SATÉLITES TERRESTRES E AS SÚAS ÓRBITAS

OBXECTIVOS

- Aplicar as ecuacións básicas para determinar os parámetros orbitais dun satélite.
- Coñecer os diferentes tipos de satélites terrestres en función da súa órbita.
- Utilizar fontes de información para atopar os datos sobre algún dos satélites que orbitan a Terra
- Coñecer a utilización dos diferentes tipos de satélites

FUNDAMENTO TEÓRICO

Como poderás observar na simulación (http://www.stuffin.space) hai moitos tipos de órbitas para colocar os satélites no espazo. Pero hai 5 tipos que son os mais usados.[1]

- **LEO: Low Earth Orbit**.
  Comunmente coñecida como "orbita baixa", que é unha ampla rexión que se sitúa entre os 160 km e os 2000 km de altura. Como a velocidade é maior canto mais baixa sexa a órbita, os obxectos móvense a gran velocidade respecto da superficie terrestre. Como están "rozando" as capas exteriores da atmosfera terrestre, teñen un rápido decaemento orbital e precisan ser reposicionados con frecuencia para retornar á orbita correcta.
  Neste grupo atópase a Estación Espacial Internacional, a maioría dos satélites meteorolóxicos ou de observación, e moitos satélites de comunicacións.
- **MEO: Medium Earth Orbit**.
  Órbita circular intermedia, entre 2.000 e 36.000 Km de distancia da superficie terrestre, cun período orbital medio de varias horas. Usada por satélites de observación, defensa e posicionameento, como as redes de satélites de GPS e os satélites Glonass rusos ou os Galileo europeos.
  Un tipo especial de órbita intermedia é a **órbita Molnya**, especialmente usada polos países próximos ao círculo polar ártico. Esta órbita é moi elíptica e moi inclinada, para ter alta visibilidade desde as zonas polares, permitindo aos países nórdicos establecer satélites de comunicacións en zonas onde os xeoestacionarios non poden chegar.
- **GEO: Geoestationary Orbit.**
  Probablemente sexa a órbita mais coñecida de todas: a *órbita xeoestacionaria*. Esta órbita ecuatorial ubicase a 35 786 km da superficie terrestre, cun período orbital de 23,93446 horas (coincidindo coa la duración do día sideral) o que fai que os satélites situados nesta órbita parezan "inmóbiles" no espazo, ao rotar coa mesma velocidade angular que a terra. Esta órbita é o lugar onde se sitúan todos os satélites que transmiten as sinais de internet, televisión, telefonía e datos ás distintas rexións do planeta.
- **HEO: High Earth Orbit.**
  Básicamente, son todas as *órbitas altas*, que se ubican mais aló das órbitas xeoestacionarias, a mais de 36.000 Km e con períodos orbitais maiores a 24 horas. Moitos deles son de uso militar.
- **SSO: Sun Sincronous Orbit**

[1] https://www.gmv.com/blog_gmv/hay-distintos-tipos-de-orbitas/

A *órbita sincrónica solar*, é un caso particular de órbita polar, que permite que un obxecto situado nela, pase todos os días, sobre un determinado lugar, á mesma hora. É unha órbita empregada en observación e meteoroloxía.

PROCEDEMENTO

En base aos datos obtidos (http://www.stuffin.space) para diferentes satélites, poderiamos determinar:

a) Tipo de órbita e aplicación.
b) Velocidad orbital para unha órbita elíptica e comparación co dato obtido.

$$\boxed{v = \sqrt{2\ G\ M\ \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{2\ a}\right)}}$$ sendo $2a = r_p + r_a$

c) Período orbital e comparación co dato obtido.
d) Enerxía mecánica total (no caso de coñecer a masa do satélite)

$$\boxed{E = -\frac{G\ M\ m}{2\ a}}$$

e) Determinación da masa da terra e comparación con datos bibliográficos.
f) Comprobación do principio de conservación do momento angular.
g) Determinación da velocidade areolar.
h) Velocidade de escape.

CUESTIÓNS

- Determinar o tipo de órbita e analizar unha posible aplicación do satélite.
- Calcular a velocidade no apoxeo e perixeo.
- Calcular o período orbital e compáralo co dato recollido da simulación.
- Calcular a enerxía mecánica total.
- Determinar a velocidade areolar e comprobar a súa constancia na órbita.
- Determinar a velocidade de escape.

