

MATEMÁTICAS I PENDENTES (2º PARTE)

1. a) Calcula m de modo que o produto escalar de $\vec{a}(3, -2)$ e $\vec{b}(m, 5)$ sexa igual a 5.
b) Calcula a proxección de \vec{a} sobre \vec{c} , sendo $\vec{c}(1, -3)$.

2. Se $\vec{x}(2, -4)$ e $\vec{y}\left(3, \frac{5}{2}\right)$. Calcula:

- a) Un vector unitario coa mesma dirección e o mesmo sentido que \vec{x} .
b) O ángulo formado por \vec{x} e \vec{y} .

3. Dados os vectores $\vec{a}(4, -1)$ y $\vec{b}(2, -3)$ calcula un vector \vec{u} perpendicular a \vec{b} tal que $\vec{a} \cdot \vec{u} = 10$.

4. Se \vec{a} e \vec{b} son dous vectores non nulos, indica o ángulo que forman nos

a) $\vec{a} \cdot \vec{b} = -0,5 \cdot |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$

b) $\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$

c) $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$

d) $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0,86 \cdot |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$

5. Considera os puntos $A(-1, 3)$, $B(2, 6)$ e $C(x, y)$. Calcula os valores de x e y para que C sexa:
a) O punto medio do segmento de extremos A e B .
b) O simétrico de A con respecto a B .

6. Calcula as coordenadas do baricentro do triángulo de vértices $A(2, -3)$, $B(4, 1)$ e $C(-1, 2)$.

7. Escribe as ecuacións paramétricas da recta que pasa por $P(2, -1)$ e é perpendicular á recta de ecuación $3x - 2y + 1 = 0$.

8. Dadas as rectas:

$$r: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 6 + 4t \end{cases} \quad s: \begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = -2 - 8t \end{cases}$$

descubre a súa posición relativa (se se cortan, di en que punto).

9. Descubre o ángulo formado polas rectas:

$$r: \begin{cases} x = -2 + 4t \\ y = -1 + 3t \end{cases} \quad s: \begin{cases} x = -2 - t \\ y = -1 + 2t \end{cases}$$

10. Descubre a ecuación implícita da recta que pasa polo punto $P(2, -2)$ e cuxa pendente é $m = -3$.

11. Dadas as rectas:

$$r: -4x + y - 3 = 0 \quad s: kx - y + 1 = 0$$

calcula o valor de k para que r e s sexan perpendiculares.

12. Calcula o valor de k para que a distancia do punto $P(2, k)$ á recta

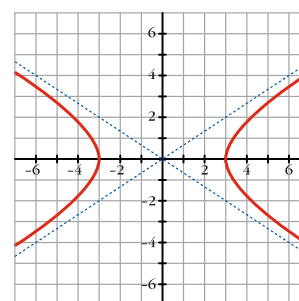
$$r: x - y + 3 = 0 \text{ sea } \sqrt{2}.$$

13. Calcula a área do paralelogramo de vértices $A(1, 1)$, $B(5, 2)$, $C(4, 4)$ e $D(0, 3)$.
14. A ecuación explícita da recta r é $y = mx + n$ e a implícita $Ax + By + C = 0$ con $B \neq 0$. Expressa m e n en función de A , B e C .
15. A diagonal maior dun rombo mide o dobre que a diagonal menor e ten por extremos os puntos $B(3, 1)$ e $D(-5, -3)$. Calcula os vértices A e C e a área do rombo.
16. Calcula a ecuación da circunferencia que pasa polos puntos $A(-1, 2)$ e $B(1, 4)$ e ten o seu centro na recta $y = 2x$.
17. Estuda a posición relativa da recta $r: 2x + y = 1$ e a circunferencia $x^2 + y^2 - 4x - 2y - 4 = 0$.

18. Describe as seguintes cónicas, obtén os seus elementos e represéntaa:

a) $4x^2 + 25y^2 = 100$ b) $4y^2 - x^2 = 4$

19. Escribe a ecuación da seguinte hipérbole e calcula os seus semieixes, focos, excentricidade e asíntotas:



20. Identifica e calcula a ecuación do lugar xeométrico dos puntos, P , do plano tales que a súa distancia á recta $r_1: x + y + 1 = 0$ sexa igual que a súa distancia á recta $r_2: 2x + 2y + 4 = 0$.

