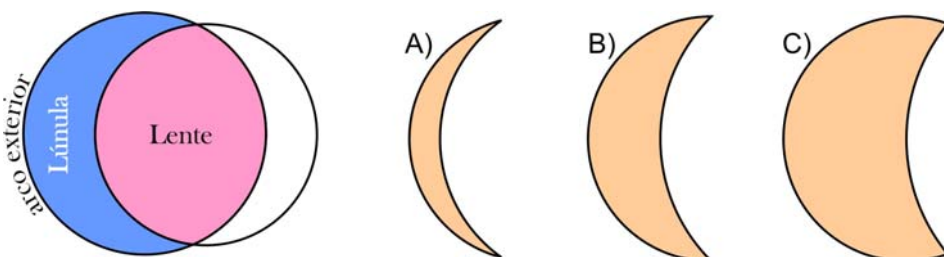




La luna vino a la fragua con su polisón de nardos. El niño la mira, mira. El niño la está mirando. En el aire conmovido mueve la luna sus brazos y enseña, lúbrica y pura, sus senos de duro estaño. Huye luna, luna, luna. Si vinieran los gitanos, harían con tu corazón collares y anillos blancos. Niño, déjame que baile. Cuando vengan los gitanos, te encontrarán sobre el yunque con los ojillos cerrados. Huye luna, luna, luna, que ya siento sus caballos. Niño, déjame, no pises mi blancor almidonado. El jinete se acercaba tocando el tambor del llano. Dentro de la fragua el niño, tiene los ojos cerrados. Por el olivar venían, bronce y sueño, los gitanos. Las cabezas levantadas y los ojos entornados. Cómo canta la zumaya, ¡ay, cómo canta en el árbol! Por el cielo va la luna con un niño de la mano. Dentro de la fragua lloran, dando gritos, los gitanos. El aire la vela, vela. El aire la está velando.

En matemáticas, unha *lúnula* é unha figura que nos recorda a forma da lúa. Máis concretamente, no contexto no que nos imos mover, chamaremos *lúnula* á figura *cóncava* plana limitada por dous arcos de circunferencia; denominaremos *arco exterior* ao de maior lonxitude.

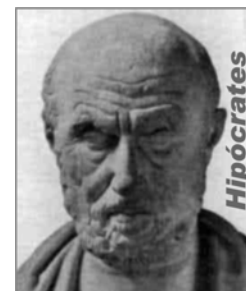


Nas figuras A), B) e C) do debuxo anterior mostramos tres *lúnulas* nas que os *arcos exteriores* son, respectivamente, menor que unha semicircunferencia, coincidente cunha semicircunferencia e maior ca unha semicircunferencia.

Para que investigues e recordes:

- Dá unha definición rigorosa e pon exemplos do que son **rexións convexas** e **rexións cóncavas**.
- Busca outra acepción de *lúnula* diferente da que se está utilizando neste traballo.
- Consulta o número 44 de *Mathesis* para recordar de que tratan **os tres problemas clásicos da xeometría grega**.

Hipócrates de Chios (ou **Quios**) –non confundilo con **Hipócrates de Cos**, o pai da medicina– viviu, aproximadamente, entre os anos 470 a.C. e 410 a.C. Primeiramente dedicouse ao comercio, exercendo como *mercader*, pero nesta faceta profesional non tivo moita sorte e acabou arruinado, sendo diversas as versións que contan como chegou a tal situación: uns afirman que o estafaron debido a súa grande inxenuidade e outros que foi atacado e roubado polos piratas.

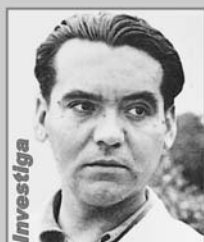


Arredor do 430 a.C. marchou da illa de Chios para Atenas onde se converteu nun gran xeómetra. Traballou intensamente en dous dos problemas clásicos da xeometría grega: a *cuadratura do círculo* e a *duplicación do cubo*.

Aínda que non quedou referencia escrita, autores posteriores dan conta de que **Hipócrates** redactou uns importantes *Elementos de xeometría* acadando resultados similares aos que, máis de cen anos despois, aparecerían nos famosísimos *Elementos* de **Euclides**.