A continuación inclúense, como exemplo, parámetros de 5 satélites e os datos calculados como resultado da aplicación das ecuacións descritas.

satelite	apoxeo/km	perixeo/km	radio medio (a)/km	altitude/km	distancia ao centro	velocidade / km s^{-1}	velocidade perixeo/ km s^{-1}	velocidade apoxeo/ km s^{-1}	velocidade media da órbita/km s^{-1}	velocidade areolar perixeo / km^2 s^{-1}	velocidade areolar apoxeo/ km^2 s^{-1}	periodo dato /min	periodo calc./min
DELTA 1-R/B (1)	1757	487	7492	1644,11	8014,11	6,80	7,95	6,71	7,30	32295	22990	107,58	107,45
O3B PFM	8074	8079	14447	8066,88	14436,9	5,25	5,25	5,25	5,26	37884	37910	288,02	287,72
GOES 2	36121	35961	42411	36039,1	42409,1	3,07	3,08	3,06	3,07	65344	64853	1448,7	1447,24
CLUSTER II-FM7	97260	35431	72716	83955,9	90325,9	1,83	3,95	1,60	2,34	204895	33338	3252,5	3249,10
NOAA 16 DEB	905	814	7229,5	891,13	7261,13	7,39	7,47	7,38	7,43	27170	26494	101,98	101,86

[2]

No teu informe/presentación deberás incluir, como mínimo, os datos de dous satélites, para determinar:

- O valor do radio medio da súa órbita
- A velocidade no perixeo e no apoxeo
- A velocidade media orbital
- Comprobar a conservación da velocidade areolar
- Comparar o período calculado co período indicado como parámetro.
- Determinar a enerxía mecánica total (se non atopas a masa do satélite, exprésao en función de m).
- Pescuda nas fontes que consideres oportunas outros datos do satélite (ano de lanzamento, aplicacións,….)
- Clasifica o satélite en base a tipoloxía da súa órbita.

[2] En sombreado aparecen os datos calculados mediante ecuacións.

EXEMPLOS DE CUESTIÓNS

1. A seguinte táboa relaciona período e radio das órbitas de tres satélites xirando arredor do mesmo astro. Sabemos que hai un dato incorrecto. Indica que dato é incorrecto e xustifica por qué.

Satélite	A	B	C
T (anos)	0,44	1,00	3,86
R ($\cdot 10^5$ km)	0,88	2,08	3,74

2. A partir dos seguintes datos de satélites que orbitan á Terra, determina o valor da masa da terra. Se o valor indicado nos libros de texto para a masa da Terra é de $5{,}98\cdot 10^{24}$ kg, qué imprecisión relativa obtivemos a partires do cálculo realizado?

Satélites	*Distancia media ao centro da Terra/km*	*Período orbital medio/min*
DELTA 1-R/B (1)	8014	108
O3B PFM	14437	288
GOES 2	42409	1449
NOAA	7261	102

***Datos**: Constante de Gravitación Universal G = $6{,}67\cdot 10^{-11}$*N m^2kg^{-2}

3. A ISS (*International Space Station*) é o resultado da colaboración internacional para construír e manter unha plataforma de investigación con presenza humana de larga duración no espazo. Se a masa da ISS é de $3{,}7\cdot 10^5$ kg e describe unha órbita case circular arredor da Terra a unha distancia de $3{,}59\cdot 10^5$ m da súa superficie, calcular a súa velocidade orbital media e o tempo que tarda en dar unha volta completa á Terra.

4. En 2012, a Universidade de Vigo e o Instituto Nacional de Técnica Aeroespacial, en colaboración coa ESA (Axencia Espacial Europea) puxeron en órbita o primeiro satélite galego, o XATCOBEO, para fins educativos. Este satélite, cunha masa de aproximadamente 1 kg, orbitou a unha altura máxima (apoxeo) de 1500 km da superficie terrestre, e a unha mínima (perixeo) de 300 km. Determina:
   a) Velocidade media orbital, supoñendo que o radio medio orbital e a semisuma do perixeo e apoxeo.
   b) Xustificar como variará a velocidade areolar no seu percorrido orbital.

