

ARTES, MAXIAS, SUPERSTICIONS E MATEMÁTICAS



Queremos comezar esta nova entrega de *Mathesis* intentando por en relación as matemáticas e as artes. Nestes días algúns de nós intercambiamos opinións sobre unha película de cine (a sétima arte) cuxo guión foi elaborado a partir dunha novela (froito directo da arte da literatura). O argumento destas dúas obras produto da creación humana está en estreita relación coas matemáticas; estámonos a referir, lóxicamente, a *Los crímenes de Oxford*.

Importantes exemplos da relación entre matemáticas e arte dánolos a obra do pintor alemán Alberto Durero (1471 – 1528). Mostramos aquí o seu celebre gravado titulado “*Melancolía*”. Hoxe non imos mencionar a súa carga xeométrica, senón que nos fixaremos nese elemento que aparece na parte superior dereita: É un *caдрado máxico*.

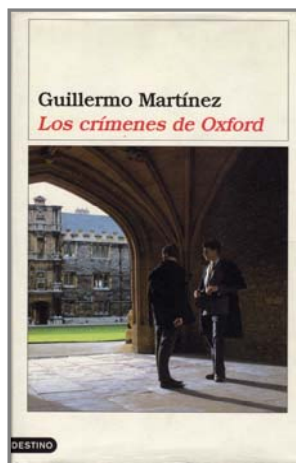


No templo da Sagrada Familia de Barcelona, obra ideada e iniciada polo arquitecto Antonio Gaudí (1852 – 1926) tamén aparece un cadrada “case máxico”. Está á beira do grupo escultórico denominado *O bico de Xudas*, na *Fachada da Paixón* e o seu autor é Josep María Subirachs. Se sumamos os números de cada fila, de cada columna ou de cada diagonal, sempre obtemos 33 que é supostamente a idade á que morreu Xesús Cristo. Observa que tamén se obtén 33 ao suar os catro números centrais, os catro vértices e cada bloque de catro números ao separar o cadrado inicial en catro partes cadradas.

Copias de cadrados máxicos realizadas sobre madeira ou sobre outros materiais, empregáronse como amuletos. Houbo quen chegou a crer que un cadrado máxico gravado en prata transmite certos poderes. Isto é o que se di do amuleto que representamos máis abaixo, denominado *Táboa de Xúpiter* ou

Selo de Xúpiter.

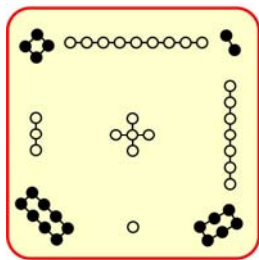
Sen embargo, non debemos confundir ciencia e superstición. A superstición nace da ignorancia...



CADRADOS MÁXICOS

Velaquí un tema matemático que enganchou e segue enganchando a moita xente, matemáticos ou non. A partir del xurdiron diversas teorías en diferentes campos das matemáticas; grandes matemáticos coma Fermat ou Euler, por citar soamente dous exemplos, prestáronlle atención. Na páxina anterior xa fixemos algunhas outras referencias e, como dato anecdótico, apuntamos que o físico e político estadounidense Benjamín Franklin (1706-1790), foi un verdadeiro apaixonado destes obxectos matemáticos.

En principio, un **caдрado máxico** consiste nunha cuadrícula cadrada na que se colocan números que teñan a propiedade de que sempre se consiga o mesmo resultado ao facer a suma de cada fila, columna ou diagonal.



	Metal			
	4	9	2	
Madeira	3	5 Terra	7	Lume
	8	1	6	
	Auga			

Todo comezou hai moitísimo tempo. A lenda di que, XXIII séculos antes da nosa era (polo 2200 a. de C.), o primeiro cadrado máxico coñecido foille revelado polos deuses ao emperador Yü na cuncha dunha tartaruga que emerxeu entre as augas do río *Lo*; os chineses denominárono *Lo Shu*. Sen embargo, as referencias fiables sobre cadrados máxicos na china, dátanse polo século IV a. de C.

Como se pode observar, o *Lo-Shu* está formado polos nove primeiros números naturais distribuídos nunha cuadrícula 3×3 , dise que é un cadrado máxico de **orde 3**. Como os naturais do 1 ao 9 suman 45, para que o cadrado sexa máxico, cada fila, columna e diagonal debe sumar 15 que será o **número máxico** do cadrado.

Os chineses fixeron unha interpretación mística deste cadrado, converténdose nun símbolo que resumía os principios básicos que deron forma ás cousas, á humanidade e ao universo. Os números pares, que se atopan nas catro esquinas, simbolizan o principio feminino do *yin* e os impares, que forman unha cruz, o masculino do *yang*. O número central representa a Terra e ao seu arredor sitúanse os catro elementos principais da cultura oriental: metal, lume, auga e madeira.

En matemáticas enténdese por **caдрado máxico normal** de *orde n* á distribución dos números naturais desde 1 ata n^2 nunha cuadrícula cadrada, de tal xeito que as *n* filas, as *n* columnas e as dúas diagonais principais sumen todas a mesma cantidade (que se denomina, como xa dixemos, *número máxico*).

O que acabamos de citar é o único **caдрado máxico normal de orde 3**. Pódese representar de oito formas distintas, estas oito formas obtéñense a partir do cadrado orixinal facendo xiros e simetrías. Proponémosche, como exercicio, que trates de escribir esas oito variantes.

Os números 1, 2, 3, ..., 16 poden utilizarse para formar cadrados máxicos de orde 4. Existen 880 cadrados máxicos de orde 4 diferentes que dan lugar a 7040 maneiras distintas de escribilos. O número de cadrados máxicos existentes, dispáranse cando falamos de cadrados máxicos de orde 5, orde 6, etc.

