

SOLUCIONES REPASO TEMA 2

EJERCICIO 1

- (a) $P(x) = x(x+6)(x-2)$. Raíces: 0, -6 y 2;
- (b) $Q(x) = (x-1)(x+1)(x-2)(x+2)$. Raíces: 1, -1, 2 y -2;
- (c) $R(x) = (2x^2 + 2)(x - 5)$. Raíz: 5;
- (d) $S(x) = (x+1)^3(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})$. Raíces: -1 (triple), $\sqrt{2}$ y $-\sqrt{2}$.

EJERCICIO 2 (en cada apartado hay muchas respuestas posibles)

- (a) $P(x) = x^3$ (tiene la raíz 0 triple). Valdría cualquier polinomio de la forma $P(x) = (x - a)^3$, o cualquier producto de la forma $P(x) = (x - a) \cdot Q(x)$ donde $Q(x)$ sea un polinomio de grado 2 irreducible; por ejemplo, $P(x) = (x+1) \cdot (x^2 + 1)$, que solo tiene la raíz -1, además de multiplicar cualquiera de los anteriores por una constante no nula;
- (b) $Q(x) = (x-1)^2(x-2)(x-3)$ (alguna de las raíces debe tener multiplicidad 2). Las otras opciones posibles son $Q(x) = (x-1)(x-2)^2(x-3)$, $Q(x) = (x-1)(x-2)(x-3)^2$ y cualquiera de ellos multiplicado por una constante no nula;
- (c) $R(x) = x^5$ (o cualquier múltiplo de este);
- (d) La mejor opción (por ser más evidente) es multiplicar entre sí 2 polinomios de grado 2 que veamos a ojo que no tienen raíces, por ejemplo:
 $S(x) = (x^2 + 1)^2 = x^4 + 2x^2 + 1$.

EJERCICIO 3

- $\text{mcd}(P, Q) = x + 1$ (o el producto de este por una constante no nula);
- $\text{mcm}(P, Q) = 3x(x+1)(x-1) = 3x^3 - 3x$ (la constante se puede suprimir, multiplicar por cualquier constante no nula nos da otro mcm)

EJERCICIO 4

(a) $\frac{x^2 + x - 5}{x^2 + 3x}$

(b) $\frac{5x^2 - 3x - 1}{x^2 - 2x}$

(c) $5x - 15$ (factorizando los polinomios que aparecen y cancelando términos repetidos arriba y abajo el ejercicio queda muy sencillo).