Ano 6

Número 58

Abril 2012

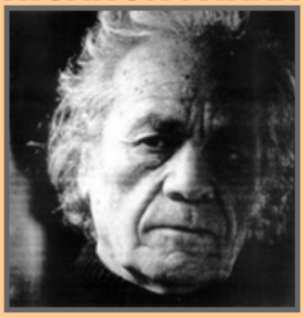
MaTHeSiS

Boletín de divulgación matemática

Depósito Legal: C-2693-06

http://www.edu.xunta.es/centros/iesoteropedrayocoruna/

NICANOR PARRA



(matemático)

Como cada ano, dende a primeira convocatoria en 1975, este 23 de abril de 2012 -día do aniversario do pasamento de ***Miguel de Cervantes***- entregouse no *Paraninfo da Universidade de Alcalá de Henares* o ***Premio de Literatura en Lingua Castelá Miguel de Cervantes 2011***.

O 1 de decembro de 2011 fallouse este premio, máximo recoñecemento ao labor creador de escritores españois e hispanoamericanos, que foi outorgado desta volta ao ***matemático***, *físico* e *poeta* chileno ***Nicanor Parra Sandoval***.

Nicanor Parra, autor dunha importante produción literaria e merecedor de acreditados premios neste campo, é recoñecido como o creador da denominada ***antipoesía***.

Autorretrato

Considerad, muchachos,
Este gabán de fraile mendicante:
Soy profesor en un liceo obscuro,
He perdido la voz haciendo clases.
(Después de todo o nada
Hago cuarenta horas semanales).
¿Qué les dice mi cara abofeteada?
¡Verdad que inspira lástima mirarme!
Y qué les sugieren estos zapatos de cura
Que envejecieron sin arte ni parte.

[...]

Nicanor Parra.

Investiga:

- Nicanor Parra.
- Antipoesía.
- ¿Quen recibiu o primeiro Premio Cervantes?
- Cita outros premiados.
- Consigue completo o poema anterior.

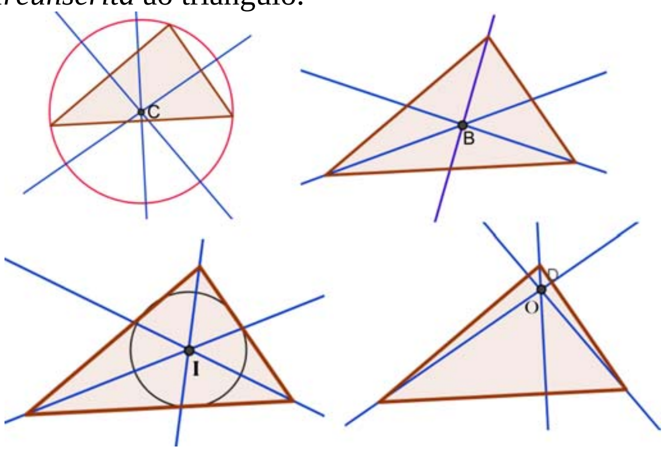
POLIAMANTES

Unha ***poliforma*** é unha *figura xeométrica plana* que se obtén encaixando repetidas veces unha mesma forma básica que actúa como *módulo*. No número 40 de ***Mathesis*** ocupámonos dos ***poliminós*** que son ***poliformas*** que se obteñen xuntando cadrados por lados completos. Parece ser que o vocábulo *poliminó* foi acuñado por ***Solomón W. Golomb*** facendo unha ampliación do termo ***dominó*** –non estaría demais investigar a procedencia de palabra *dominó*–.

Son tamén moi coñecidas diversas ***poliformas*** que se obteñen a partir doutros polígonos; neste boletín ímonos ocupar de dúas familias que teñen como *módulo* de construción un *triángulo*.

Comecemos recordando, pois, algunhas propiedades e elementos directamente relacionados con esa figura plana de tres lados e tres ángulos; fagamos mención aos chamados ***puntos*** e ***rectas notables*** dun triángulo.

O ***circuncentro***, ***C***, é o punto onde se cortan as tres ***mediatrices*** dos lados dun triángulo (recorda a definición de *mediatriz dun segmento*). O punto C recibe ese nome por ser o *centro* da *circunferencia circunscrita* ao triángulo.