21. Determina o lugar xeométrico dos puntos, P , do plano cuxa distancia a $A(2, 0)$ sexa o dobre da distancia a $B(-1, 0)$. Identifica a figura resultante.

22. a) Define como lugar xeométrico unha circunferencia de centro $C(a, b)$ e raio r .
 b) Cales das seguintes ecuacións corresponde a unha circunferencia?

b.1. $x^2 + y^2 + 4x - 6y - 6 = 0$

b.2. $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 9 = 0$

23. Calcula os vértices, os focos e a excentricidade da seguinte cónica:

$$4x^2 + 25y^2 - 16x + 200y + 316 = 0$$

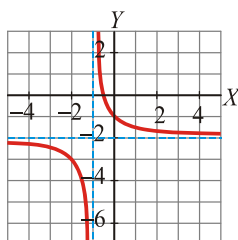
24. Calcula o dominio de definición das seguintes funcións:

a) $y = \frac{2x}{(x-3)^2}$

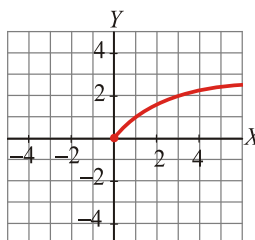
b) $y = \frac{1}{\sqrt{x-2}}$

25. A partir da gráfica destas funcións, indica cal é o seu dominio de definición e o seu percorrido:

a)



b)



26. As tarifas dunha empresa de transportes son:
- Se a carga pesa menos de 10 toneladas, 40 euros por tonelada.
 - Se a carga pesa entre 10 e 30 toneladas, 30 euros por tonelada (a carga máxima que admiten é de 30 toneladas).
- Se consideramos a función que nos dá o prezo segundo a carga, cal será o seu dominio de definición?

27. Asocia unha destas ecuacións con cada unha das seguintes gráficas:

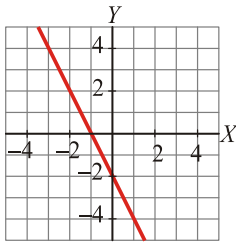
a) $y = -2(x+1)^2$

b) $y = -2(x+1)$

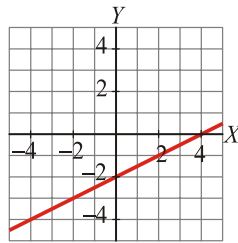
c) $y = 0,5x^2 - 2$

d) $y = 0,5x - 2$

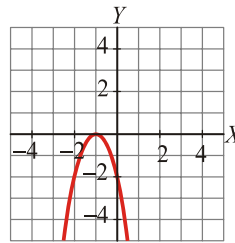
I)



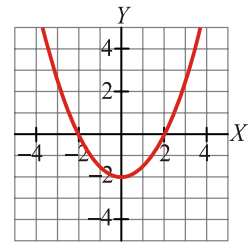
II)



III)



IV)



28. Asocia cada gráfica coa súa correspondente ecuación:

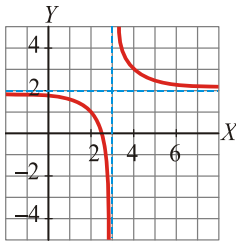
a) $y = \frac{1}{x} - 3$

b) $y = \sqrt{x-3}$

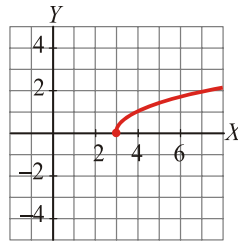
c) $y = \frac{1}{x-3} + 2$

d) $y = \sqrt{x+3}$

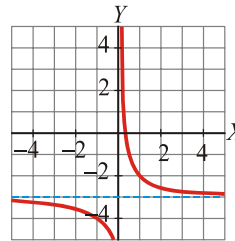
I)



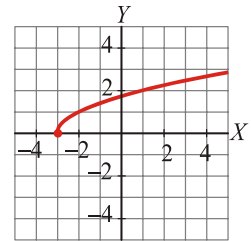
II)



III)



IV)



