

Ano 5

Número 47

Abril 2011

MATHESIS

Boletín de divulgación matemática

Depósito Legal: C-2693-06

<http://www.edu.xunta.es/centros/iesoteropeyocoruna/>

Charles Babbage e Ada Byron, precursores da informática



Augusta Ada Byron (*Augusta Ada King, condesa de Lovelace*) naceu o 10 de decembro de 1815 en Londres. Seu pai foi o famoso poeta *Lord Byron* e súa nai *Annabella Milbanke* a quen seu marido chamaba “*princesa dos paralelogramos*”, pola grande afección que profesaba ás matemáticas. Transcorrido pouco máis dun mes do nacemento de Ada seus pais separáronse e *Lord Byron* marchou de Gran Bretaña, por este motivo Ada nunca chegou a coñecelo persoalmente.

Súa nai propúxose, de maneira obsesiva, o obxectivo de que a filla non herdase a forma de ser de seu pai e trazou para ela un plan de educación realmente estrito. Así e todo, *Lord Byron* mantivo certa correspondencia coa súa filla e envioulle algunhas cartas; esta comunicación rematou coa súa morte, feito que se produciu en Grecia cando a nena contaba oito anos.

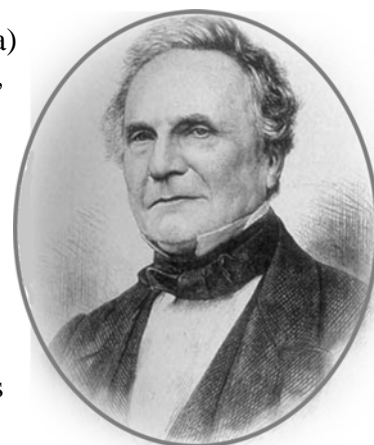
Outra cuestión que influíu decisivamente na vida de Ada foi a precariedade da súa saúde, xa que padeceu múltiples enfermidades. Durante a nenez e a adolescencia estivo sometida a continuas decisións médicas, non sempre acertadas, e viuse obrigada a gardar longos períodos de repouso polo que foi practicamente unha inválida ata os dezasete anos.

Ada comezou a estudar matemáticas empuxada pola idea de querer agradar a súa nai, pero unha vez que iniciou eses estudos sentiuse realmente atraída por eles. A nai procuroulle diversos títulos de competencia contrastada, citemos a *Augustus De Morgan* como exemplo dos que influíron positivamente no interese mostrado por ela. Tamén tivo unha importante relación con *Mary Fairfax Somerville*, outra muller destacada dentro da historia das matemáticas.

Aos 19 anos casou con *William King*, dez anos maior ca ela, quen máis tarde foi nomeado *conde de Lovelace*, por iso tamén é coñecida polo nome de *Ada Lovelace*. A curta vida de Ada Byron estivo marcada por multitude de problemas, tivo numerosas épocas de euforia seguidas doutras de depresión. Estes cambios de carácter foron achacados á herdanza da personalidade de seu pai e aos efectos das múltiples medicinas e licores que inxería para mitigar as súas dores. Ademais, tivo importantes problemas derivados da súa afección ás apostas nas carreiras de cabalos e outros relacionados coa súa vida sentimental.

Charles Babbage naceu o 26 de decembro de 1791 en Teignmouth (Inglaterra) e pertenceu a unha familia moi acomodada. Seu pai, que era banqueiro, chamábase *Benjamín Babbage* e súa nai *Beatriz Plumleigh Teape*. Debido ao alto poder económico da familia, *Charles Babbage* foi educado nos máis selectos colexios privados e dispuxo de importantes profesores particulares ata que ingresou no *Trinity College* de Cambridge en outubro de 1810.

Desde moi novo sentiuse atraído por coñecementos relacionados con dúas facetas: as matemáticas (ás que se dedicou inicialmente de maneira autodidacta) e a cuestións de tipo tecnolóxico. Pero débese resaltar que se ocupou en multitude de actividades e deu solucións para variados problemas da vida cotiá, creando os utensilios que os resolvían.



