Ano 7
Número 71
Maio 2013

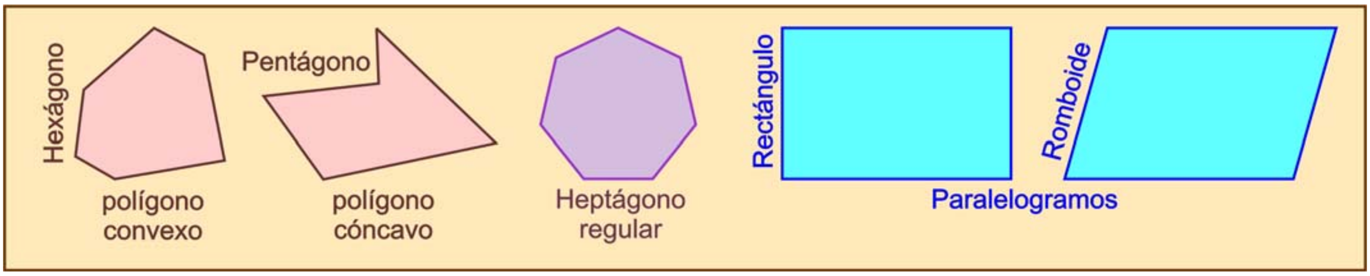
MaTHeSiS
Boletín de divulgación matemática

Depósito Legal: C-2693-06

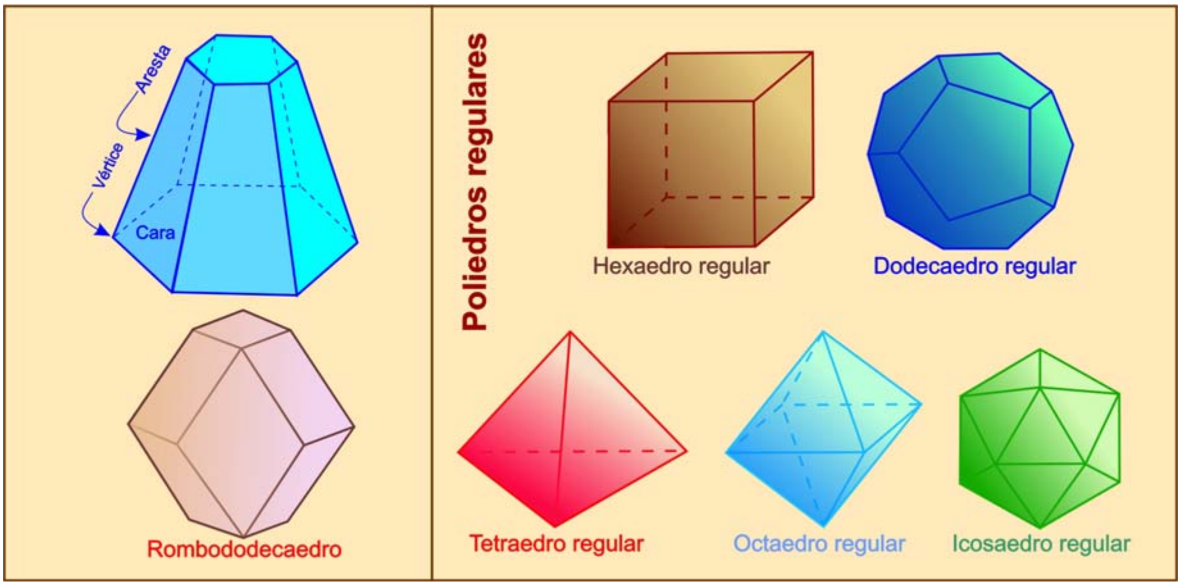
http://www.edu.xunta.es/centros/iesoteropedrayocoruna/

PRISMAS, ANTIPRISMAS E DELTAEDROS

Un ***polígono*** é unha *figura plana* limitada por unha liña que está formada por ***segmentos de recta***. Cada un dos *segmentos* que forman o contorno da figura é un ***lado do polígono*** e os *puntos* onde se xuntan dous *lados* é un ***vértice do polígono***.

