

1º BOLETÍN MATEMÁTICAS 3º ESO

ENTREGAR ANTES DO 19 DE XANEIRO DE 2024

1.- Opera y simplifica el resultado:

a) $2 - \frac{2}{3} : \frac{5}{2} + (-2) - \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{2}\right)$

b) $5 - 3 \cdot \left[\frac{1}{8} - \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} + \frac{1}{2}\right]$

c) $\frac{\frac{1}{8} + \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4}}{(-3) \cdot \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{2}\right)}$

d) $\left(\frac{2}{3} - 2\right) \cdot \left(\frac{1}{2} + 5\right) - \left(4 + \frac{1}{3}\right) \cdot \left(2 - \frac{1}{3}\right)$

e) $\frac{1}{2} \left[2 + \frac{3}{5}(-2)\right] + (3 - 2 \cdot 5 + 1) \cdot \frac{2}{3}$

f) $\frac{2}{5} \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{3}\right) - \frac{11}{4} \left(\frac{5}{11} - \frac{1}{3}\right) + 5 : \left(1 + \frac{2}{3}\right)$

2.- Calcula pasando a fracción:

a) $0,\widehat{4} + 0,\widehat{3} + 0,\widehat{2}$

b) $3,0\widehat{7} - 1,6\widehat{7}$

c) $0,\widehat{7} + 1,\widehat{23}$

d) $0,3\widehat{6} - 1,\widehat{2}$

3.- Pon una cruz en el/los conjuntos numéricos a los que pertenecen los siguientes números:

	⊙ NATURALES	⊙ ENTEROS	⊙ RACIONALES	⊙ IRRACIONALES	⊙ REALES
$\frac{\pi}{2} + 1$					
0,2345454545...					
$-\frac{49}{7}$					
$+\sqrt{100}$					
$-\sqrt{5}$					
$\sqrt{-16}$					

4.- Completa la tabla con el redondeo correspondiente:

	REDONDEO A LAS DÉCIMAS	REDONDEO A LAS CENTÉSIMAS	REDONDEO A LAS MILÉSIMAS
4,25578			
3,524681			
7,00972			
10,999999			
6,99874			

5.- Completa:

Valor exacto	Valor aproximado	Error absoluto	Error relativo	Error porcentual
2,4	2	0,4	0,1667	16,67%
2,4	3			
10,8	11			
10,8	10			
57	60			
57	50			
40,15	40			

6.- Uxía se ha gastado 1.125 € en un televisor, y David se ha comprado una nevera por 875 €. Se aproxima el precio del televisor a 1.100 € y el de la nevera a 900 €. Indica de manera convenientemente razonada con qué aproximación se comete un error más grave.

7.- De un depósito que estaba lleno, se sacaron, primero, $\frac{2}{3}$ del total y, después, $\frac{1}{5}$ del total. Sabiendo que aún quedan 400 litros. ¿Cuál es la capacidad del depósito?. ¿Qué fracción del total se ha sacado entre las dos veces?

8.- De un depósito que estaba lleno, se sacaron, primero, $\frac{2}{3}$ del total y, después, $\frac{1}{5}$ de lo que quedaba. Sabiendo que aún quedan 400 litros. ¿Cuál es la capacidad del depósito?. ¿Qué fracción del total se ha sacado entre las dos veces?.

9.- Las $\frac{3}{4}$ partes de las calculadoras de bolsillo que vende un comercio son científicas y, de éstas, $\frac{5}{12}$ son programables. Averigua qué fracción de las calculadoras vendidas son programables. De 4.000 calculadoras vendidas en un año, ¿cuántas serán programables?.

10.- Calcula el valor de estas potencias:

a) ¿? b) $\left(\frac{2}{5}\right)^0$ c) 2^{-3} d) $\left(\frac{1}{3}\right)^2$ e) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$ f) ¿? g) $\left(-\frac{3}{4}\right)^2$ h) ¿?

11.- Reduce a una sola potencia utilizando las propiedades de las potencias:

a) $\left(\frac{2}{3}\right)^7 : \left(\frac{2}{3}\right)^8$ b) $\left[\left(\frac{3}{4}\right)^2 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^5\right]^2$ c) $\left[\left(\frac{1}{3}\right)^4 : \left(\frac{1}{3}\right)^3\right]^{-1}$ d) $\frac{3 \cdot 3^5 \cdot 3^{-2}}{3^3}$ e) $\left(\frac{3}{2}\right)^{-2} : \left(\frac{2}{3}\right)$

12.- Simplifica todo lo posible utilizando las propiedades de las potencias:

a) $\frac{(2^3)^{-1} \cdot 5^3 \cdot 7^2 \cdot 8}{7^3 \cdot 5^2 \cdot 2^0}$ b) $\frac{16 \cdot 8 \cdot 32}{64}$ c) $\frac{3^{-2} \cdot 5^2 \cdot 6^3}{2^{-3} \cdot 10^2}$ d) $\frac{3^{-3} \cdot 5^2 \cdot 6^3}{2^{-3} \cdot 10^4}$ e) $\frac{10^{-2} \cdot 5^3 \cdot 24}{6^4 \cdot 12^{-1}}$

13.- Expresa en notación científica.