29. Asocia a cada unha das seguintes gráficas á súa correspondente ecuación:

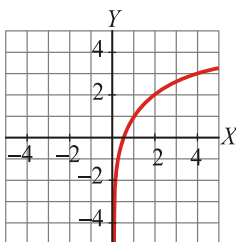
a) $y = 2^{x-1}$

b) $y = 2^x - 1$

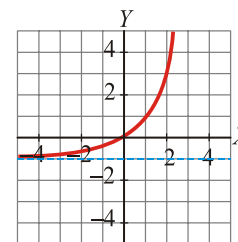
c) $y = \log_2(x+1)$

d) $y = 1 + \log_2 x$

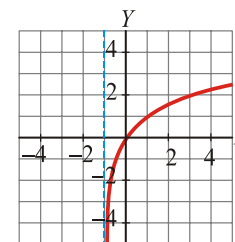
I)



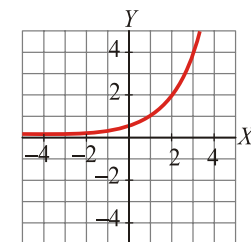
II)



III)



IV)

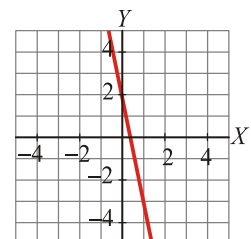


30. Calcula o valor das seguintes expresións en graos:

a) $y = \arcsen\left(-\frac{1}{2}\right)$

b) $y = \arccos 1$

31. Escribe a ecuación da recta cuxa gráfica é a seguinte:



32. Representa graficamente a función:

$$y = -x^2 + 4x - 1$$

33. Representa a seguinte función:

$$y = 3^{x-1}$$

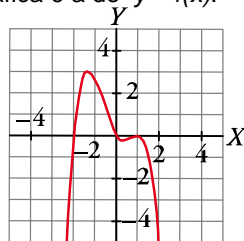
34. Representa graficamente a seguinte función:

$$y = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{si } x \leq 2 \\ 3 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

35. No contrato de traballo dun empregado figura unha subida salarial dun 4% anual.

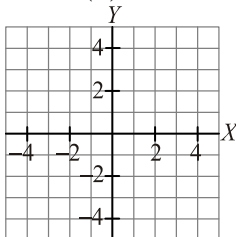
- Se empeza ganando 15000 € anuais, Canto gañará dentro de 10 anos?
- Calcula canto tempo tardará en duplicarse o seu soldo.
- Obtén a función que da o soldo anual en función do número de anos.

36. A seguinte gráfica é a de $y = f(x)$:

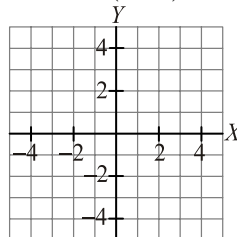


Representa, a partir dela, as funcións:

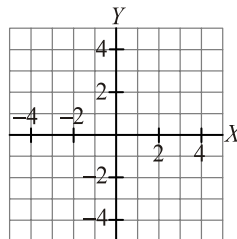
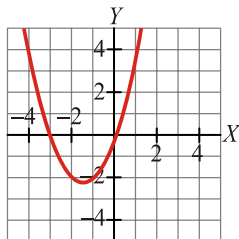
a) $y = f(x) + 1$



b) $y = f(x + 1)$



37. Esta é a gráfica da función $y = f(x)$. Representa, a partir dela, a función $y = |f(x)|$:



38. Define como función "por anacos":

$$y = |3x - 2|$$

39. Dadas as funcións $f(x) = 2x^2 - 1$ e $g(x) = \sqrt{x}$, calcula:

a) $(f \circ g)(x)$

b) $(g \circ f)(x)$

40. As funcións f e g están definidas por: $f(x) = \frac{x-1}{3}$ e $g(x) = \sqrt{x}$.

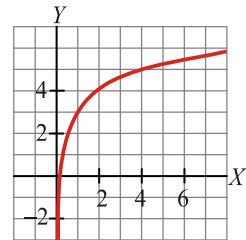
Explica como, a partir delas, por composición, podemos obter:

$$p(x) = \sqrt{\frac{x-1}{3}} \quad \text{e} \quad q(x) = \frac{\sqrt{x}-1}{3}$$

41. A partir da gráfica de $y = f(x)$:

a) Calcula $f^{-1}(3)$ e $f^{-1}(5)$.

b) Representa, nos mesmos eixes, $f^{-1}(x)$.



