

Ano 4

Número 38

Maio 2010

MATHESIS

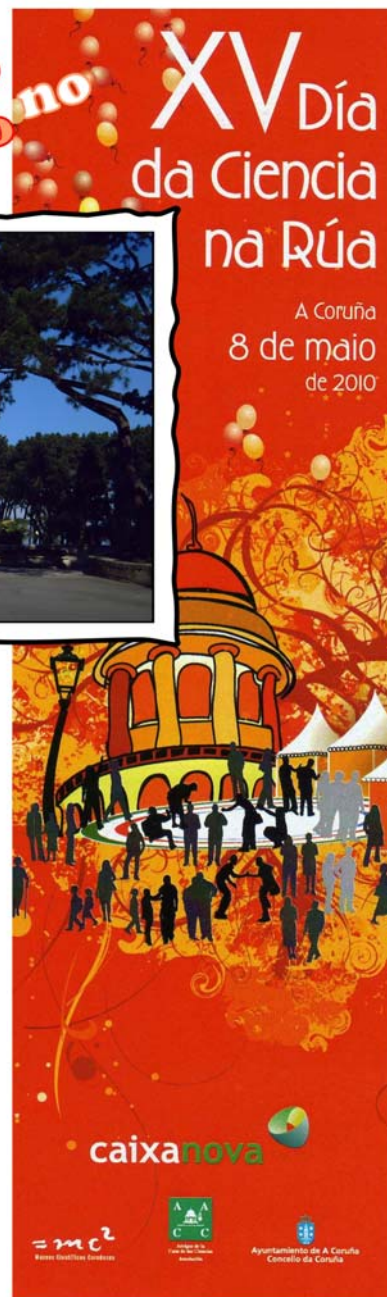
Boletín de divulgación matemática

Depósito Legal: C-2693-06

<http://centros.edu.xunta.es/iesoterope drayo.coruna/drupal>

Número de Mathesis para o Día da Ciencia na Rúa 2010.

IES Ramón Otero Pedrayo



Somos trinta e nove as persoas que este ano participamos directamente nas actividades do *XV Día da Ciencia na Rúa* representando ao *IES Ramón Otero Pedrayo* da Coruña.

Os proxectos que vos presentamos foron elaborados polos departamentos de *Biología e Xeoloxía, Física e Química, Matemáticas e Tecnoloxía.*

Teñen que ver coa fabricación de xabón, coas reaccións químicas utilizando materiais caseiros, cos procesos de dilatación e condutividade térmica...

Mostramos tamén diversos traballos realizados polo noso alumnado do primeiro ciclo da ESO que son sinxelos proxectos nos que se trata de coñecer os principios de transmisión de forzas e movementos, así como rudimentos de electricidade que nos permitan accionar distintos mecanismos.

Traemos, ademais, propostas matemáticas que pretenden poñer unha certa orde en situacións aparentemente caóticas; xogos baseados en movementos e reordenacións...

movements

Club Matemático Durán Loriga

Departamento de Matemáticas do IES Ramón Otero Pedrayo. A Coruña.

AS TORRES DE HANOI



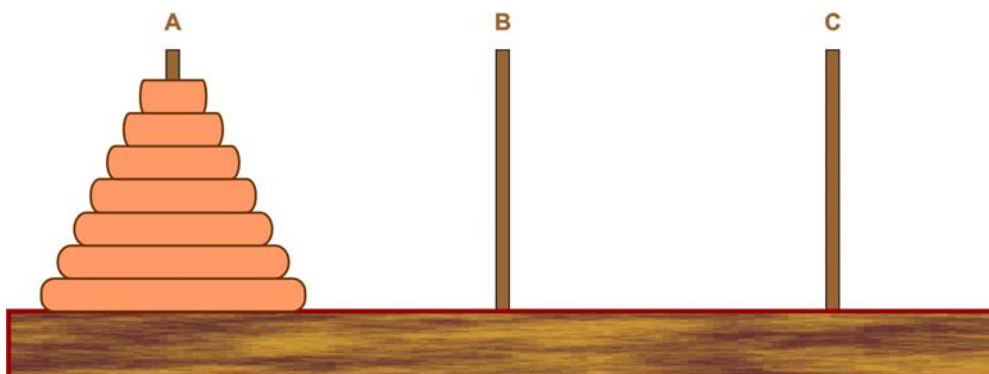
$$a_n = \frac{1}{\sqrt{5}} \left[\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^n - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^n \right]$$