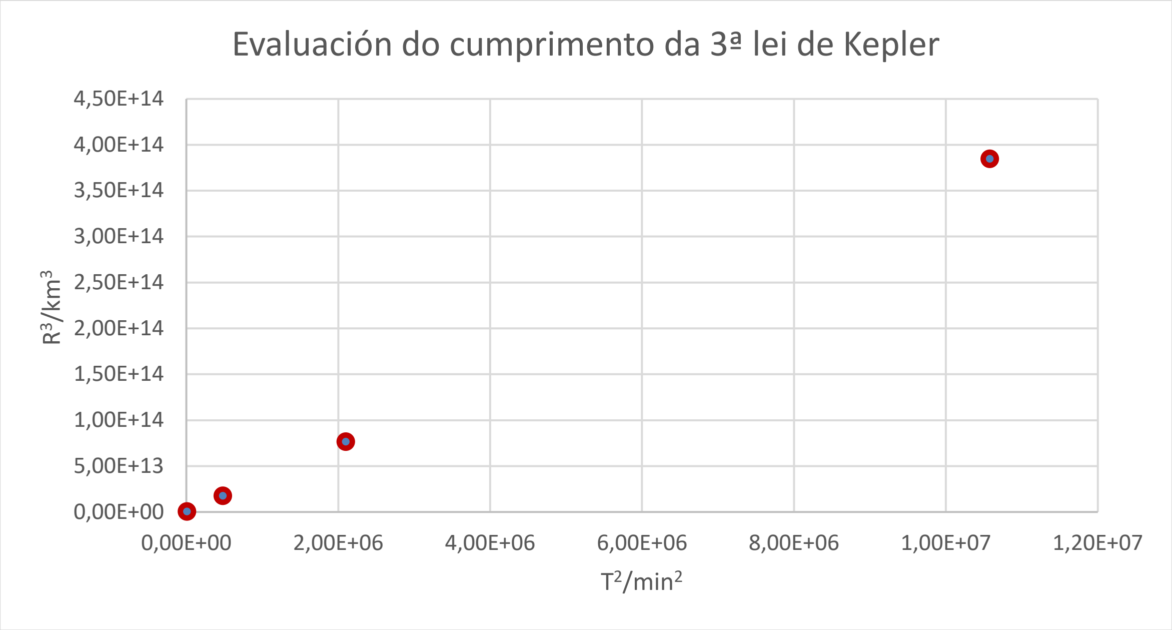
***Datos:** Radio da Terra: $6{,}37\cdot 10^6$* m*; Masa da Terra: $5{,}98\cdot 10^{24}$* kg*. Constante de Gravitación G = $6{,}67\cdot 10^{-11}$*N m^2kg^{-2}

5. A nave Sputnik 1 foi a primeira tentativa, non fallada, de poñer en órbita un satélite artificial arredor da Terra. Tiña unha masa de 83,6 kg e describiu unha órbita arredor da Terra, que supoñeremos circular, cun período de 66,2 min. A qué altura sobre a superficie da Terra se atopaba o Sputnik?
   ***Datos:** Radio da Terra: $6{,}37\cdot 10^6$* m*; Masa da Terra: $5{,}98\cdot 10^{24}$* kg*. Constante de Gravitación G = $6{,}67\cdot 10^{-11}$*N m^2kg^{-2}

6. Un satélite meteorolóxico de 2000 kg de masa atópase a unha altura de 36 000 km por riba do Ecuador, describindo unha órbita circular xeoestacionaria en torno á Terra. Cal é a súa velocidade e enerxía na órbita?

***Datos:** Radio da Terra: $6{,}37\cdot 10^6$* m*; Masa da Terra: $5{,}98\cdot 10^{24}$* kg*. Constante de Gravitación G = $6{,}67\cdot 10^{-11}$*N m^2kg^{-2}

7. A partir dos datos do período e do radio de catro satélites que orbitan a Terra obtívose a seguinte gráfica. A partir da pendente da recta, obtén o valor da masa da Terra.
Datos*: Constante de Gravitación Universal G = 6,67·10*$^{-11}$N m^{2}kg^{-2}