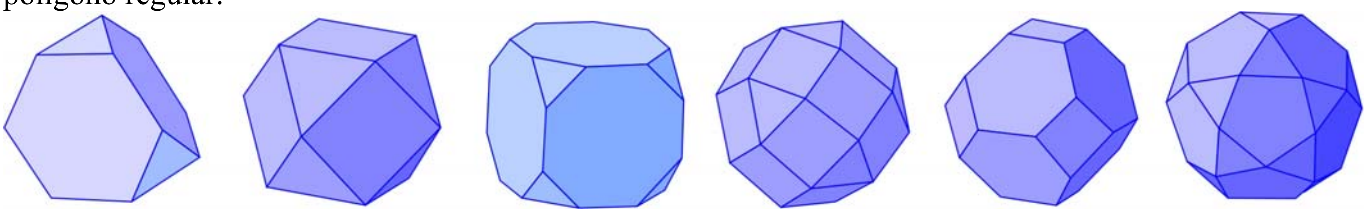


Unha ***superficie poliédrica*** (un ***poliedro***) é unha *figura do espazo* limitada por ***polígonos***. Eses *polígonos* que a delimitan chámanse ***caras do poliedro***. Dúas *caras contiguas* xúntanse nunha ***aresta*** (é dicir, nun *lado común* a dous *polígonos* que estean en *planos diferentes*) e cada *punto* de concorrencia de tres ou máis *arestas* é un ***vértice do poliedro***.



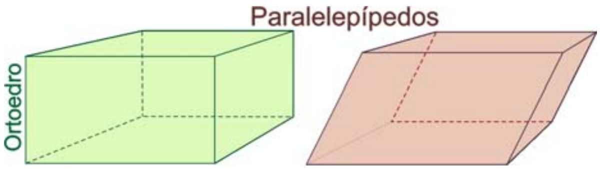
Un poliedro é ***regular*** cando as súas ***caras*** son *polígonos regulares idénticos* e en todos os seus ***vértices*** concorren o *mesmo número de caras*. Só existen 5 poliedros regulares, que son os que mostramos na figura anterior. Esta familia, recibe tamén o nome de ***sólidos platónicos***, ¿sabes cal é a razón?

Na seguinte imaxe representamos seis ***poliedros semirregulares***. Constrúense utilizando *polígonos regulares* e todos os seus *vértices son do mesmo tipo*, pero na súa formación *non* intervén *un único* polígono regular.

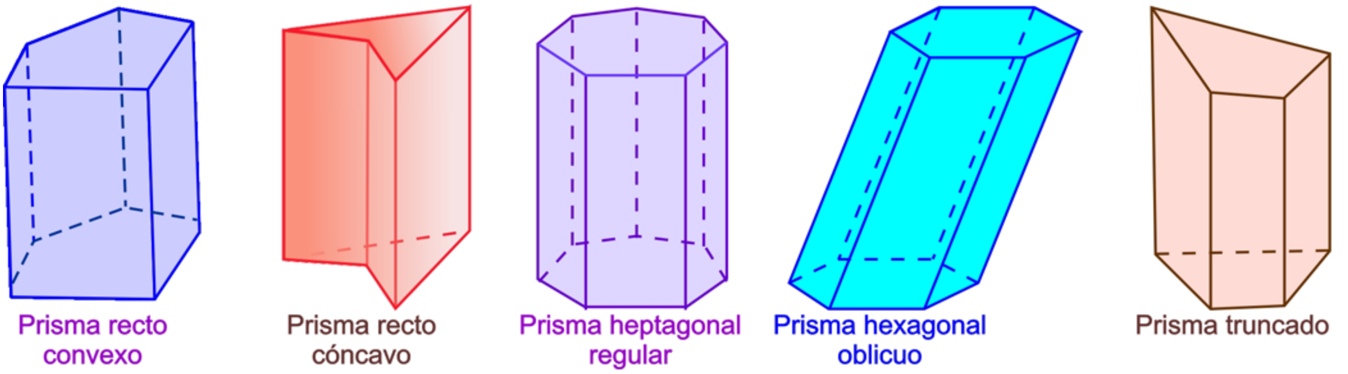


A familia á que pertencen as superficies poliédricas anteriores coñécese co nome de ***Poliedros Arquimedianos***. Investiga por que reciben ese nome e cal é o número de poliedros que constitúen a familia. Tamén imos deixar para que investigues outra familia de poliedros moi interesante que ten tantos elementos coma a dos *Poliedros Arquimedianos*, referímonos aos denominados ***Poliedros de Catalan***, o *rombododecaedro* que aparece máis arriba é un dos *poliedros de Catalan*.

Os poliedros máis comúns, dos que seguramente teremos bastantes exemplos nos nosos propios fogares, son os ***prismas***. Os ***prismas*** son os *poliedros* que teñen ***dúas caras paralelas iguais***, chamadas ***bases***, e todas as outras caras –as denominadas ***caras laterais***– son ***paralelogramos***.