Investiga:

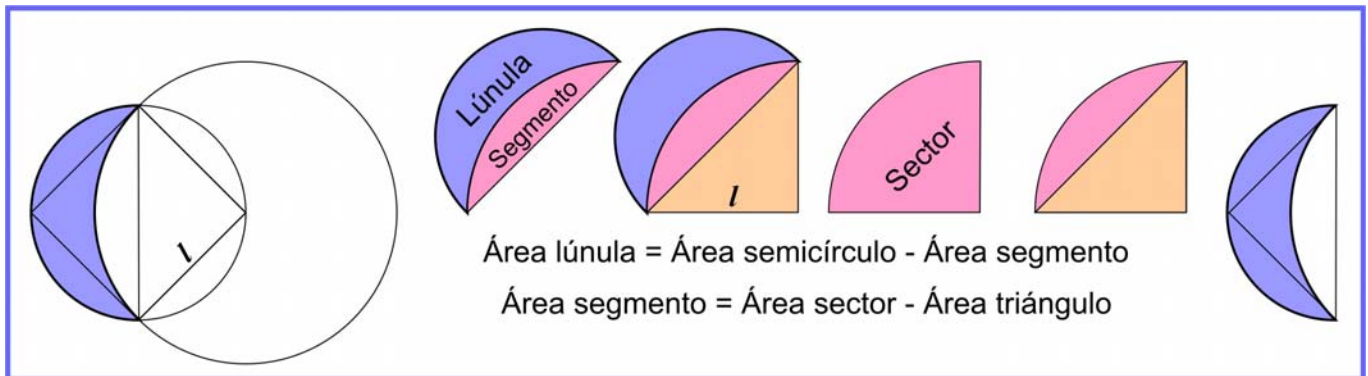
- Autor do poema.
- Título do poema.
- ¿A quen dedicou este poema o autor?



Nos seus intentos por conseguir a cuadratura do círculo utilizando regra e compás, **Hipócrates** chegou a demostrar que **a razón existente entre as áreas de dous círculos e a mesma que cumpren os cadrados dos seus respectivos raios** e tamén conseguiu a **cuadratura** de certos tipos de **lúnulas**.

A **cuadratura dunha lúnula**, utilizando regra e compás, consiste en construír un cadrado que teña a súa mesma área (polo que así sabemos a área da lúnula).

Imos calcular a área dunha **lúnula** con *arco exterior* coincidente cunha *semicircunferencia* tomando como dato a medida ***l*** do lado do *cadrado inscrito* na circunferencia. Dito doutra maneira, para construír este tipo de **lúnulas** –as primeiras coas que traballou **Hipócrates**– estámonos apoiando nun *triángulo rectángulo isósceles* con *catetos* de medida ***l***. Na seguinte figura trátase de aclarar a situación.



Se a medida do lado do cadrado é ***l***, é fácil deducir, utilizando o *Teorema de Pitágoras*, que a súa *diagonal* –que vén sendo a *hipotenusa* do triángulo rectángulo isósceles– mide $l\sqrt{2}$ e, en consecuencia, o raio da circunferencia na que está inscrito o cadrado medirá $\frac{l\sqrt{2}}{2}$.

Polo tanto, a área do *semicírculo* será: $A_{\text{semicírculo}} = \frac{1}{2} \cdot \pi \left(\frac{l\sqrt{2}}{2} \right)^2 = \frac{1}{2} \cdot \pi \frac{2l^2}{4} = \frac{\pi l^2}{4}$.

A área do *sector circular* (que ten de raio ***l***) vale: $A_{\text{sector}} = \frac{\pi l^2}{4}$, por coincidir coa cuarta parte dun círculo,

e a área do *triángulo* será: $A_{\text{triángulo}} = \frac{l^2}{2}$. Así, pois, a área do *segmento circular* quedará dada mediante a

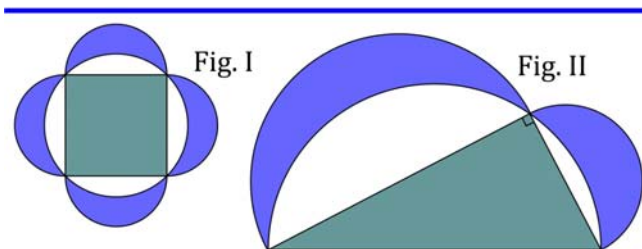
seguinte expresión: $A_{\text{segmento}} = A_{\text{sector}} - A_{\text{triángulo}} = \frac{\pi l^2}{4} - \frac{l^2}{2}$.

En definitiva, velaquí o valor da medida da superficie desta lúnula:

$$A_{\text{lunula}} = A_{\text{semicírculo}} - A_{\text{segmento}} = \frac{\pi l^2}{4} - \left(\frac{\pi l^2}{4} - \frac{l^2}{2} \right) = \frac{\pi l^2}{4} - \frac{\pi l^2}{4} + \frac{l^2}{2} = \frac{l^2}{2}$$

E deste modo chegamos ao seguinte sorprendente resultado:

¡A área da lúnula coincide coa área do triángulo rectángulo isósceles sobre o que foi construída!