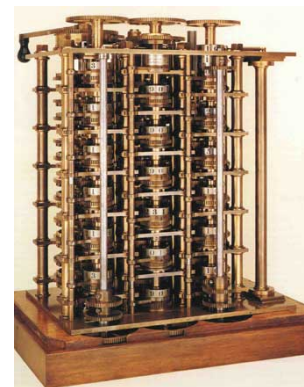
Foi unha persoa moi activa que pertenceu e mesmo iniciou a posta en marcha de diversas sociedades de carácter científico. En 1812, sendo estudante, fundou a *Sociedade Analítica* con *John Herschel*. Rematou

a súa carreira en 1814 e en 1816, con 24 anos, foi elixido membro da *Royal Society de Londres*. En 1820 converteuse en membro da *Royal Society de Edimburgo*, ademais de participar na fundación da *Real Sociedade Astronómica*. En 1827 Babbage foi nomeado profesor de matemáticas en Cambridge pero nunca chegou a exercer ese prestixioso cargo porque por esa época xa andaba ocupado no que sería para el unha teima que marcaría toda a súa vida: o **deseño e construción dunha máquina de calcular**.

Cando a *Real Sociedade Astronómica* encargou a *John Herschel* e a **Charles Babbage** a revisión dunhas táboas astronómicas, el pensou en construír unha máquina que puidese realizar os pesados e repetitivos cálculos coa finalidade de cometer os mínimos erros. Comezou a facer o deseño do que se deu en chamar a **Máquina Diferencial** que, a partir da realización repetitiva de sumas e restas, podía resolver ecuacións de segundo grao, calculaba táboas de valores de funcións e logaritmos. Iniciouse a construción desta calculadora mecánica –verdadeira antecesora das actuais calculadoras– polo 1819 e tres anos máis tarde soamente estaba construída unha pequena parte do proxecto. Presentou o que tiña feito á *Real Sociedade Astronómica de Londres* e foille concedida unha medalla de ouro e o goberno promoveu achegas económicas para intentar acadar o obxectivo final. A cuestión foi que se gastaron importantes cantidades e non se conseguiu finalizar a construción da máquina por problemas mecánicos, parándose o proxecto en 1834. Ademais das subvencións do goberno, Babbage tamén investira unha parte importante da súa fortuna persoal.

A cousa non rematou aquí e xa en 1834 Babbage tiña rematados os primeiros planos dunha segunda máquina máis avanzada á que chamaba **Máquina Analítica**. Esta nova versión tiña grandes vantaxes sobre a anterior: introducíanse módulos de entrada e saída de datos e podería ser programada usando paquetes de tarxetas perforadas semellantes ás que eran utilizadas nos teares franceses. Era, pólo tanto, unha máquina precursora dos actuais ordenadores. O atranco fundamental estaba en dispoñer dos cartos necesarios para proceder á súa fabricación.

No ano 1840 Babbage visita Turín para participar nun congreso e alí conta os seus proxectos. Por este feito, o italiano *Luigi Menabrea* publica, en outubro de 1842, unha memoria escrita en francés na que detalla as ideas de Babbage ampliadas coas conclusións obtidas nos debates do congreso.



O 5 de xuño de 1833, cando **Ada Byron** contaba 17 anos, tivo coñecemento do traballo de **Charles Babbage** nunha conferencia á que asistiu. Posteriormente Ada coñecería a Babbage e el converteuse no seu titor, ata que máis tarde traballaron xuntos.

Ada Byron entusiasouse cos traballos de *Babbage*. Por recomendación del traduciu ao inglés a memoria de *Menabrea*, pero non se conformou con facer unha simple tradución senón que, por ser a maior especialista sobre as posibilidades que podía ofrecer a máquina analítica, fixo importantes engadidos tirados das súas propias investigacións e triplicou a extensión da memoria inicial. O traballo de Ada foi publicado en *Taylor's Scientific Memoirs* sen que aparecera o nome da autora; unicamente se indicaron as iniciais AAL, a razón deste feito ten que ver coa ocultación de que o traballo fora realizado por unha muller.

Ademais, Ada deuse conta de cuestións moi importantes: constatou que a maioría das tarefas complicadas que se querían resolver programando a máquina analítica, podían ser abordadas dividíndoas noutras máis simples e tamén que a maioría deses procesos máis elementais se podían levar a cabo facendo repeticións dunhas poucas instrucións; puxo deste xeito as bases do que hoxe en día se denomina **subrutina** e **bucle**.

Ada Byron foi, polo tanto, unha verdadeira precursora da programación de ordenadores. Ata tal punto tivo importancia o seu traballo que o Departamento de Defensa dos Estados Unidos denominou ADA a unha linguaxe de alto nivel para computadoras.

A pesar de todos os esforzos destes pioneiros a máquina analítica de Babbage non foi construída no seu tempo por non dispoñer de suficiente apoio económico. Este feito provocou que *Augustus De Morgan*,

Ada Byron e Charles Babbage intentarían facerse con fondos apostando nas carreiras de cabalos, esta circunstancia levounos a ter importantes problemas económicos derivados do xogo.