Un ***paralelepípedo*** é un prisma no que as bases son *paralelogramos*; ou sexa, é un poliedro con seis caras que son paralelogramos. Un ***ortoedro*** é un ***paralelepípedo*** no que as seis caras son *rectángulos*; é dicir, nun *ortoedro* as bases son rectángulos e ás *arestas laterais* son ***perpendiculares*** ás *arestas das bases*.



Dependendo do criterio que se estableza, pódense facer diversas clasificacións cos prismas. Se poñemos como criterio de clasificación o número de lados das bases (que as bases sexan triángulos, cuadriláteros, pentágonos...) teremos ***prismas triangulares***, ***prismas cuadrangulares***, ***prismas pentagonais***... Se as bases dun prisma teñen ***n*** lados, ¿cal é o número total de caras do prisma?

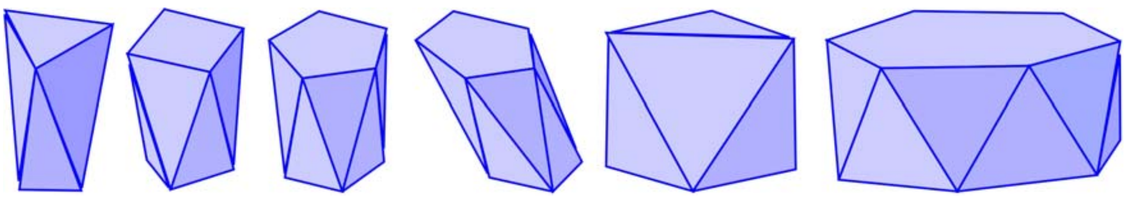
Se nos fixamos nas caras laterais, obteremos ***prismas oblicuos***, cando algunha das caras laterais é un rombo ou un romboide, e ***prismas rectos***, cando todas as caras laterais sexan rectángulos ou cadrados.

Se temos en conta a forma das bases, os ***prismas*** serán ***convexos*** se as súas bases son polígonos convexos e ***cóncavos*** cando as bases sexan polígonos cóncavos.

Se as bases dun *prisma recto* son *polígonos regulares*, diremos que o ***prisma*** é ***regular***. Observa que todo *prisma regular* que teña as caras laterais cadradas é un poliedro ***semirregular***. ¿Que ***poliedro regular*** é un ***prisma***?

Se cortamos un prisma por un plano que non sexa paralelo as súas bases, obtemos un ***prisma truncado***.

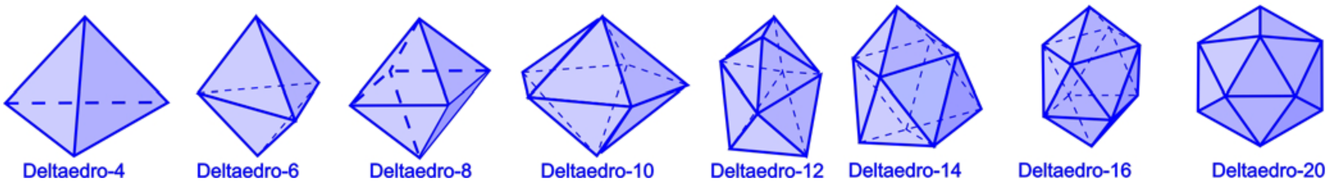
Os ***antiprismas*** son poliedros con ***dúas bases*** que son polígonos ***iguais e paralelos*** pero ***xirados*** un respecto do outro, de forma que cada vértice dunha base se une con dous vértices correspondentes á outra sendo, polo tanto, ***todas as caras laterais triángulos***. Se as bases dun ***antiprisma*** teñen ***n*** lados, ¿cal é o número total de caras do ***antiprisma***?



Os ***antiprismas*** que teñen por bases *polígonos regulares* e caras laterais *triángulos equiláteros*, son ***poliedros semirregulares***. ¿Que ***poliedro regular*** é un ***antiprisma***?

Os poliedros que imos mencionar para rematar este comentario deben o seu nome á letra grega Δ (delta), referímonos aos ***deltaedros*** que son os poliedros con ***todas as caras triángulos equiláteros idénticos***. Na seguinte imaxe representamos os ***oito deltaedros convexos***. ¿Que ***deltaedros*** son ***poliedros regulares***? ¿Cales son ***bipirámides***? ¿Cantos *eixes de rotación* ten cada un dos ***deltaedros***? ¿De que *orde* son eses *eixes de rotación*?