42. Calcula a función inversa de:

$$f(x) = \frac{-2x-1}{5}$$

43. Calcula x en cada un dos seguintes casos:

a) $\arctg x = \frac{5\pi}{4}$ rad b) $\arcsen x = 30^\circ$ c) $\arccos x = -40^\circ$ d) $\arcsen x = \frac{5\pi}{6}$ rad

44. Representa a función $y = |x| + |x-3|$ e exprésaa en intervalos.

45. A seguinte gráfica corresponde á función $f(x)$. Sobre ela, calcula os límites:

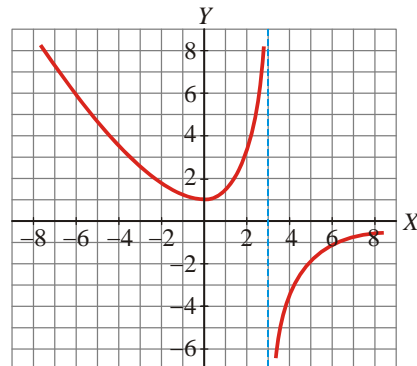
a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

c) $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$

d) $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$

e) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$



46. Representa en cada caso os seguintes resultados:

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$

b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = +\infty$

47. Calcula:

a) $\lim_{x \rightarrow 2} \left(-\frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{4} \right)$

b) $\lim_{x \rightarrow -2} 3^{x+1}$

c) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \text{tg } x$

48. Calcula o seguinte límite e estuda o comportamento da función á esquerda e á dereita de $x = 3$:

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{x^2 - 9}$$

49. Calcula o seguinte límite e interprétao graficamente:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{2x + 4}$$

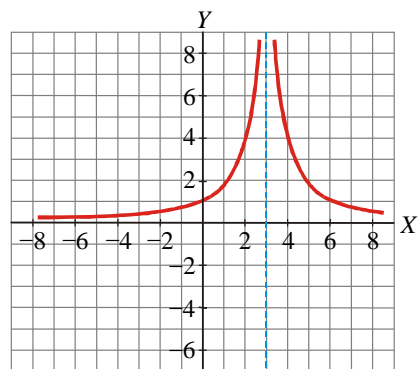
50. **Calcula o límite cando $x \rightarrow +\infty$ e cando $x \rightarrow -\infty$ da seguinte función e representa a información que obteñas:**

$$f(x) = \frac{1 - 2x^2 + 4x}{3}$$

51. **Calcula o límite cando $x \rightarrow +\infty$ e cando $x \rightarrow -\infty$ da seguinte función, e representa a os resultados que obteñas:**

$$f(x) = \frac{x + 2}{(1 - x)^3}$$

52. A partir da gráfica de $f(x)$ sinala se é continua ou non en $x = 0$ e en $x = 3$. No caso de non ser continua, indica a causa da discontinuidade.



53. Estuda a continuidade de:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x & \text{si } x \leq 1 \\ 3x - 1 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

54. Calcula as asíntotas verticais de:

$$f(x) = \frac{1}{4 - x^2}$$

e sitúa a curva respecto a elas.

55. **Calcula as ramas infinitas, cando $x \rightarrow +\infty$ e cando $x \rightarrow -\infty$, da función :**

$$f(x) = \frac{-x^3 + x}{2}$$

Representa graficamente os resultados obtidos.

56. **Calcula as ramas infinitas, cando $x \rightarrow +\infty$ e cando $x \rightarrow -\infty$, da función :**

$$f(x) = \frac{2x^3 + x}{1 - x}$$

Representa a información obtida.

57. **Estuda o comportamento da seguinte función, cando $x \rightarrow +\infty$ e cando $x \rightarrow -\infty$, e e representa as ramas que obteñas:**

$$f(x) = \frac{x + 1}{2x^2 + 2}$$

58. Estuda e representa o comportamento da seguinte función cando $x \rightarrow +\infty$ e cando $x \rightarrow -\infty$. Se ten algunha asíntota, representa a posición da curva respecto a ela:

$$f(x) = \frac{x^3}{x^2 + 1}$$

59. **Indica que valor debe tomar a función $f(x) = \frac{x^3 - 27}{x - 3}$ en $x = 3$ para que a función sexa continua nese punto.**

60. Calcula a asíntota horizontal de dada unha das funcións seguintes:

a) $y = 1 + 3^x$ b) $y = 3^{x+1}$ c) $y = 0,7^x - 2$ d) $y = 0,5^{x-1}$

61. Calcula a taxa de variación media da seguinte función no intervalo $[1, 2]$ e indica se $f(x)$ crece ou decrece nese intervalo:

$$f(x) = 2x^2 - 3x$$

62. Calcula a derivada da función $f(x) = (x-1)^2$ en $x = 2$, aplicando a definición de derivada.

63. Calcula, utilizando a definición, a derivada da función:

$$f(x) = \frac{2x}{3}$$

64. Calcula a derivada de:

a) $f(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + \frac{1}{5}$ b) $f(x) = \cos x - \ln x$