- a) Distancia Tierra-Sol: 150 000 000 km. b) Caudal de una catarata: 1 200 000 l/s.
c) Velocidad de la luz: 300 000 000 m/s. d) Emisión de CO₂: 54 900 000 000 kg.

14.- Expresa en notación científica y calcula:

a) 14 billones por 2 diezmilésimas $\frac{500.000 \cdot 0'000015}{0'025}$
b) 15 millones entre 5 cienmilésimas $\frac{0'000016 \cdot 5.400.000}{8.000 \cdot 0'00009}$
c) $\frac{500.000 \cdot 0'000015}{0'025}$
d) $\frac{0'000016 \cdot 5.400.000}{8.000 \cdot 0'00009}$
e) $4,73 \cdot 10^{14} - 7,5 \cdot 10^{13} + 5$
f) $(4,5 \cdot 10^{12}) \cdot (2 \cdot 10^{-8})$

15.- Calcula las siguientes raíces factorizando los radicandos:

a) $\sqrt[10]{1024}$ b) $\sqrt[3]{343}$ c) $\sqrt[4]{1296}$ d) $\sqrt[7]{-2187}$ e) $\sqrt[4]{625}$ f) $\sqrt[6]{64}$ g) $\sqrt[4]{\frac{81}{625}}$

h) $\sqrt[5]{243}$ i) $\sqrt[3]{216}$ l) $\sqrt{225}$ ll) $\sqrt[4]{256}$ m) $\sqrt[3]{1000}$ n) $\sqrt[3]{125}$ ñ) $\sqrt[3]{\frac{216}{343}}$

16.- Efectúa las siguientes operaciones con raíces. Deja el resultado lo más simplificado que puedas:

a) $5\sqrt[3]{2} + \sqrt{3} - 2\sqrt[3]{3} - 3\sqrt[3]{2} + 3\sqrt[3]{3} - 2\sqrt{3}$ b) $5\sqrt{2} + \sqrt{18}$
c) d) $3\sqrt{5} - 2\sqrt{45}$
e) $\sqrt{72} + 3\sqrt{8} - 5\sqrt{50}$ f) $\sqrt{10} - \sqrt{40} + \sqrt{80}$
g) $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[6]{2}$ h) $\frac{\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[4]{ab^2}}{\sqrt[6]{a^2b}}$
i) $\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[6]{9}$ j) $\sqrt[3]{\sqrt[4]{a^{12}b^{24}}}$
k) $(\sqrt[3]{a^2})^6$ l) $\sqrt[3]{\frac{24}{27}} - \sqrt[3]{\frac{81}{8}}$

- 17.- a) Escribe los cinco primeros términos de la sucesión $a_n = \frac{3n-1}{n+2}$.
b) Escribe los cinco primeros términos de la sucesión $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$ $n > 2$; $a_1 = 1$ y $a_2 = 1$.
c) Escribe el término general y calcula la suma de los quince primeros términos de la progresión:
2, 5, 8, 11...
d) Escribe el término general y calcula la suma de los ocho primeros términos de la progresión:
3, 6, 12, 24, 48 ...

18.- Halla, en cada caso, el término general de las siguientes progresiones aritméticas y geométricas, y calcula, después, a_{50} y la suma de los 10 primeros términos .

a) 25, 18, 11, 4, ... b) -13, -11, -9, -7, ... c) 2, 10, 50, 250, ... d) 1000, 200, 40, 8, ...

19.- Dos ciclistas se preparan para una competición: Pablo comienza con 1000 metros, y todos los días agrega 1000 metros más, en tanto que Emilio empieza con 200 metros y cada día duplica lo hecho el día anterior. ¿Cuántos metros recorre cada uno el décimo día?

20.- Halla el primer término y escribe el término general de las siguientes progresiones:

a) $a_3 = 3$; $r = \frac{1}{10}$ b) $a_4 = 20, 25$; $r = -1,5$

21.- Calcula la suma de los diez primeros términos de las progresiones geométricas siguientes:

a) $a_1 = 5$; $r = 1,2$ b) $a_1 = 5$; $r = -2$

22.- En una progresión geométrica, $a_1 = 8$ y $r = 0,75$. Calcula la suma de sus infinitos términos.

23.- ¿Cuándo se dice que un número es raíz de un polinomio?

Comprueba si 3 es raíz de alguno de estos polinomios:

$$P(x) = x^3 - 2x^2 + x - 12 \quad Q(x) = x^3 - 5x^2 - 7x \quad R(x) = (x^4 - 5x + 10)(x - 3)$$

¿Es 0 raíz de alguno de los polinomios anteriores?

