Ano 8
Número 75
Abril 2014

MaTHeSiS
Boletín de divulgación matemática

Depósito Legal: C-2693-06

http://www.edu.xunta.es/centros/iesoteropedrayocoruna/

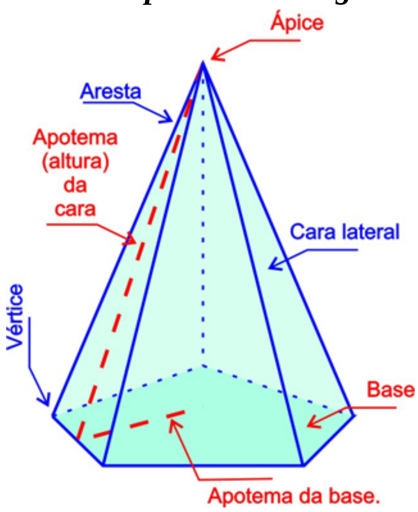
O obelisco ***Millennium*** forma parte desa presa de monumentos que identifican a nosa cidade. Foi construído, como ben se deduce do seu nome, con motivo do inicio do ***terceiro milenio*** da nosa era.

A súa inauguración levouse a cabo en dous actos: a *inauguración previa* realizada ás 13:00 h do día 31 de decembro de 2000 e a *inauguración definitiva* ás 00:00 h do 1 de xaneiro de 2001, coincidindo co nacemento do terceiro milenio, cando se acenderon en doce fases os seus 142 focos de luz dunha potencia de 400 vatios cada un.

O ***Millennium*** está situado en *San Roque de Afora*, no barrio de *Labañou*. Foi deseñado polo arquitecto *Antonio Desmonts Basilio* e está composto por un esqueleto interior de aceiro de dúas toneladas e un recubrimento de cristal de rocha, de tres toneladas, formado por 178 cristais de 3 mm de espesor que se trouxeron dos *Países Baixos*.

Sobre os cristais, ata unha altura de 13 m, graváronse escenas referidas a acontecementos e personaxes históricos da Coruña que son obra do escultor *Gerardo Porto Montoto*.

O ***Millennium*** é un monumento con forma de ***pirámide triangular regular***.



Unha ***pirámide*** é un *poliedro* que ten por *base* un *polígono* calquera e as súas caras laterais son triángulos que coinciden nun punto chamado *ápice*. Os *segmentos* resultantes da intersección de dúas *caras* da pirámide denomínase *arestas*.

Podemos facer clasificacións seguindo diversos criterios. Se atendemos ao número de *lados* da *base*, as ***pirámides*** poden ser *triangulares*, *cuadrangulares*, *pentagonais*… Se nos fixamos na forma da *base* pódense chamar *cóncavas* ou *covexas* (se o *polígono básico* é *cóncavo* ou *convexo*) ou *regulares* e *irregulares* cando é así o dito *polígono* (¿Qué é un *polígono convexo*? ¿Que é un *polígono regular*?). Tamén poden ser *rectas* (se todas as súas *caras laterais* son *triángulos isósceles*) ou *oblicuas* (cando non todas as súas *cara laterais* son *triángulos isósceles*)