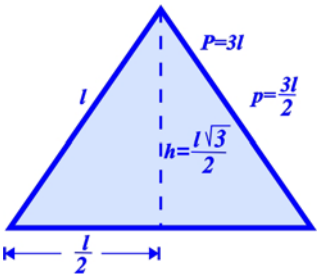
¿Recordas a definición de ***mediana*** nun triángulo? O ***baricentro***, ***B***, é o punto de intersección das tres ***medianas***. O ***baricentro*** é o *centro de gravidade do triángulo*.

O punto común ás tres ***bisectrices*** dos *ángulos* *interiores* dun triángulo chámase *incentro* (¿recordas cal é a definición de *bisectriz dun ángulo*?). O ***incentro***, ***I***, é o *centro* da *circunferencia inscrita* ao triángulo.

O ***ortocentro***, ***O***, dun triángulo é o punto no que concorren as súas tres ***alturas*** (recorda a definición de *altura* dun triángulo e investiga o significado etimolóxico do termo *ortocentro*).

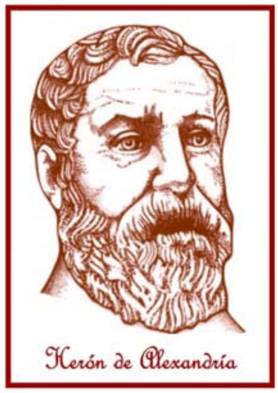
Seguramente que recordas como se calculan as medidas do perímetro e da superficie dun triángulo, ¿lémbraste da ***Fórmula de Herón*** para calcular á área?.

Imos centrar agora o noso estudo nun tipo moi concreto de triángulos: os ***triángulos equiláteros***. Propoñémosche a ti que deas resposta á seguinte pregunta: ¿Que ocorre cos ***puntos notables*** no caso dun triángulo ***equilátero***? Daremos nós resposta a estoutra cuestión: ¿Como se escriben as fórmulas que nos permiten calcular o *perímetro* e a *área dun triángulo equilátero se sabemos que a lonxitude do seu lado é* ***l***?



Evidentemente o *perímetro* será $P = 3l$ (polo que o *semiperímetro*, ***p***, que precisamos para utilizar a ***Fórmula de Herón*** é $p = \frac{3l}{2}$).

Aplicando o ***Teorema de Pitágoras*** podemos obter a medida da altura: $h = \frac{l\sqrt{3}}{2}$.

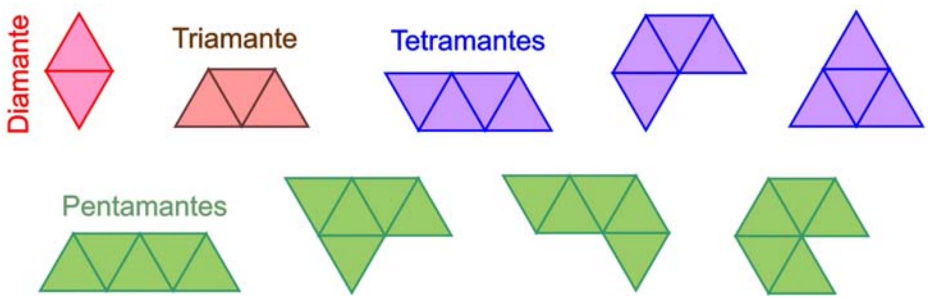


Cos datos anteriores chegaremos, por dous camiños diferentes, á expresión da fórmula que nos dá a área dun triángulo equilátero de lado ***l***. Facendo uso da *fórmula tradicional*: $A_T = \frac{1}{2} \cdot l \cdot \frac{l\sqrt{3}}{2} = \frac{l^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$; ou utilizando a *Fórmula de Herón*:

$$A_T = \sqrt{\frac{3l}{2} \cdot \left(\frac{3l}{2} - l\right)^3} = \sqrt{\frac{3l}{2} \cdot \left(\frac{l}{2}\right)^3} = \sqrt{\frac{3l^4}{16}} = \frac{l^2\sqrt{3}}{4}.$$

¿Que vai ocorrer se, seguindo as pautas dadas por ***Solomón W. Golomb***, nos poñemos a construír ***poliformas*** tomando como ***módulo*** o ***triángulo equilátero***?