ANEXO

Determinación da masa da Terra

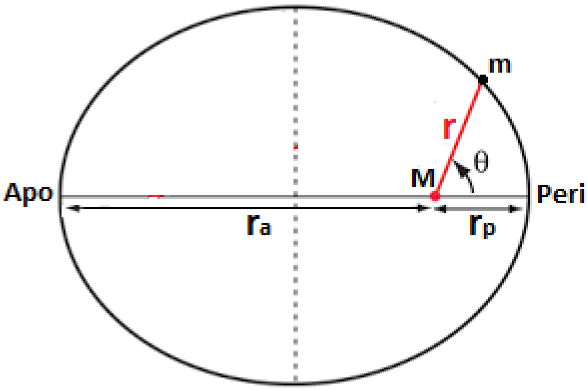
$$K = \frac{T^2}{a^3}$$

$$m \cdot \frac{v^2}{R} = G \cdot \frac{M \cdot m}{a^2} \Rightarrow v^2 = G \cdot \frac{M}{a}$$

$$v^2 = \frac{4\pi^2 a^2}{T^2} = G \cdot \frac{M}{a} \Rightarrow \frac{4\pi^2 a^3}{G \cdot T^2} = M$$

$$\boxed{M = \frac{4\pi^2}{G \cdot K}}$$

Cálculo da velocidade en órbitas elípticas[3]



A velocidade dun corpo de masa **m**, (satélite, planeta,...) que xira en torno a outro corpo de masa moito maior **M** en movemento elíptico por influxo da gravidade <u>non</u> é constante, senón que varía ao longo da traxectoria orbital:

* é máxima no Periastro,
* é mínima no Apoastro,
* e ten unha velocidade intermedia entre eses dous valores nos restantes puntos da elipse.

A continuación procédese a realizar a dedución da expresión, (fórmula matemática), do valor do módulo da velocidade instantánea **v** en calquera punto dunha órbita elíptica en función da distancia **r** entre **m** y **M**. (**m** pode ser un planeta e **M** a estrela en torno á que xira, por exemplo, a Terra e o Sol, ou **M** pode ser a Terra e **m** un satélite artificial,...)

Conservación da enerxía: A enerxía mecánica total E en calquera punto da órbita é a suma da enerxía cinética máis a enerxía potencial gravitatoria, e é constante, xa que o campo gravitatorio es conservativo.

$$E = E_c + E_p = cte$$

$$E = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{GMm}{r}$$

Definimos a enerxía orbital específica como a enerxía por unidade de masa en órbita:

$$\varepsilon = \frac{E}{m}$$

$$\varepsilon = \frac{v^2}{2} - \frac{GM}{r}$$

A enerxía específica tamén é evidentemente constante en todos os puntos da órbita e podemos determinala en

[3] http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica3/celeste/orbitas/orbitas.html
http://forum.lawebdefisica.com/entries/618-C%C3%A1lculo-de-la-velocidad-en-%C3%B3rbitas-el%C3%ADpticas

dous puntos particulares, o Periastro que é o punto de mínima distancia entre **m** e **M** e o Apoastro que é o punto no que **m** está á máxima distancia de **M**:

No Periastro ou Periapsis (para os planetas, asteroides e cometas que xiran en torno ao Sol recibe o nome particular de Perihelio, e para os satélites que xiran en torno á Terra, o de Perixeo)

$$\varepsilon = \frac{v_p^2}{2} - \frac{GM}{r_p}$$

No Apoastro ou Apoapsis (nome particular de Afelio para los obxectos que xiran en torno ao Sol, e de Apoxeo para os satélites que xiran en torno á Terra)

$$\varepsilon = \frac{v_a^2}{2} - \frac{GM}{r_a}$$

Conservación do momento angular, (momento cinético): Por outro lado, no sistema composto polos dous obxectos **M** y **m**, ao non existir momentos de forzas exteriores, tamésn se conserva o momento angular, e polo tanto en dous puntos arbitrarios calquera 1 e 2 da órbita:

$$\mathbf{L} = \mathbf{r_1} \times m\mathbf{v_1} = \mathbf{r_2} \times m\mathbf{v_2}$$

Particularizando esta expresión para o Periastro e o Apoastro, que sonos dous únicos puntos da órbita nos que o radio vector e a velocidade son perpendiculares:

$$L = r_p\ m\ v_p\ \sin\frac{\pi}{2} = r_a\ m\ v_a\ \sin\frac{\pi}{2}$$

$$v_p = \frac{r_a}{r_p}\ v_a$$

Polo que:

$$\frac{v_a^2}{2} - \frac{v_p^2}{2} = \frac{GM}{r_a} - \frac{GM}{r_p}$$

Substituíndo a velocidade no Periastro obtida na conservación do momento angular:

$$\frac{v_a^2}{2} - \frac{r_a^2}{2r_p^2}v_a^2 = \frac{GM}{r_a} - \frac{GM}{r_p}$$