Xustifica:

- A suma das áreas das catro lúnulas da Fig. I coincide coa área do cadrado.
- A suma das áreas das dúas lúnulas da Fig. II coincide coa área do triángulo rectángulo.



Marta Vieites Rodríguez
Cuarto ESO B.

JOHANNES KEPLER

Investiga



Imaxe da obra *Mysterium Cosmographicum*.
Kepler utiliza os sólidos platonicos para facer a súa interpretación do Sistema Solar.

ASÍ SOÑÉ YO LA VERDAD

Kepler miró llorando los cinco poliedros encajados uno en otro, sistemáticos, perfectos, en orden musical hasta la gran esfera. Amó al dodecaedro, lloró al icosaedro por sus inconsecuencias y sus complicaciones adorables y raras, pero, ¡ay!, tan necesarias, pues no cabe idear más sólidos perfectos que los cinco sabidos, cuando hay tres dimensiones. Pensó, mirando el cielo matemático, lejos, que quizá le faltara una lágrima al miedo. La lloró cristalina: depositó el silencio, y aquel metapoliedro, geometría del sueño, no pensable y a un tiempo normalmente correcto, restableció sin ruido la paz del gran sistema. No cabía, es sabido, según lo que decían, más orden que el dictado. Mas él soñó: pensaba. Eran más que razones: las razones ardían. Estaba equivocado, mas los astros giraban. Su sistema era sólo, según lo presentado, el orden no pensado de un mundo enloquecido, y él buscaba el defecto del bello teorema. Lo claro coincidía de hecho con el espanto y en la nada, la nada le besaba a lo exacto.

Gabriel Celaya.

Johannes Kepler naceu o 27 de decembro de 1571 en Weil der Stadt, Württemberg (Alemaña) no seo dunha familia luterana. Dúas circunstancias marcaron a nenez de **Kepler**: O feito de que seu pai, que era mercenario, abandonara a familia cando el tiña tan só catro anos e a súa fráxil saúde, agravada por unha miopía derivada de ter padecido a varíola.

Iniciou a súa formación asistindo á escola luterana do seu pobo onde destacou por ser un alumno brillante. O mestre recomendoulle á familia a conveniencia de que proseguira os seus estudos ingresando na universidade luterana de Tübinga, consello que **Kepler** aceptou coa intención de converterse en pastor protestante.



Unha vez na universidade tivo diversos problemas cos seus compañeiros, uns motivados polas burlas que lle facían polo seu aspecto físico e outros debidos á envexa que lle tiñan, provocada polos continuos comentarios eloxiosos que os profesores facían sobre el.

Michael Mästlin, o seu profesor favorito que explicaba matemáticas e astronomía, introdución a **Kepler** na *teoría heliocéntrica* (o Sol como centro do universo) fronte á *teoría xeocéntrica* (a Terra como centro) que era a aceptada pola igrexa. A constatación de que a Terra xiraba arredor do Sol, ao igual que os outros planetas, determinou a **Kepler** a interesarse definitivamente polo estudo da astronomía.

Aconteceu que a universidade de Graz solicitou á de Tübinga que lle enviase un profesor de matemáticas e o claustro de profesores decidiu que o candidato axeitado era **Johannes Kepler**. Por este motivo, en 1594, marchou **Kepler** para Graz, trocando, coa aceptación deste traballo, a súa vocación inicial de predicador pola de profesor de aritmética, xeometría e

retórica (ocupándose, no tempo libre que lle quedaba, á súa afección favorita: a astronomía). Non chegou a ser, así e todo, un bo profesor porque reflexionaba nas clases sobre o que explicaba e confundía aos seus alumnos.

Estando en Graz, casou en 1597 con **Barbara Müller** –coa que tivo tres fillos– e publicou a súa obra *Mysterium Cosmographicum*. O falecemento do seu segundo fillo, en 1611, foi un duro golpe para **Kepler**, acrecentado ao ano seguinte coa morte da súa esposa. En 1613 casou de novo, esta vez con **Susana Reuttinger**. Da súa vida familiar tamén é destacable o feito de que, en 1615, súa nai foi acusada pola Inquisición de practicar bruxería, **Kepler** encargouse da defensa e empregou seis anos para conseguir que non a condenaran.

Polo ano 1600 as disputas relixiosas acadaron un punto de grande tensión. Por este motivo os profesores protestantes da universidade de Graz víronse obrigados a marchar. **Tycho Brahe**, astrónomo danés que foi o máis grande observador do ceo da época, seguira con atención as publicacións de **Kepler** e propuxéralle traballar con el. **Kepler** marchou para o castelo de Benatek, en Praga, onde residía **Tycho Brahe**.