As figuras que se obteñen son coñecidas co nome de ***poliamantes***, termo proposto polo matemático escocés ***T. H. O'Beirne*** estendendo a acepción ***diamante*** (figura da baralla francesa) adoptada para designar a composición máis simple, que é a que se consegue xuntando dous triángulos equiláteros ao unilos por lados completos.



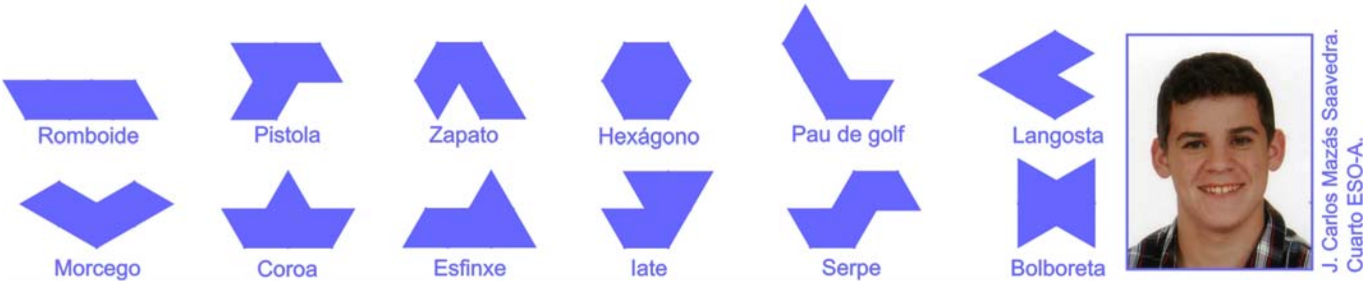
	Número
Diamantes	1
Triamantes	1
Tetramantes	3
Pentamantes	4
Hexamantes	12

A partir do ***diamante***, utilizando outro *triángulo equilátero*, podemos formar o ***triamante*** –fíxate que soamente existe **un** ***triamante***–. No entanto, non hai unha resposta única á hora de xuntar un novo *triángulo equilátero* ao ***triamante*** e obtemos **tres** ***tetramantes*** diferentes.

Propoñémosche que estudes as *propiedades xeométricas* dos ***tetramantes***, velaquí algunhas preguntas a modo de suxestión: ¿Teñen *eixes de simetría*? ¿Cantos eixes de simetría teñen? ¿Teñen *centro de xiro*? ¿De que *orde* é ese centro de xiro? ¿Son os tres *desenvolvemento dun tetraedro*?...

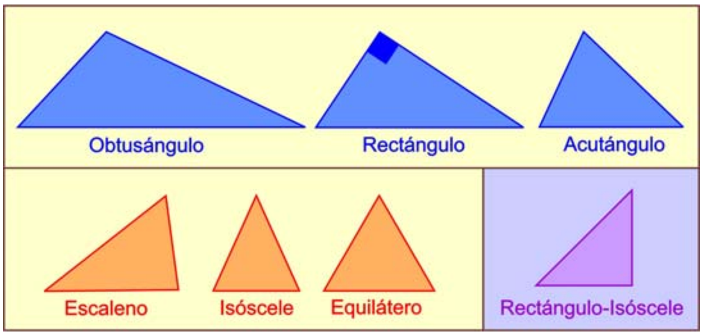
Tomando un novo *triángulo equilátero*, e traballando de maneira ordenada, conseguiremos os catro ***pentamantes*** e a partir deles, seguindo a mesma metodoloxía, obteremos os ***hexamantes***. Fíxate que, a partir dos ***pentamantes***, as posibilidades á hora de combinar *triángulos equiláteros* empezan a medrar e obtemos **doce *hexamantes***. ¿Cantos ***heptamantes*** existen? ¿E o***ctamantes***?...

