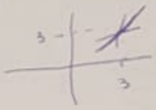
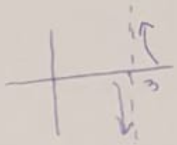
EXERCICIOS DE REPASO DO ANTERIOR EXAME: SOLUCIÓN

1º BACHARELATO MATEMÁTICAS APLICADAS I

1) a) $\lim_{x \to 3} \frac{x^3}{3} - 2x = \frac{3^3}{3} - 2 \cdot 3 = 3$



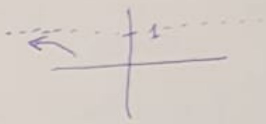
b) $\lim_{x \to 3} \frac{x^2}{x-3} = \frac{9}{0}$ $\begin{cases} \lim_{x \to 3^-} \frac{x^2}{x-3} = -\infty \\ \lim_{x \to 3^+} \frac{x^2}{x-3} = +\infty \end{cases}$



c) $\lim_{x \to 3} \frac{x^2-6x+9}{x^2-9} = \left[\frac{0}{0}\right] = \lim_{x \to 3} \frac{(x-3)^2}{(x+3)(x-3)} = \lim_{x \to 3} \frac{x-3}{x+3} = \frac{0}{6} = 0$

2) a) $\lim_{x \to +\infty} \left(\frac{x}{2} - x^2\right) = -\infty$ b) $\lim_{x \to +\infty} \frac{x^4}{1+x^2} = +\infty$ c) $\lim_{x \to -\infty} \frac{x^2-1}{x^2+3} = 1$

$f(-100) < 1$



3) $y = k \cdot a^x$

x	y
-1	10
0	5

$x = 0$

$k \cdot a^0 = 5$

$k \cdot 1 = 5$

$\boxed{k = 5}$

$x = -1$

$5 \cdot a^{-1} = 10$

$a^{-1} = 2$

$\frac{1}{a} = 2$

$\boxed{a = \frac{1}{2}}$

$a = \frac{1}{2} < 1 \Rightarrow$ función exponencial decrecente

4) $0'3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^t = 0'06$

$\left(\frac{1}{2}\right)^t = \frac{0'06}{0'3}$ $\nearrow$ $\left(\frac{1}{2}\right)^t = 0'2$

$\log \left(\frac{1}{2}\right)^t = \log 0'2$ $\nearrow$ $t \cdot \log 0'5 = \log 0'2$

$t = \frac{\log 0'2}{\log 0'5} \simeq 2'3$ hora[s]

5) $f(x) = \frac{x^2-3x}{x^2}$ $\boxed{x = 0 \quad A.V}$

- A. verticais

$\text{Dom} f = \mathbb{R} - \{x = 0\}$

comprobación:

$\lim_{x \to 0} \frac{x^2-3x}{x^2} = \left[\frac{0}{0}\right] = \lim_{x \to 0} \frac{x(x-3)}{x^2} = \lim_{x \to 0} \frac{x-3}{x} = \frac{-3}{0}$

$\lim_{x \to 0^-} \frac{x-3}{x} = +\infty$

$\lim_{x \to 0^+} \frac{x-3}{x} = -\infty$

• A. Horizontais

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x^2-3x}{x^2}=1$$
$$\lim_{x\to-\infty} \frac{x^2-3x}{x^2}=1$$
$\boxed{y=1}$ A.H

• A. oblicuas

$\boxed{\text{non ten}}$

6) a) • $f_1(x)=0'5x+k$ é continua sempre porque é unha función line[al]

• $f_2(x)=\frac{1000x}{x+300}$ é continua no seu dominio

$Dom\, f_2(x)=\mathbb{R}-\{x+300=0\}=\mathbb{R}-\{x=-300\}$ $\Rightarrow f_2(x)$ é continua en x
$x>1700$

• Falta ver a continuidade no punto de ruptura

para que a función sexa continua en $x=1700$ tense qu[e] verificar: $\lim_{x\to1700^-} f(x)=\lim_{x\to1700^+} f(x)=f(1700)$