Aínda que en vida de Babbage non se chegou a construír completamente ningunha das súas máquinas, máis tarde montáronse algúns prototipos (conservados actualmente en museos) que demostraron o acertado das súas propostas. Nos anos 40 retomouse o traballo de Babbage e a partir del conseguíronse os primeiros ordenadores.

Ada Byron morreu o 27 novembro 1852 aos 36 anos vítima dun cancro. A morte de Charles Babbage tivo lugar o 18 outubro de 1871.



Acabamos de facer mención destes personaxes. Identifícaos e fai investigacións sobre eles.

Proposta de traballo

SISTEMAS DE NUMERACIÓN OCTAL E HEXADECIMAL

Un **sistema de numeración** é un conxunto de regras e símbolos cos que se pode contar, expresar cantidades e realizar operacións coas cantidades escritas. Os sistemas de numeración pódense clasificar en *non posicionais* e *posicionais*, sendo estes últimos os máis utilizados xa que permiten representar cantidades moi grandes e moi pequenas cun número reducido de cifras e pódese operar con eles empregando algoritmos de doada execución.

A máis grande vantaxe dos **sistemas de numeración posicionais** estriba en que as *cifras representan diferente valor segundo o lugar que ocupen*, e ese valor ten que ver coas diferentes *potencias da base* que se elixa para traballar.

as cifras

SISTEMA DECIMAL
0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

SISTEMA OCTAL
0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

SISTEMA HEXADECIMAL
0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F

Se nos centramos, por exemplo, no **sistema decimal** –o que máis utilizamos– dispoñemos de **dez** cifras para acompañar ás sucesivas potencias de **dez**: $10^0, 10^1, 10^2, \dots$

Todos sabemos escribir, poñamos por caso, a cantidade *cinco mil cento vinte e cinco* pero, levados pola rutina, pode que non reparemos en que cada unha das cifras que utilizamos está asociada a unha **potencia de dez** e que debido a iso a cifra **5** toma dous **valores distintos**:

$$5125 = 5 \times 10^3 + 1 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 5 \times 10^0 = 5\,000 + 100 + 20 + 5$$

O conxunto de regras que definen o **sistema de numeración decimal**, poden ser adaptadas para definir outros sistemas de numeración onde o único que se cambie sexa a base, feito que determinará o número de cifras que necesita o sistema para escribir cantidades.

Deste modo podemos construír o **sistema de numeración binario** (base 2), o **octal** (base 8) ou o **hexadecimal** (base 16).

En realidade, teremos á nosa disposición infinitos sistemas distintos sen máis que ir tomando diferentes bases. Así, un **sistema de numeración en base b** terá **b** cifras (0, 1, 2, 3, ..., **b-3**, **b-2** e **b-1**) que, xunto coas sucesivas potencias de base **b**, nos permitirá escribir as cantidades. O valor dunha desas cantidades dentro deste sistema calcúlase multiplicando cada unha das cifras que forman o número pola súa correspondente potencia e sumando os distintos produtos:

$$\dots e \times b^3 + d \times b^2 + c \times b^1 + a \times b^0$$

Desta maneira, se queremos traballar no sistema **octal** (sistema en **base oito**) dispoñemos de **oito** cifras:

$$0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 \text{ e } 7$$

e se decidimos traballar no sistema **hexadecimal** (sistema en **base dezaseis**) teremos **dezaseis** cifras:

$$0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E \text{ e } F$$

tendo en conta que as cifras *A, B, C, D, E, F* do sistema de numeración hexadecimal correspóndense coas seguintes cantidades do sistema decimal: **A=10, B=11, C=12, D=13, E=14 e F=15**.

A continuación imos poñer algúns exemplos nos que se mostra como pasar cantidades escritas nos sistemas de numeración *octal* e *hexadecimal* ás súas correspondentes no sistema de numeración *decimal*. Observa que a utilización de *subíndices* nos permite deixar claramente explícita a base na que está escrita cada unha das cantidades:

$$137_{(8)} = 1 \times 8^2 + 3 \times 8^1 + 7 \times 8^0 = 64 + 24 + 7 = 95_{(10)}$$

$$137_{(16)} = 1 \times 16^2 + 3 \times 16^1 + 7 \times 16^0 = 256 + 48 + 7 = 311_{(10)}$$