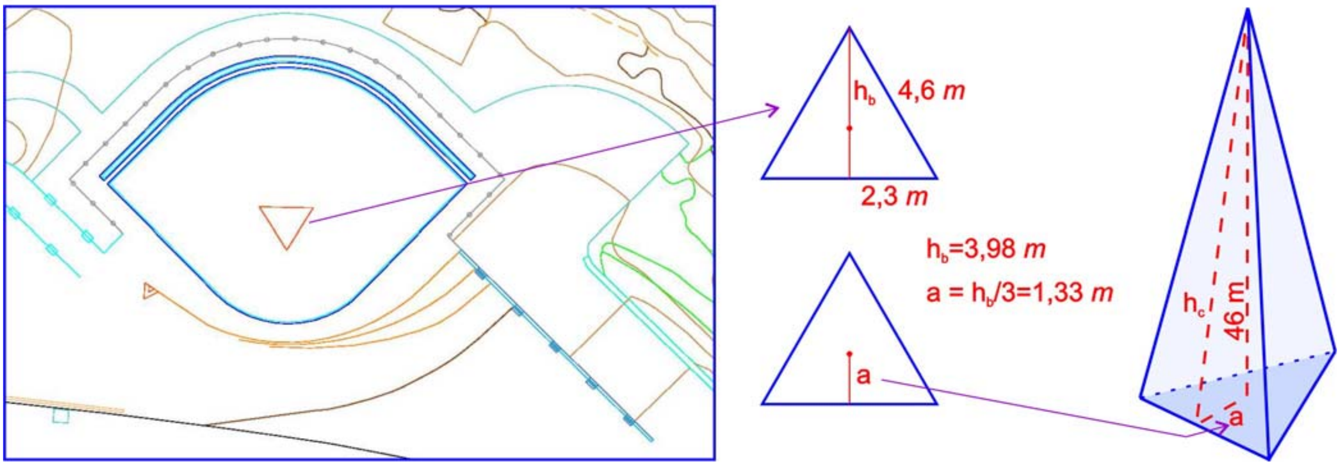
¿Como calculamos a medida da superficie e do volume dunha pirámide?

A ***area total*** dunha pirámide é a suma das áreas da base coa de todas as caras laterais. O único que necesitamos, pois, é saber como se calcula a área dun triángulo xa que todas as caras laterais dunha pirámide son *triángulos* e o *polígono básico* sempre se pode *triangular*: $A_{Total} = A_{Base} + A_{Lateral}$.

E para o volume: $V = \dfrac{A_B \cdot H}{3}$, sendo A_B a área da base e H a altura da pirámide.

¿Cal é a medida da superficie lateral e do volume do ***Millennium***?

Para dar resposta a esta pregunta intentamos obter a altura do monumento servíndonos da ***proporcionalidade*** entre medidas coñecidas tomadas sobre obxectos reais e outras tomadas sobre as fotografías que fixemos, pero os resultados acadados non foron satisfactorios (cremos que as fadas da perspectiva nos xogaron malas pasadas). Optamos por estimar a medida do polígono básico a partir dun plano da zona e utilizar para a altura a medida que se pode obter consultando varias fontes periodísticas nas que se indica que a altura do ***Millennium*** é de 46 m máis outros 4 m que corresponden ao pararraios. O ***Teorema de Pitágoras*** serviunos para facer as contas.



Sobre o plano (escala 1/500) estimamos que a medida do lado da base do ***Millennium*** é de 4,6 m. Polo tanto, tal como se pode observar na figura, a altura do triángulo básico é $h_b = \sqrt{4{,}6^2 - 2{,}3^2} = 3{,}98\ m$.

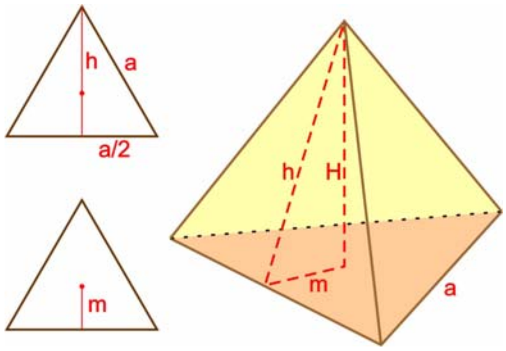
Xa podemos calcular cal é área da base do ***Millennium*** $A_B = \dfrac{4.6 \cdot 3{,}98}{2} = 9{,}154\ m^2$ e tamén cal é o seu volume: $V = \dfrac{9{,}154 \cdot 46}{3} = 140{,}36\ m^3$.

O *circuncentro* dun *triángulo equilátero* atópase sobre calquera das súas alturas situándose a 1/3 da base e a 2/3 do vértice oposto a ela. Así, pois, a medida do segmento sinalado como *a* na figura será $a = h_b/3 \approx 1{,}33\ m$. Con este dato, xunto coa altura da pirámide, pódese calcular a medida da altura de cada unha das caras laterais: $h_c = \sqrt{46^2 + 1{,}33^2} = 46{,}02\ m$. Agora xa podemos obter a área dunha cara lateral: $A_C = \dfrac{4{,}6 \cdot 46{,}02}{2} = 105{,}846\ m^2$ e a área lateral do ***Millennium***: S = 3 · 105,846 = 317,538 m^2.