65. Calcula $f'(x)$ en cada caso:

a) $f(x) = \frac{3x^2}{2x+3}$ b) $f(x) = \sqrt[3]{x} \cdot \operatorname{sen} x$

66. Calcula a derivada da función:

$$f(x) = \sqrt{\frac{4x^3+1}{x}}$$

67. Calcula a ecuación da recta tanxente á curva $f(x) = \sqrt{x}$ que sexa paralela á recta

$$y = \frac{1}{4}x + 1.$$

68. Descubre os puntos de tanxente horizontal da función:

$$f(x) = \frac{3-x^2}{x+2}$$

69. Estuda o crecemento e o decrecemento da función:

$$f(x) = \frac{x^2 - 3x + 1}{2}$$

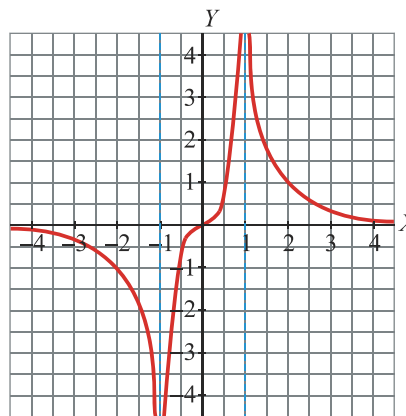
70. Debuxa a gráfica da función $f(x)$, sabendo que:

- A súa derivada anúlase en $(0, 0)$.
- Só corta os eixes en $(0, 0)$.
- Sus asíntotas son: $x = -2$, $x = 2$ e $y = 0$.
- **Sus asíntotas son: $x = -2$, $x = 2$ e $y = 0$**

A posición da curva respecto das asíntotas é:

$$\begin{cases} \text{Se } x \rightarrow -\infty, y < 1 \\ \text{Se } x \rightarrow +\infty, y > 1 \end{cases}$$

71. A partir da gráfica de $f(x)$:
- Cales son os puntos de corte cos eixes?
 - Di cales son as súas asíntotas.
 - Indica a posición da curva respecto ás asíntotas verticais.



72. Estuda e representa a seguinte función:

$$f(x) = x^3 + 3x^2$$

73. Estuda e representa a función:

$$f(x) = \frac{x+3}{x-1}$$

74. Estuda e representa a seguinte función:

$$f(x) = \frac{x^4 - 1}{x}$$

75. Dada a función

$$f(x) = \frac{2x^2 + 1}{x^2}$$

estuda os seus aspectos máis relevantes e represéntaa graficamente.

76. Estuda e representa a seguinte función:

$$f(x) = \frac{x^3}{x^2 + 1}$$

77. Estuda e representa a función:

$$f(x) = \frac{x^4}{x^2 + 1}$$

78. **Razoa se existe algún punto da función $f(x) = -\frac{9}{2}x^2 + 6x + 1$ no que a tanxente sexa paralela ao eixe OX.** En caso afirmativo, áchao.

79. Mediuse o número medio de horas de adestramento á semana dun grupo de 10 atletas e o tempo, en minutos, que fixeron nunha carreira, obtendo os seguintes resultados:

| | | | | | | | | | | |
|------------------------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| HORAS DE ADESTRAMENTO | 5 | 6 | 6 | 5 | 8 | 6 | 8 | 10 | 7 | 4 |
| TEMPO CARREIRA | 30 | 23 | 24 | 24 | 22 | 21 | 24 | 20 | 23 | 28 |

Representa os datos mediante unha nube de puntos e di cal destes valores che parece máis apropiado para o coeficiente de correlación: 0,71; -0,71; 0,45; -0,32.

80. En seis modelos de zapatillas deportivas estudouse o peso, en gramos, que ten (para o número 42) e o seu prezo, en euros. A información obtida recóllese en esta táboa:

| | | | | | | |
|--------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| PESO | 620 | 645 | 655 | 640 | 630 | 610 |
| PREZO | 60 | 35 | 95 | 75 | 30 | 75 |

Calcula a covarianza e o coeficiente de correlación. Como é a relación entre as dúas variables?