En lugares especializados onde se vendan puzles ou material didáctico pódense adquirir os ***hexamantes***, hai autores que lle puxeron nome a cada un deles, velaquí están:



E agora investiga ti: ¿Teñen todos os ***hexamantes*** o mesmo *perímetro*? ¿Cales teñen *eixes de simetría*? ¿Cantos eixes de simetría teñen? ¿Cales teñen *centro de xiro*? ¿De que *orde* é ese centro de xiro? ¿Cales son *desenvolvemento* dunha *bipirámide triangular*? ¿Cales se poden utilizar como *tesela* para recubrir o plano?...

POLIÁBOLOS

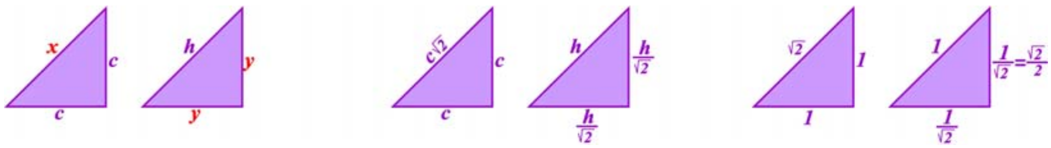


¿Cantas veces nos temos referido ás clásicas ***clasificacións de triángulos*** utilizando como *criterios* a medida dos seus lados ou a medida dos seus ángulos? Unha vez máis deixamos constancia delas na figura da esquerda. Pero nesa figura hai un elemento destacado.

Un triángulo é ***isóscele*** cando ten dous lados de igual medida e o terceiro lado ten unha medida diferente. Todos os triángulos *isósceles* –por teren dous lados iguais– teñen dous ángulos ***agudos iguais***; o terceiro dos ángulos pode ser ***obtuso***, ***recto*** ou ***agudo***.

O triángulo destacado na figura anterior é un triángulo ***rectángulo isóscele*** e nel imos centrar a nosa atención. ¿Que podemos dicir para comezar? Por ser rectángulo cumpre o ***Teorema de Pitágoras*** e, ademais, os seus ángulos iguais son de 45º. Ten un ***eixe de simetría*** e non ten ***centro de xiro***.

Imos calcular agora a medida do perímetro e da superficie dun triángulo ***rectángulo isóscele*** tomando como dato coñecido a lonxitude dun dos seus catetos, ***c***, (os dous catetos miden o mesmo) ou a medida da súa hipotenusa, ***h***.

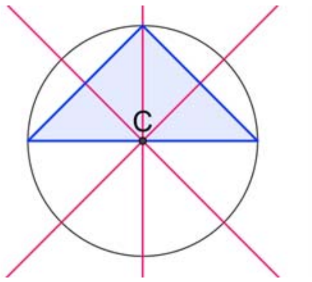


Se coñecemos a medida dun ***cateto***, ***c***, a medida da ***hipotenusa***, aplicando o ***Teorema de Pitágoras***, calcularase así: Sabemos que $x^2 = c^2 + c^2$, logo $x = \sqrt{c^2 + c^2} = \sqrt{2c^2} = c\sqrt{2}$.

Se o dato coñecido é a medida da hipotenusa, ***h***, temos $h^2 = y^2 + y^2$ e, polo tanto, $2y^2 = h^2$ de onde deducimos que $y^2 = \dfrac{h^2}{2} \Rightarrow y = \sqrt{\dfrac{h^2}{2}} = \dfrac{h}{\sqrt{2}} = \dfrac{h\sqrt{2}}{2}$.

Na última parte da figura anterior, exprésanse os resultados correspondentes a ***c=1*** e ***h=1***.

A partir das consideracións anteriores, cando coñecemos ***c***, o *perímetro* dun *triángulo rectángulo isóscele* será $P = 2c + c\sqrt{2} = c\left(2+\sqrt{2}\right)$ e a *área* $A = \frac{c^2}{2}$. Se o dato que temos é a medida da hipotenusa, ***h***, as fórmulas exprésanse así: $P = h + 2\frac{h\sqrt{2}}{2} = h + h\sqrt{2} = h\left(1+\sqrt{2}\right)$ e $A = \frac{1}{2}\left(\frac{h}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{h^2}{4}$.