No contorno do ***Millennium*** existen outras composicións poliédricas coma as que mostramos nas fotografías da esquerda. Centremos a nosa atención na pequena pirámide triangular construída en granito. Trátase dun ***tetraedro regular***.

Un *tetraedro* é un poliedro con catro *caras* con forma de *triángulo*, seis *arestas* e catro *vértices*. No caso de que as catro caras sexan *triángulos equiláteros* iguais falaríamos dun ***tetraedro regular***. Este corpo xeométrico non é un poliedro calquera, forma parte dunha familia moi notable: a dos ***sólidos platónicos***. Segundo a interpretación platónica, representa un dos elementos que constitúen o universo: o ***lume***.

A continuación imos deducir as fórmulas que nos permiten calcular a súa área total e a medida do seu volume en función da medida, ***a***, dunha das súas arestas.



Como as catro caras son triángulos equiláteros iguais, para calcular a área total do poliedro, e suficiente con obter a área dunha delas e multiplicar o resultado por catro.

Calculemos o valor da altura dunha cara en función da medida da aresta:

$$a^2 = h^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 \quad \Rightarrow \quad h = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} = \sqrt{\frac{4a^2 - a^2}{4}} = \sqrt{\frac{3a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Polo tanto a área dunha cara é: $A = \frac{1}{2}\cdot a \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ e a área do tetraedro: $A_{TETRAEDRO} = 4\cdot A = a^2\sqrt{3}$

Para obter a fórmula correspondente ao volume, calculamos ***H*** (altura do tetraedro) procedendo de maneira similar a como o fixemos na páxina anterior:

$$m = \frac{h}{3} = \frac{a\sqrt{3}}{6} \text{ polo tanto } H = \sqrt{h^2 - m^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{6}\right)^2} = \sqrt{\frac{3a^2}{4} - \frac{3a^2}{36}} = \sqrt{\frac{24a^2}{36}} = \sqrt{\frac{2a^2}{3}} = \frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

En conclusión: $V = \frac{1}{3}\cdot A\cdot H = \frac{1}{3}\cdot\frac{a^2\sqrt{3}}{4}\cdot\frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Para rematar, propoñémosche que calcules a medida dunha aresta lateral do *Millennium*.

Nota.- Nesta investigación colaborou tamén ***Sara Carracedo Ruberte*** de cuarto ESO-A.

MÁIS MATEMÁTICAS NO PARQUE DE OZA

O ***Parque de Oza*** é un lugar de referencia para o noso barrio. Un importante número de persoas, dende os máis novos ata os maiores, realizan nel moitas actividades a diario. Para os máis pequenos é sinónimo de lugar de diversión pola cantidade de espazos e elementos que ofrece para xogaren entre eles.

No número 68 de ***Mathesis*** xa deixamos claro que o ***Parque de Oza*** é un terreo fértil para as matemáticas. Imos, pois, fixarnos de novo nalgúns elementos do recinto para ter un pretexto que nos permita facer algunhas consideracións en relación con elas.

O motivo que se mostra na fotografía da esquerda atópase facilmente se se accede ao parque pola entrada da *Rúa Montes*, corresponde ao elemento fundamental que se necesita para practicar o xogo chamado *A Mariola*. Se cadra, nunca xogastes a este xogo ou mesmo nunca escoitastes falar del.

Imos deixarvos como tarefa que investiguedes as súas regras. Non tedes máis que preguntarlle a vosas avoas e nais pois é seguro que xogaron moitas veces á *mariola* (este xogo foi habitualmente practicado por nenas).

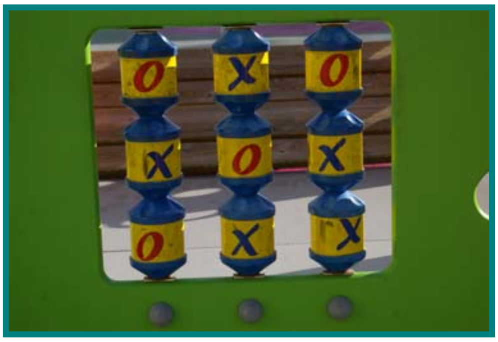
A imaxe danos pé para recordar que utilizamos un ***sistema de numeración decimal***. Un ***sistema de numeración*** é un conxunto de *símbolos* e *regras* que nos permiten escribir calquera cantidade.