$\lim_{x\to1700^-} f(x)=\lim_{x\to1700} 0'5x+k=0'5\cdot1700+k=600+k$

$\lim_{x\to1700^+} f(x)=\lim_{x\to1700} \frac{1000x}{x+300}=\frac{1000\cdot1700}{1700+300}=800$

$f(1700)=0'5\cdot1200+k=600+k$

$600+k=800$

$\boxed{k=200}$

b) $\lim_{x\to\infty} f(x)=\lim_{x\to\infty}\frac{1000x}{x+300}=1000$

significado: ainda que os ingresos aumenten indefinida[mente] os gastos non superan os 1000 €

7) a) • $f_1(x)=\frac{1}{x+1}$ é continua no seu dominio

$Dom\, f_1(x)=\mathbb{R}-\{x+1=0\}=\mathbb{R}-\{x=-1\}$
$x\le1$

$f_1(x)$ é descont[inua] en $x=$

• $f_2(x)=\frac{2x-1}{2}$ é continua sempre porque é unha función lineal

- $f_3(x) = -2$ é continua sempre porque é unha función constante.

- Falta estudiar a continuidade nos puntos de ruptura

$\boxed{x=1}$ ¿ $\lim_{x\to 1^-} f(x) = \lim_{x\to 1^+} f(x) = f(1)$?

$$\left.\begin{array}{l} \lim_{x\to 1^-} f(x) = \lim_{x\to 1} \frac{1}{x+1} = \frac{1}{2} \\ \lim_{x\to 1^+} f(x) = \lim_{x\to 1} \frac{2x-1}{2} = \frac{1}{2} \\ f(1) = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2} \end{array}\right\} \Rightarrow$$ a función é continua en $x=1$

$\boxed{x=3}$ ¿ $\lim_{x\to 3^-} f(x) = \lim_{x\to 3^+} f(x) = f(3)$?

$$\left.\begin{array}{l} \lim_{x\to 3^-} f(x) = \lim_{x\to 3} \frac{2x-1}{2} = \frac{5}{2} \\ \lim_{x\to 3^+} f(x) = \lim_{x\to 3} -2 = -2 \end{array}\right\} \Rightarrow$$ a función non é continua en x

$f(+3) = -2$

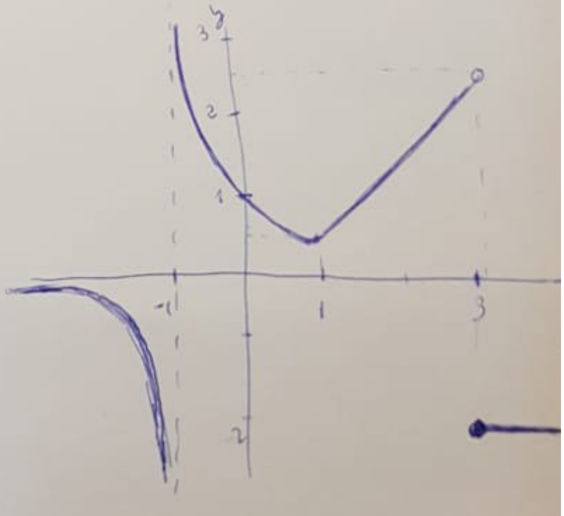
$\boxed{\text{Resposta}}$ a función $f(x)$ é descontinua en $x=-1$ e ~~en~~ $x=3$

b)

$f_1(x) = \frac{1}{x+1}$

función de proporcionalidade inversa $\Rightarrow$ é unha hipérbole

x	y
-3	
-2	
-1'5	
-0'5	
1	



$f_2(x) = \frac{2x-1}{2}$

función lineal $\Rightarrow$ é unha recta

x	y
1	
2	
3	

$f_3(x) = -2$

función constante

recta paralela ao eixe de abscisas por $y=-2$