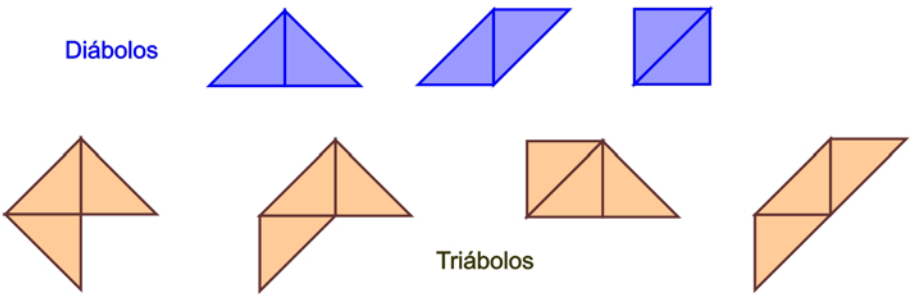
Para poñer fin a estas consideracións, observa que o ***circuncentro*** dun ***triángulo rectángulo isóscele*** coincide co punto medio da súa ***hipotenusa***, polo que esta é o ***diámetro*** da ***circunferencia circunscrita***.

Agora imos construír ***poliformas*** utilizando ***triángulos rectángulos isósceles*** como ***módulo***. Recordemos que os triángulos deben xuntarse por lados completos e que, neste caso son de dous tipos diferentes (*cateto* e *hipotenusa*). Estas ***poliformas*** foron estudadas polo matemático escocés ***T. H. O'Beirne*** pero o que lle puxo nome foi ***S. J. Collins***, denomínanse ***poliábolos***.

O nome ten que ver co ***diábolo*** (xoguete moi utilizado polos malabaristas) pois a sección dese xoguete por un plano semella dous triángulos que se xuntan nun vértice (evidentemente, esa sección non é unha ***poliforma*** segundo a definición dada).

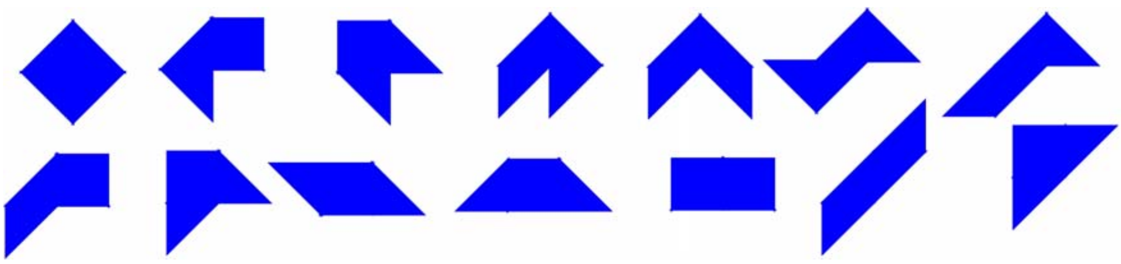
Sorprende a cantidade de ***poliábolos*** que se poden formar comezando pola circunstancia de que existan **tres *diábolos***.

A partir dos ***diábolos***, engadindo un novo *triángulo rectángulo isóscele*, obtemos os **catro *triábolos*** posibles.



	Número
Diábolos	3
Triábolos	4
Tetrábolos	14
Pentábolos	30
Hexábolos	107

Unha vez que temos os ***triábolos*** podemos chegar á construción dos **catorce *tetrábolos***. Os ***tetrábolos*** pódense usar como un puzle que permite compoñer moitas formas xeométricas que suxiren interesantes problemas matemáticos e tamén siluetas de obxectos recoñecibles. Velaquí os ***tetrábolos***:



Misiker Aguiló Rodríguez
Cuarto ESO-B.

Propoñémosche que á partir dos ***tetrábolos*** deas resposta ás seguintes cuestións: ¿Que tipo de *polígono* é cada un deles? ¿Cales son *convexos* e cales son *cóncavos*? Calcula o seu *perímetro* tomando como *unidade de medida* un *cateto* do triángulo de partida, e tamén tomando a *hipotenusa* como *unidade*. ¿Cales teñen *eixes de simetría*? ¿Cantos *eixes de simetría* teñen? ¿Cales teñen *centro de xiro*? ¿De que *orde* é ese *centro de xiro*? ¿Cales poden utilizarse como *tesela* para recubrir o plano?...