Foi en 1883 e baixo o pseudónimo de *Profesor N. Claus de Siam* cando o matemático francés **François Édouard Anatole Lucas** (Amiens, 4 de abril de 1842 – París, 3 de outubro de 1891) deu a coñecer un xogo matemático que presentou co nome de **A Torre de Hanoi**.

No número 29 de *Mathesis* fixemos referencia a **Édouard Lucas** cando falamos dunha sucesión dada por recorrencia que leva o seu nome, ao tempo que comentabamos que foi el o que deu unha formula para expresar o n-ésimo termo da supercoñecida *sucesión de Fibonacci* (se queres ver algunha referencia á *sucesión de Fibonacci*, consulta *Mathesis* 19).

Desta volta non imos tratar directamente de números nin de sucesións recorrentes; queremos ocuparnos, como apuntamos no primeiro parágrafo, dun dos puzzles matemáticos máis famosos. Posúe a virtude de poder ser utilizado cando se pretenden poñer exemplos que teñan que ver con diversos campos das matemáticas: para ilustrar en que consiste unha demostración por indución, para falar de combinatoria, de recursividade, dos sistemas de numeración, de grafos, de fractais...

As Torres de Hanoi (así, en plural, é como se coñece actualmente) é un xogo que se pode construír ou adquirir facilmente. O máis normal é atopalo feito en madeira.



Consta dunha base á que van suxeitas tres variñas e nas que se poden engarzar unha colección de discos, todos de diámetro diferente, tal como mostramos na figura.

O obxectivo do xogo consiste en trasladar a torre de discos que se atopa na variña A á variña C, a poder ser, co menor número de movementos posibles.

As regras do xogo son as seguintes:

- Só se pode trasladar un disco en cada movemento.
- Nunca se pode deixar un disco de maior diámetro sobre outro que teña un diámetro menor.
- A variña B pode ser usada para depositar discos cando realicemos movementos.



Para comezar a xogar, recoméndase practicar cun número pequeno de discos e tratar de investigar cal é o menor número de movementos precisos para trasladar da variña A á C un número determinado deles. Sigue esa estratexia para completar a seguinte táboa:

Número de discos	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	...	20	...	n
Número mínimo de movementos														

O xogo das **Torres de Hanoi** tamén é coñecido coa denominación de **Torres de Brahma** e a el está ligada unha fermosa lenda, que pasamos a relatar, e que ten que ver co momento no que se producirá a **fin do mundo**:

*Hai quen afirma que a cidade de **Benarés**, lugar sagrado para o hinduísmo, situada á beira do **Río Ganges**, é a máis antiga do mundo.*

*Nesta cidade atópase un templo destinado á adoración de **Brahma**, o deus que foi quen de crear o Universo. Baixo unha cúpula deste templo, aquela que marca o centro do mundo, hai unha base de bronce na que están suxeitas verticalmente tres agullas de diamante.*

*No momento da creación, o deus **Brahma** deixou colocados, engarzados na primeira das agullas, **sesenta e catro** discos de ouro puro. Todos os discos son de diámetro diferente e no momento inicial estaban colocados por orde de tamaño formando unha torre, situándose o de maior diámetro na base e o de menor diámetro na cúspide.*

*Día e noite, sen descanso, os brahmáns do templo fan quendas para tratar de trasladar os discos da primeira agulla á terceira, e así dar cumprimento ao desexo de **Brahma**..*

Pero esta misión ten as súas normas: Non se pode mover máis dun disco de cada vez e, ademais, nunca se pode pousar un disco sobre outro de diámetro menor. Está permitido, iso si, utilizar a segunda das agullas para realizar movementos intermedios.