Como o resultado da suma $1+2+3+ \dots +16$ é 136, o número máxico dos cadrados de orde 4 será 34. ¿Cal é o número máxico para os cadrados de orde 5? ¿E para os de orde 6?...

Hai quen afirma que foron os árabes os que introduciron en Europa, polo século XV, os primeiros cadrados máxicos de orde 4, outros cren que é o cadrado que aparece no gravado de Durero o primeiro que se coñeceu en Occidente.

Certos autores denominan **caдрados diabólicos** a aqueles nos que o número máxico se pode obter tamén sumando grupos de números que estean colocados gardando “certas simetrías”. No exemplo que poñemos, pódese conseguir o número 34 de moitas maneiras; nós tratamos de mostrar algunhas utilizando diferentes cores.

15	10	3	6
4	5	16	9
14	11	2	7
1	8	13	12

15	10	3	6
4	5	16	9
14	11	2	7
1	8	13	12

Os *caдрados bimáxicos* ou *satánicos* son caдрados máxicos que xeran outro caдрado máxico cando substituímos cada número polo seu correspondente caдрado.

Un *caдрado máxico multiplicativo* é aquel no que permanece constante o produto das filas, columnas e diagonais.

Existen técnicas para construír caдрados máxicos, pero hoxe non nos imos ocupar desa cuestión. O que si queremos facer notar é que a partir de calquera caдрado máxico pódense obter outros caдрados máxicos (non normais) se sumamos ou multiplicamos por unha mesma constante cada un dos seus elementos. Compróboao no seguinte exemplo e constrúe ti outros; por exemplo: confecciona un caдрado máxico de orde 4 que estea formado por múltiplos de 4. ¿Cal é o seu número máxico?

6	11	4
5	7	9
10	3	8

 $\xrightarrow{+2}$

4	9	2
3	5	7
8	1	6

 $\xrightarrow{\times 5}$

20	45	10
15	25	35
40	5	30

Fontes:

- Cuadrados Mágicos I y II.* José L, Carlavilla e Mercedes Fernandez. Proyecto Sur.
La cuadratura del círculo. Lluís Segarra. Graó.
Viajes por el tiempo y otras perplejidades matemáticas. Martin Gardner. RBA.
<http://www.geocities.com/cuadradomagicos/>
http://es.geocities.com/multimedia_matematicas/ARTE/durero.htm
<http://www.carbajo.net/varios/cuadros.html>



Pablo Orosa Iglesias.
4º ESO-B.

Cuadrados máxicos multiplicativos

12	1	18
9	6	4
2	36	3

72	1	216	18
2	162	3	288
54	144	4	9
36	12	108	6

12	2	486	384
24	432	6	72
288	36	48	9
54	144	32	18

24	4	972	768
216	864	12	32
128	72	96	81
108	288	64	36

Cuadrados máxicos para traballar

Completa estes caдрados máxicos normais de ordens 4 e 5

16		2	
	10		8
	6	7	
4		14	1

1	20		23	
24		2		10
	6	25	14	
15	4		7	21
	22	11		19

24		20		11
	13		9	
6		2		23
	25		16	
18		14		10

				24
				7
	6			14
19	15	2		
	23			12

Completa

-13	7		-19
-3	-7	-9	
		-1	-5
11	-17		5

Coloca as cifras 1, 2, 3 e 4 nesta cuadrícula de orde catro, de modo que todas aparezan en cada fila, en cada columna e en cada diagonal, pero sen que se repita ningunha delas en filas, columnas ou diagonais.

Completa con múltiplos de 7

112	14		91
	49		84
28	98		7

REBUMBIO DE CADRADOS MÁXICOS ALUCINANTES

O CADRADO MÁXICO DA APOCALISE

Fíxate que está formado unicamente por *números primos*. O *número máximo* tamen se consegue sumando as cantidades que se atopan nas “diagonais partidas” (as que están diferenciadas). *¿Cal é o valor do número máximo?*

3	107	5	131	109	311
7	331	193	11	83	41
103	53	71	89	151	199
113	61	97	197	167	31
367	13	173	59	17	37
73	101	127	179	139	47

A MATRIZ DE KURCHAN

Cada número do cadrado contén as dez cifras do noso sistema de numeración. *¿Cal é o valor do número máximo? ¿Que ten de especial o número máximo?*

1037956284	1036947285	1027856394	1026847395
1026857394	1027846395	1036957284	1037946285
1036847295	1037856294	1026947385	1027956384
1027946385	1026957384	1037846295	1036857294

96	64	37	45
39	43	98	62
84	76	25	57
23	59	82	78

CADRADO MÁXICO NO ESPELLO

Estes dous cadrados construíronse invertendo as cifras que forman cada número.

¿Son os dous máxicos? ¿Cal é o valor dos números máxicos?

69	46	73	54
93	34	89	26
48	67	52	75
32	95	28	87

NÚMEROS PRIMOS EN PROGRESIÓN ARITMÉTICA

Os números que o compoñen son primos que, se se ordenan forman unha progresión aritmética.

¿Cal é o número máximo do cadrado? ¿Cal é a diferenza da progresión?

1669	199	1249
619	1039	1459
829	1879	409

CADRADOS MÁXICOS ANELADOS

Comproba que este é un *cadrado máximo normal* de orde 8. Comproba tamén que se eliminamos o anel exterior obtemos un cadrado máximo de orde 6 e que, se repetimos o proceso, obtemos un cadrado máximo de orde 4.

19	25	26	41	42	43	44	20
27	9	54	53	52	17	10	38
30	14	1	63	62	4	51	35
32	18	60	6	7	57	47	33
34	49	8	58	59	5	16	31
36	50	61	3	2	64	15	29
37	55	11	12	13	48	56	28
45	40	39	24	23	22	21	46