81. Analizouse en distintos modelos de impresoras cal é o custo por páxina (en céntimos de euro) en branco e negro e cal é o custo por páxina se esta é en cor. A seguinte táboa dá-nos os seis primeiros pares de datos obtidos:

| | | | | | | |
|-----------------|-----------|-----------|-----------|------------|-----------|-----------|
| X: B Y N | 8 | 11 | 17 | 21 | 14 | 10 |
| Y: COR | 33 | 49 | 95 | 106 | 58 | 53 |

- a) Determina a recta de regresión de Y sobre X .
 b) Canto nos custaría imprimir unha páxina en cor nunha impresora na que o custo por páxina en branco e negro fose de 12 céntimos de euro? É fiable a estimación? (Sabemos que $r = 0,97$).

82. Considera a seguinte distribución:

| | | | | | | |
|----------|----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| X | 2 | 5 | 7 | 3 | 5 | 4 |
| Y | 5 | 12 | 15 | 10 | 15 | 10 |

- a) Determina as dúas rectas de regresión e represéntaa.
 b) Observando o grao de proximidade entre as dúas rectas, como cres que será a correlación entre as dúas variables?

83. Indica razoadamente se as seguintes afirmacións referidas a unha distribución bidimensional son certas ou non:

- a) Se $|r| = 1$, os puntos da nube están aliñados.
 b) Se a covarianza é positiva, o coeficiente de correlación é negativo.
 c) Se $|r|$ é próximo a 0, a correlación é débil.
 d) Unha estimación só é fiable se $|r| = 1$.

84. Nunha distribución bidimensional obtivéronse 15 medidas das variables X e Y . Cos ditos datos coñecemos:

$$\sum x_i = 105, \sum y_i = 75, r = 0,98$$

- I. Indica razoadamente cal das seguintes rectas é a recta de regresión de X sobre Y :

$$\text{a) } y = \frac{1}{11}x - \frac{2}{3} \quad \text{b) } y = \frac{2}{3}x + \frac{1}{3} \quad \text{c) } y = \frac{22}{3} - \frac{1}{3}x \quad \text{d) } y = \frac{1}{4} - \frac{3}{11}x$$

- II. Calcula a recta de regresión de Y sobre X .

85. Extraemos dúas cartas dunha baralla española e vemos de que pau son.

- a) Cal é o espazo da mostra? Cantos elementos ten?

b) Describe os sucesos:

A = "As cartas son de distinto pau"

B = "Polo menos unha carta é de ouros"

C = "Ningunha das cartas é de espadas"

escribindo todos os seus elementos.

c) Calcula os sucesos $B \cup C$ e $B' \cap C$.

86. Tendo en conta que: $P[A \cup B] = 0,9$ $P[B] = 0,4$ $P[A \cap B] = 0,3$

Calcula $P[A]$ e $P[A' \cap B]$.

87. Se A e B son dous sucesos tales que: $P[A] = 0,4$ $P[B | A] = 0,25$ $P[B'] = 0,75$

a) Son A e B independentes? b) Calcula $P[A \cup B]$ e $P[A \cap B]$.

88. Temos para enviar tres cartas cos seus tres sobres correspondentes. Se metemos ao azar cada carta nun dos sobres, cal é a probabilidade de que polo menos unha das cartas vaia no sobre que lle corresponde?

89. Nunha viaxe organizado por Europa para 120 persoas, 48 dos que van saben falar inglés, 36 saben falar francés, e 12 deles falan os dous idiomas. Escollemos un dos viaxeiros ao chou.

a) Cal é a probabilidade de que fale algún dos dous idiomas?

b) Cal é a probabilidade de que fale francés, sabendo que fala inglés?

c) Cal é a probabilidade de que solo fale francés?

90. Temos dúas bolsas, A e B . Na bolsa A hai 3 bólas brancas e 7 vermellas. Na bolsa B hai 6 bólas brancas e 2 vermellas. Sacamos unha bóla de A e pasámola a B . Despois extraemos unha bóla de B .

a) Cal é a probabilidade de que a bóla extraída de B sexa branca?

b) Cal é a probabilidade de que as dúas bólas sexan brancas?

91. Consideramos A e B dous sucesos dun experimento aleatorio tales que $P[A] = \frac{1}{5}$,

$P[A' \cup B'] = \frac{3}{4}$. Razona se é posible que P sexa unha probabilidade.