABSOLUTA	DATOS POR FREC. ABSOLUTA
160	7	1.120
162	4	648
164	4	656
166	1	166
168	4	672
170	3	510
172	1	172
Total	**24**	**3.944**

164,33 cm é a media aritmética.

- A media representa a altura media do grupo.
- Está comprendida entre o valor menor e maior: 160 cm e 172 cm.
- Non coincidiu con ningún valor e é un número decimal.

1 **Os pesos (en kg) de cinco xogadores de baloncesto son 54, 58, 62, 60 e 56. Calcula o peso medio.**

$$\overline{x} = \frac{54 + 58 + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots}{5} =$$

2 **Marta obtivo estas notas en catro exames de Historia: 6,5; 5,75; 7,25 e 7. Calcula a súa nota media.**

ADAPTACIÓN CURRICULAR

3 **As temperaturas (en °C) rexistradas durante o mes de setembro foron:**

18, 19, 22, 16, 21, 20, 19, 18, 17, 22, 21, 23, 25, 19, 20, 19, 22, 21, 20, 24, 23, 21, 19, 4, 23, 19, 18, 19, 20, 21

Calcula a temperatura media do mes.

MEDIANA E MODA

- A **mediana** dun conxunto de datos é o **valor central** deles.
- Se o número de datos é impar, ordénanse e a mediana será o valor central.
- Se o número de datos é par, ordénanse e a mediana será a semisuma dos dous valores centrais.
- A **moda** dun conxunto de datos é o **valor que máis se repite**, é dicir, o que ten maior frecuencia absoluta. Pode haber unha, varias ou ningunha moda.

EXEMPLO

As notas dun grupo de 7 alumnos en Matemáticas son:

6, 7, 5, 8, 7, 4, 3

Calcula a mediana e a moda.

Mediana:

3 - 4 - 5 - 6 - 7 - 7 - 8

6 é o valor central e é a mediana.

Moda:

7 é o valor con maior frecuencia (2 veces) e é a moda.

DATOS	FREC. ABSOLUTA
3	1
4	1
5	1
6	1
7	2
8	1

4 **Respecto aos datos do exemplo anterior, se engadimos a nota dun 9 referida a un alumno máis, calcula agora a mediana e a moda das cualificacións.**

5 **As idades (en anos) dun grupo de amigas son 16, 15, 17, 15, 17, 14, 15 e 16. Calcula a mediana e a moda.**

6 **Calcula a mediana e a moda dos datos do exercicio 3.**