24.- Aplica las identidades notables y reduce:

a) $2(3x - 2)^2 + (3x - 2)(3x - 2)$ b) $\frac{(x+1)^2}{2} + \frac{(x+1)(x-1)}{4}$
c) $(x+7)^2 - (2x-1)^2$ d) $\frac{(x-3)(x+3)}{3} + \frac{(x-3)^2}{6}$

$$e) \left(\frac{x}{2} + 1\right) \left(\frac{x}{2} - 1\right) + (2x + 1)^2$$

$$f) (3x - 1)^2 - (3x + 1)^2$$

25.- Calcula el cociente y el resto de las siguientes divisiones de polinomios utilizando cuando sea posible la regla de Ruffini:

$$a) (x^4 + 2x^2 - 3x - 1) : (x + 2)$$

$$b) (x^4 - 6x^3 + 2x^2 + 3x - 4) : (x^2 + x + 2)$$

$$c) (4x^4 - 4x^3 - 7x^2 + x + 4) : (2x^2 - x - 1)$$

$$d) (x^4 - 2x^2 + x - 2) : (x - 1)$$

26.- Factoriza los siguientes polinomios:

$$a) 5x^3 - 20x^2 + 20x$$

$$b) x^4 - x^2$$

$$c) 4x^2 + 8x - 12$$

$$d) x^3 - 6x^2 + 11x - 6$$

$$e) x^4 - 6x^3 + 3x^2 + 10x$$

$$f) 4x^3 - 20x^2 + 25x$$

27.- Resuelve las siguientes ecuaciones:

$$a) x - 2 - \frac{3(x+1)}{2} + \frac{1}{6}(x-3) = \frac{2(x-1)}{3} - \frac{x+1}{2} - \frac{7}{3}$$

$$b) \frac{(x+1)^2}{2} - \frac{3(x-1)}{4} + \frac{3x(x+1)}{2} = \frac{3}{2}$$

$$c) 3x^2 - 2(x+5) = (x+3)^2 - 19$$

$$d) (x+1)^2 - 3x = 3$$

$$e) (2x-3)(2x+3) - x(x-1) = 5$$

$$f) (2x+1)^2 = 1 + (x+1)(x-1)$$

$$g) (x+4)^2 - (2x-1)^2 = 8x$$

$$h) 2(x+5)^2 + (x-3)^2 = 14x + 62$$

$$i) 4x^3 - 20x^2 + 25x = 0$$

$$(2x-3)(x-5)(x+1)x = 0$$

$$k) x^4 - 16 = 0$$

$$l) x^3 + 2x^2 - x + 2 = 0$$

28.- La suma de tres números naturales consecutivos es igual al cuádruplo del menor. ¿De qué números se trata?

29.- Con 12 € que tengo, podría ir dos días a la piscina, un día al cine y aún me sobrarían 4,5 €. La entrada de la piscina cuesta 1,5 € menos que la del cine. ¿Cuánto cuesta la entrada del cine?

30.- Se mezclan 4 kg de café de 13,8 €/kg con cierta cantidad de otro café de 9,6 €/kg, obteniendo una mezcla de 12 €/kg. ¿Cuántos kilos del segundo tipo de café se han utilizado?

31.- Un confitero mezcló dos tipos de caramelos; el primero, de 4 €/kg; y, el segundo, de 6 €/kg, obteniendo en total 8 kg a un precio de 4,75 €/kg. ¿Cuántos utilizó de cada tipo?

32.- Miguel tiene ahora cuatro años más que su primo Ignacio y dentro de tres años entre los dos sumarán 20 años. ¿Cuántos años tiene cada uno?. Organiza los datos en una tabla para hacerlo.

33.- El producto de un número natural por el siguiente es 272. Calcula dichos números.

34.- Si al cuadrado de un número le quitas su doble, obtienes su quíntuplo. ¿Cuál es ese número?

35.- Resuelve el siguiente sistema por el método gráfico:

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ 2x + y = 7 \end{cases}$$

¿Tiene solución? Si es así, ¿podrías decir cuál es?

36.- He pagado 55,72 € por una camiseta y un pantalón que costaban 70 € entre los dos. La camiseta tenía un 18% de descuento, y el pantalón, un 22%. ¿Cuál es el precio de cada artículo?

37.- Resuelve los sistemas:

$$\text{a) } \begin{cases} \frac{3x+2y}{5} - \frac{x+2y}{2} = \frac{6}{5} \\ \frac{3(x-1)}{2} + y - 5 = \frac{-17}{2} \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} \frac{2(x+y)}{3} - \frac{3x-y}{2} = \frac{1}{3} \\ 2x - 3y + \frac{1}{2}(x+2) = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} \frac{x-2y}{3} - \frac{2x-y}{2} = -2 \\ \frac{3(x-1)}{4} + \frac{2x+3y}{2} = \frac{9}{2} \end{cases}$$

38.- Halla un número entero sabiendo que, si lo multiplicamos por su consecutivo, el resultado supera en 40 unidades a la tercera parte del número inicial.

39.- Halla los lados de un rectángulo sabiendo que la base supera en 3 cm al doble de la altura, y que su área son 14 cm^2 .

40.- Los alumnos de un centro escolar son 420 entre ESO y Bachillerato. El 42% de ESO y el 52% de Bachillerato son chicas, lo que supone un total de 196 mujeres. Calcula cuántos estudiantes hay en ESO y cuántos en Bachillerato.