O nacemento do sistema de numeración decimal produciuse na India e os *mercaderes* árabes foron os encargados de espallalo polas súas terras. Dos países árabes pasaría a Europa onde, nun principio, non tivo boa aceptación; exemplos houbo de persecución e mesmo de morte para as persoas que trataban de difundilo.

As ***cifras*** deste ***sistema de numeración*** son ***0***, ***1***, ***2***, ***3***, ***4***, ***5***, **6**, ***7***, ***8*** e ***9***. O descubrimento do ***cero*** foi a razón que deu ao sistema a importancia que adquiriu. É un sistema ***posicional***, o que significa que as ***cifras*** representan un valor ou outro segundo a ***posición*** que ocupen cando se utilizan, e ese valor está en relación directa cunha ***potencia de dez***. Por exemplo, no número ***51 525***, a ***cifra 5*** representa, como todos sabemos, tres valores diferentes.

¿Quen é o personaxe que aparece na foto da dereita? ¿Por qué aparece neste contexto? ¿Qué sabes del?

Cambiando de tema, existen parcelas das matemáticas (estatística, teoría da probabilidade…) que se ocupan do estudo de cuestións que teñen relación directa con certos tipos de xogo. Podemos preguntarnos cal é a probabilidade de obter premio cando participamos nun xogo de azar, se o reparto de premios é equitativo coas apostas realizadas ou se ten vantaxe quen faga o primeiro movemento nun xogo de estratexia…

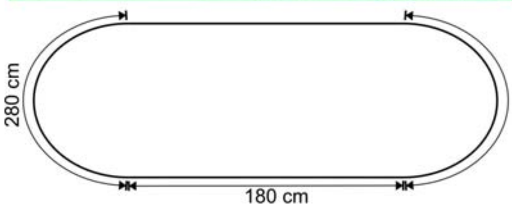


No ***Parque de Oza***, a carón da *Rúa Marina Nieto Álvarez*, atópase un conxunto lúdico destinado aos máis pequenos. Na fotografía mostramos unha posibilidade para xogar da que cremos que en rarísimas ocasións se debeu facer uso coa finalidade de practicar o xogo que se representa: O ***tres en raia*** ou ***tres en liña***.

Na presentación tradicional xógase sobre un papel ou sobre calquera outro tipo de superficie. Cada xogador dispón de tres fichas ou símbolos para situar, en quendas alternativas, nun recinto de 3×3 lugares baleiros co obxectivo de ser o primeiro en colocar os tres símbolos seguindo a mesma liña.

Parece ser que o xogo foi creado nas terras de Oriente Próximo no século V d.C. e que foron os *mercaderes* italianos os encargados de difundilo. Pasou por unha mala época na que estivo prohibido pola igrexa ao ser relacionado con rituais pagáns pero actualmente é bastante popular e seguro que o tes practicado nalgunhas ocasións.

Podémosche propoñer algunhas reflexións: ¿Teñen os dous xogadores a mesmas posibilidades de gañar? ¿Cantas posicións gañadoras existen? ¿Coñeces versións distintas deste xogo?...



Nun dos camiños do parque, no denominado *Paseo da Educación*, atopamos esta construción destinada a servizos públicos.

Observémola baixo un punto de vista xeométrico. Pódese descompoñer nun ***ortoedro*** e dous ***semicilíndros***.

¿Qué é un ***ortoedro***? ¿E un ***cilindro***? Es quen de debuxar os seus desenvolvementos no plano? ¿Recordas como se calculan as medidas da superficie e do volume?

A edificación ten unha altura de 2,30 m. Con este dato, xunto coas medidas que se indican no esbozo da planta do edificio, pedímosche que calcules a medida do volume da edificación e a da superficie que queda á vista.

Marina Ulla Camino
Cuarto ESO-A