$$73\ 021_{(8)} = 7 \times 8^4 + 3 \times 8^3 + 0 \times 8^2 + 2 \times 8^1 + 1 \times 8^0 = 28\ 672 + 1\ 536 + 0 + 16 + 1 = 30\ 225_{(10)}$$

$$2AF_{(16)} = 2 \times 16^2 + A \times 16^1 + F \times 16^0 = 512 + 160 + 15 = 687_{(10)}$$

$$97\ 0BC\ E23_{(16)} = 9 \times 16^7 + 7 \times 16^6 + 0 \times 16^5 + B \times 16^4 + C \times 16^3 + E \times 16^2 + 2 \times 16^1 + 3 \times 16^0 =$$

$$= 2\ 415\ 919\ 104 + 117\ 440\ 512 + 0 + 720\ 896 + 49\ 152 + 3\ 584 + 32 + 3 = 2\ 534\ 133\ 283_{(10)}$$

¿E como podemos proceder para resolver o problema recíproco? É dicir, ¿como se pasa unha cantidade escrita no sistema de numeración decimal ao sistema octal ou ao hexadecimal?

En ambos casos procederemos de maneira similar: Para pasar unha cantidade escrita en *decimal a octal* tomamos a cantidade de partida, facemos a *división entre oito* e anotamos o *resto*. O *cociente* que se obtéña, volvémoslo dividir entre *oito* e anotamos novamente o *resto*. *Reiteramos este proceso mentres sexa posible*. O paso de *decimal a hexadecimal* diferénciase en que o *divisor*, en vez de oito, será *dezaseis*. Velaquí un exemplo:



Concluimos: $1224_{(10)} = 2310_{(8)}$ e $1224_{(10)} = 4C8_{(16)}$.

No número 36 de *Mathesis* falouse do sistema de numeración binario e alí suxeriuse a importancia que tiña no campo da informática. En informática úsase como unidade básica de información o *byte*, formado por 8 *bits* (cada *bit* pode tomar dous valores, recorda que 0 e 1 son as cifras do sistema binario), desta maneira un *byte* exprésase con 8 díxitos binarios. Se cada *bit* ten dous valores, atopamos con 256 *bytes* distintos (do 00000000 ao 11111111) que son o resultado de facer as *variacións con repetición* de 2 elementos tomados de oito en oito, $2^8 = 256$. Fagamos algunha observación:

$$00000000_{(2)} = 0_{(10)} = 00_{(16)} \quad \dots \quad 00100000_{(2)} = 32_{(10)} = 20_{(16)} \quad \dots \quad 01100001_{(2)} = 97_{(10)} = 61_{(16)}$$

$$10101010_{(2)} = 170_{(10)} = AA_{(16)} \quad \dots \quad 11100001_{(2)} = 225_{(10)} = E1_{(16)} \quad \dots \quad 11111111_{(2)} = 255_{(10)} = FF_{(16)}$$

Ou sexa: calquera *byte* pode ser representado con só dúas cifras se traballamos no sistema de numeración hexadecimal. Este feito constitúe unha grande vantaxe que sitúa ao sistema de numeración hexadecimal por enriba doutros no campo da informática.

O sistema *octal* tamén pode utilizarse para representar *bytes* do modo que facemos nos seguintes exemplos:

$$00001101_{(2)} = 00_{(2)} - 001_{(2)} - 101_{(2)} = 0_{(8)} - 1_{(8)} - 5_{(8)} = 015_{(8)}$$

$$01110010_{(2)} = 01_{(2)} - 110_{(2)} - 010_{(2)} = 1_{(8)} - 6_{(8)} - 2_{(8)} = 162_{(8)}$$

$$11111111_{(2)} = 11_{(2)} - 111_{(2)} - 111_{(2)} = 3_{(8)} - 7_{(8)} - 7_{(8)} = 377_{(8)}$$



Alberto Novoa Abelleira
Cuarto ESO A

O *byte*, escrito en sistema binario, divídese en tres partes, tal como se indica. Transformamos cada unha desas partes ao sistema *octal* de maneira que cada grupo de cifras do sistema binario represéntase cunha única cifra no sistema *octal*. O sistema *octal* úsase ás veces no canto do *hexadecimal*, xa que ten a vantaxe de non necesitar letras para escribir as cantidades. De todas maneiras, o máis utilizado é o *hexadecimal*.

Investiga: Escribe as táboas de sumar e de multiplicar en base *octal* e, a partir delas calcula: $270_{(8)} + 701_{(8)}$ e $236_{(8)} \times 361_{(8)}$. Escribe tamén as táboas de sumar e multiplicar en base *hexadecimal*.