Cando os sesenta e catro discos sexan trasladados da primeira á terceira das agullas, o templo e os brahmáns serán reducidos a po e o mundo acabará.

¿E canto falta, entón, para a fin do mundo? A resposta a esta pregunta quedará contestada se completaches a táboa que puxemos máis arriba. Podes tratar de constatar que as casiñas da segundo fila se deben encher cos termos da sucesión **1, 3, 7, 15, 31...** sucesión que ten por termo xeral $a_n = 2^n - 1$. Polo tanto, os monxes do templo de **Benarés** están obrigados a facer $2^{64} - 1$ movementos para trasladar todos os discos da variña **A** á variña **C**. Observa, pois, que o número de movementos que hai que realizar é:

$$2^{64} - 1 = 18\ 446\ 744\ 073\ 709\ 551\ 615$$

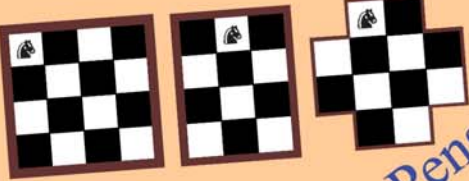
Se se actuara tan rapidamente como para poder facer cada movemento nun segundo (cosa practicamente imposible) necesitaríanse 5 849 424 168

séculos: **¡¡Máis de cinco mil oito centos millóns de séculos!!**

Polo tanto, todos tranquilos. Segundo esta lenda, a fin do mundo non vai ocorrer mañá...



Os cabalos comefichas



Obxectivo do xogo:
Comer todas as fichas do taboleiro.

Regras do xogo:

- Colócase o cabalo na casíña sinalada e pónense fichas en todas as outras casíñas.
- Seguindo os movementos permitidos para o cabalo no xogo do xadrez, móvese o cabalo para unha casíña que conteña unha ficha e retírase esa ficha.
- O cabalo non se pode mover para ningunha casíña que estea baleira.

¡Pensa e divértete coas nosas propostas!

O paseo numérico do rei

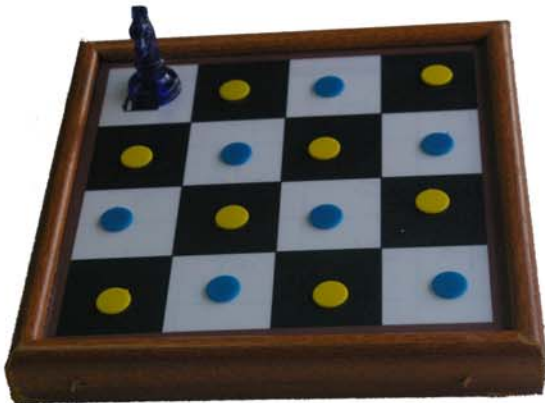


Obxectivo do xogo:

Introducir o rei na casíña superior esquerda e conducilo ata a casíña inferior dereita.

Regras do xogo:

- Dende a casíña que se atope, o rei pode acceder a outra que conteña un número menor ou igual ao que tiña a casíña de procedencia, seguindo os movementos permitidos para esta peza no xogo do xadrez.



O atasco perfecto



Obxectivo do xogo:

Coloca as fichas sobre o taboleiro de tal xeito que en cada fila, columna e diagonal apareza unha ficha de cada figura e de cada color.

Cambio de cuartos



Obxectivo do xogo:
Intercambiar de cuartos a Hipatia e Sophie Germain.

Regras do xogo:

- Calquera matemático pode moverse a un cuarto contiguo que estea baleiro.
- Nunca pode haber dous personaxes nun mesmo cuarto.