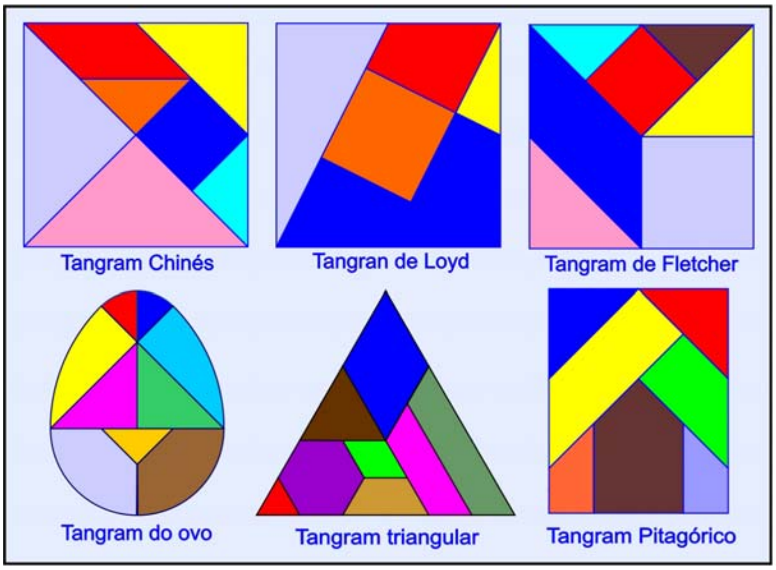
Eva Romero López.
Cuarto ESO-A.



CARDIOTANGRAM

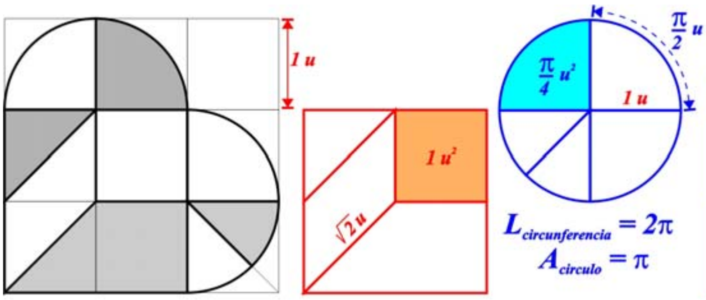
Falando desde un punto de vista matemático, un ***tangram*** é un puzle formado por un conxunto de pezas, xeometricamente recoñecibles, que se obtiveron seccionando unha figura plana sinxela: un *cadrado*, un *círculo*, un *triángulo*, un *rectángulo*, unha *estrela*, un *ovoide*... Cada unha das pezas que constitúen un ***tangram***, denomínase ***tan***.

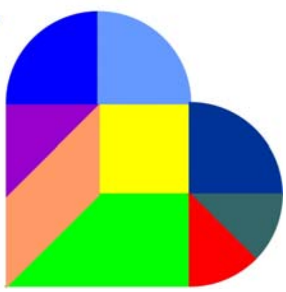
Dende hai centos de anos, nenos e adultos divírtense compoñendo milleiros de figuras recoñecibles (***todas*** da mesma área) utilizando ***todas*** as pezas dalgún ***tangram***. Os matemáticos botan man destes xogos para mostrar, desde un punto de vista lúdico, propiedades matemáticas de *figuras xeométricas planas*, *ángulos*, *áreas e perímetros*, *mosaicos*, *fraccións*, *números irracionais*...



De entre todos os ***tangrams***, o máis coñecido e difundido é o ***tangram chinés***. En anteriores números de ***Mathesis*** centramos a nosa atención en diferentes tipos de ***tangrams***; desta vez imos reflexionar sobre algunhas propiedades matemáticas do denominado ***cardiotangram***.

O ***tangram corazón*** ou ***cardiotangram***, componse a partir das seguintes pezas: un ***cadrado***, un ***trapecio rectángulo***, un ***triángulo rectángulo isóscele***, un ***romboide***, tres ***sectores circulares***, de igual tamaño, que coinciden coa *cuarta*