$$\frac{v_a^2}{2} = \left(\frac{GM}{r_a} - \frac{GM}{r_p}\right)\ \frac{r_p^2}{r_p^2 - r_a^2}$$

$$\frac{v_a^2}{2} = GM\frac{r_p}{r_a(r_p + r_a)}$$

Si consideramos a=semieixo maior da elipse

$$r_p + r_a = 2\ a$$

$$r_p = 2\ a - r_a$$

$$\frac{v_a^2}{2} = GM\frac{2a - r_a}{2\ a\ r_a}$$

Resulta:

$$\varepsilon = GM\frac{2a - r_a}{2\ a\ r_a} - \frac{GM}{r_a}$$

Logo a **enerxía específica** dun punto calquera da órbita elíptica é

$$\boxed{\varepsilon = -\frac{G\ M}{2\ a}}$$

E polo tanto, o valor da **enerxía mecánica total** en calquera punto dunha órbita elíptica é constante de valor

$$\boxed{E = -\frac{G\ M\ m}{2\ a}}$$

Do mesmo modo, substituíndo na expresión do momento angular no Apoastro, obtense o valor do **momento angular** da órbita elíptica, que ademais do semieixo maior depende da excentricidade:

$$\boxed{L = m\ \sqrt{G\ M\ a\ (1 - e^2)}}$$

e = excentricidade da elipse

$$r_a = a\ (1 + e)$$
$$r_p = a\ (1 - e)$$

O valor do **momento angular específico**:

$$\boxed{h = \sqrt{G\ M\ a\ (1 - e^2)}}$$

Finalmente, relacionando:

$$\varepsilon = \frac{v_p^2}{2} - \frac{GM}{r_p} \qquad \varepsilon = -\frac{G\ M}{2\ a}$$

Resulta:

$$\boxed{\frac{v^2}{2} - \frac{GM}{r} = -\frac{GM}{2a}}$$

E desta última obtense a velocidade:

ELIPSE

$$\boxed{v = \sqrt{2\ G\ M\ \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{2\ a}\right)}}$$

Casos particulares: *órbitas circulares, parabólicas e caída libre vertical rectilínea.*

1) A órbita circular é un caso particular da elipse no que o radio vector é sempre o radio **R** da circunferencia e polo tanto é constante.

$r = a = R$

CIRCUNFERENCIA

$$\boxed{v = \sqrt{\frac{G\ M}{R}}}$$

2) Unha órbita parabólica pode verse como o límite dunha elíptica na que o eixo maior faise infinitamente grande, $\frac{1}{2\ a} \to 0 \qquad \varepsilon = 0 \qquad E = 0$

PARABOLA

$$\boxed{v = \sqrt{\frac{2\ G\ M}{r}}}$$

3) A caída libre en liña recta partindo do repouse, desde unha distancia inicial $\mathbf{r_0}$ medida desde o centro de **M** ao centro de **m**, dedúcese trivialmente da ecuación de conservación da enerxía específica.

$$\varepsilon = \frac{v^2}{2} - \frac{GM}{r} = -\frac{GM}{r_0}$$

CAÍDA EN LIÑA RECTA

$$\boxed{v = \sqrt{2\ G\ M\ \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_0}\right)}}$$

4) E finalmente, dáse sen demostración o caso de órbita hiperbólica, no que a expresión es:

HIPERBOLA

$$\boxed{v = \sqrt{2\ G\ M\ \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{2\ a}\right)}}$$

Se queremos obter a expresión da velocidade (ver dibuxo) en función da anomalía verdadeira θ hai que lembrar a relación en coordenadas polares entre o radio vector e o ángulo polar (ou anomalía verdadeira) que é:

$$r = \frac{a\ (1 - e^2)}{1 + e\cos\theta}$$

Substituíndo:

$$v = \sqrt{2\ G\ M\ \left[\frac{1 + e\cos\theta}{a\ (1 - e^2)} - \frac{1}{2\ a}\right]}$$

A velocidade orbital es máxima no Periastro. Substituíndo o radio vector **r** polo seu valor

$$r_p = a\ (1 - e)$$

Obtense:

$$v_p = \sqrt{\frac{G\ M}{a} \cdot \frac{1+e}{1-e}}$$

E resulta mínima no Apoastro,

$$r_a = a\ (1+e)$$

Obtense:

$$v_a = \sqrt{\frac{G\ M}{a} \cdot \frac{1-e}{1+e}}$$