Tycho Brahe era un tipo moi peculiar; vivía rodeado dos seus axudantes e **Kepler** tivo que soportar novas burlas sobre o seu aspecto físico e desafíos respecto da súa competencia profesional. No entanto, gañou a confianza de **Brahe** e cando este morreu, en 1601, deixoulle a **Kepler** os resultados das súas investigacións e o seu posto de matemático imperial.

As **Tres Leis de Kepler** son, sen dúbida, os resultados de tipo astronómico máis coñecidos en relación con este personaxe. As observacións e investigacións realizadas por **Johannes Kepler** deron para escribir diversas obras ademais da citada anteriormente, *Mysterium Cosmographicum*.

En relación coas matemáticas conseguiu resultados que tiveron que ver con diferentes campos: Logaritmos, mosaicos, empaquetamento de esferas, poliedros, cálculo de volumes de corpos de revolución...

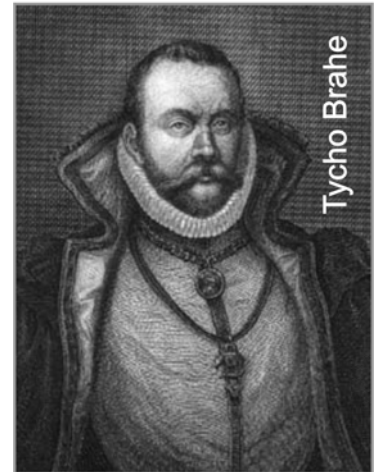
Tamén realizou traballos de óptica (*Ad Vitellionem paralipomena, quibus astronomiae pars optica traditur e Dioptrice*) e, sobre todo, de astronomía.

Das súas obras relacionadas coa astronomía, citamos: **De stella nova** (1606). **Astronomía Nova** (1609) que trata do seu difícil traballo sobre a determinación da órbita de Marte, neste libro aparecen a primeira e segunda leis sobre o movemento dos planetas. **Dissertatio cum Nuncio Sidereo** (1610) sobre as observacións realizadas por **Galileo**. **Narratio de Observatis Quatuor Jovis Satellitibus** (1611) son as súas propias investigacións sobre o tema anterior. **Harmonices mundi Libri** (1619) na que aparece a terceira lei do movemento planetario. **Epitome astronomiae copernicanae** (1621) reúne todos os seus descubrimentos e difunde a teoría heliocéntrica de **Copérnico**. **Táboas Rudolfinas** (1625) contén táboas do movemento planetario baseadas nos datos das observacións realizadas por **Tycho Brahe**, melloradas cos cálculos logarítmicos feitos por **Kepler**.

Cítemos, en fin, unha curiosa obra, *De Vero Anno quo Aeternus Dei Filius Humanam Naturam in Utero Benedictae Virginis Mariae Assumpsit* (1613), na que trata de determinar a data verdadeira do nacemento de Xesucristo, mostrando que existía un erro no calendario e que o nacemento se produciu realmente no ano 4 a.C.

Kepler morreu o 15 de novembro de 1630 e, aínda que non se conserva a súa tumba, parece ser que deixou escrito o seu propio epitafio: “*Medín os ceos e agora as sombras mido. No ceo brillou o espírito. Na terra descansa o corpo*”.

Investiga:



Tycho Brahe

EL MATEMÁTICO IMPERIAL

Tycho Brahe

Soy un observador, tomo nota del cielo,
¿Qué es?, ¿también él siente y titubea?,
¿qué lumbre dio calor al corazón
de la materia?, ¿qué claridad abriga lo remoto?
No, no tengo miedo de la noche,
yo cuido la penumbra; ebria de ocasos
mi mirada, de números que flotan
en la niebla de Uraniburg. Mis nieblas
entre Elsinor y Copenhague,
rodando como frutos que el rocío le impone
al mapa que dibujo de este cielo invisible.
Nieblas y lentes, lluvia rumorosa,
vino añejo y hermosos mundos... ¿de qué color,
con qué auroras? Yo los pinto lo mismo que si fueran
girasoles o niñas, o tuvieran un cuerpo y esperanza,
como
si ellos también me amaran.

Ángela Vallvey



Alejandra Cofelo Martínez
Cuarto ESO A

Investiga:

- As **Tres Leis de Kepler** sobre o movemento Planetario.
- ¿Por que os planetas se moven máis rapidamente cando se atopan cerca do Sol?