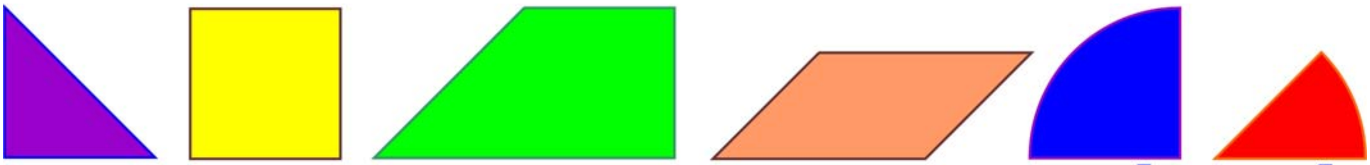




parte dun círculo e outros dous sectores circulares que equivalen á *oitava parte* dun círculo. O ***corazón*** que se forma, obtense a partir dunha cuadrícula 3×3, tal como se indica na figura. O ***cardiotangram*** pode utilizarse para afianzar os conceptos de *raio*, *diámetro*, *ángulos nunha circunferencia*, *radián*, *razóns trigonométricas*...

Para determinar as medidas dos perímetros e das superficies dos diferentes ***tans*** do ***cardiotangram*** imos tomar como unidade de medida de lonxitude o lado do cadrado que se utilizou para construír a cuadrícula 3×3 (fíxate na figura anterior).

Deste modo, a diagonal de cada un dos cadrados da cuadrícula terá unha lonxitude de $\sqrt{2}$ unidades e cada cadrado unha área de $1\ u^2$. Ademais, os sectores circulares que interveñen na construción obtivéronse a partir dun círculo de raio $1\ u$ ($L_{circunferencia} = 2 \cdot \pi \cdot 1 = 2\pi$ unidades e $A_{círculo} = \pi \cdot 1^2 = \pi$ unidades cadradas). En consecuencia, resumimos a seguir os resultados das medidas dos perímetros e das superficies das pezas que che resultarán de fácil comprobación:



$P=(2+\sqrt{2})u$, $A=\frac{1}{2}u^2$ — $P=4u$, $A=1u^2$ — $P=(4+\sqrt{2})u$, $A=\frac{3}{2}u^2$ — $P=(2+2\sqrt{2})u$, $A=1u^2$ — $P=(2+\frac{\pi}{2})u$, $A=\frac{\pi}{4}u^2$ — $P=(2+\frac{\pi}{4})u$, $A=\frac{\pi}{8}u^2$

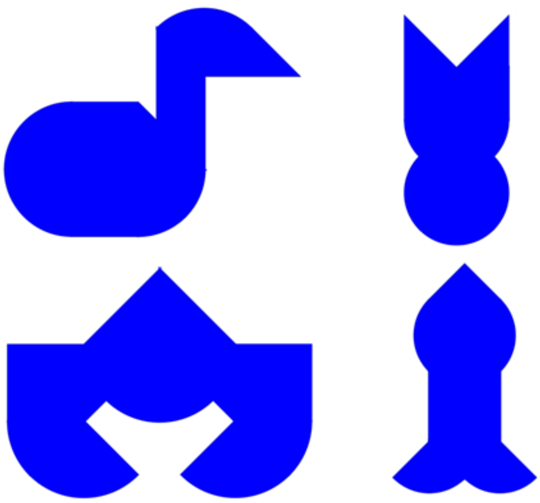
Utilizando a mesma unidade para calcular a medida do perímetro e a área do ***cardiotangram***, obtemos:

$$P_{card.} = (4+2\pi)\boldsymbol{u} \qquad \text{e} \qquad A_{card.} = (4+\pi)\boldsymbol{u^2}$$

Na seguinte táboa mostramos a relación existente entre as áreas das diferentes pezas do ***cardiotangram***. Propoñémosche que lembres ou investigues algunhas cuestións: ¿cal é a definición de *radián*? ¿que relacións existen entre as áreas dun *cadrado*, do seu *círculo inscrito* e do seu *círculo circunscrito*? ¿cales son os diferentes tipos de *trapecios*? Fai clasificacións dos *cuadriláteros* utilizando diversos criterios (paralelismo dos lados, ángulos das diagonais, número de ángulos rectos...).

Constrúe un ***cardiotangram*** e reproduce as figuras que che damos a continuación.

	1	2	$\frac{4}{\pi}$	$\frac{8}{\pi}$	$\frac{8}{\pi}$	$\frac{12}{\pi}$
	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{2}{\pi}$	$\frac{4}{\pi}$	$\frac{4}{\pi}$	$\frac{6}{\pi}$
	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	1	2	2	3
	$\frac{\pi}{8}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	1	$\frac{3}{2}$
	$\frac{\pi}{8}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	1	$\frac{3}{2}$
	$\frac{\pi}{12}$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	1



Cristina Varela Ugarte
Cuarto ESO-B.