MATEMÁTICAS II
APLICACIÓNS DAS DERIVADAS

Manuel Fernández López

IES María Sarmiento
Misericordia 58
Viveiro, Lugo

March 9, 2016

Outline

Función crecente/decrecente nun punto

Definicións

Unha función f dise:

- crecente en x_0 se existe $r > 0$ tal que
  - se $x_0 - r < x < x_0$ entón $f(x) \leq f(x_0)$, e
  - se $x_0 < x < x_0 + r$ entón $f(x_0) \leq f(x)$.
- decrecente en x_0 se existe $r > 0$ tal que
  - se $x_0 - r < x < x_0$ entón $f(x) \geq f(x_0)$, e
  - se $x_0 < x < x_0 + r$ entón $f(x_0) \geq f(x)$.

Función crecente/decrecente nun punto

Definicións

Unha función f dise:

- crecente en x_0 se existe $r > 0$ tal que
  - se $x_0 - r < x < x_0$ entón $f(x) \leq f(x_0)$, e
  - se $x_0 < x < x_0 + r$ entón $f(x_0) \leq f(x)$.
- decrecente en x_0 se existe $r > 0$ tal que
  - se $x_0 - r < x < x_0$ entón $f(x) \geq f(x_0)$, e
  - se $x_0 < x < x_0 + r$ entón $f(x_0) \geq f(x)$.

CC BY NC SA

Función estritamente crecente/decrecente nun punto

Definicións

Unha función f dise:

- estritamente crecente en x_0 se existe $r > 0$ tal que
  - se $x_0 - r < x < x_0$ entón $f(x) < f(x_0)$, e
  - se $x_0 < x < x_0 + r$ entón $f(x_0) < f(x)$.
- estritamente decrecente en x_0 se existe $r > 0$ tal que
  - se $x_0 - r < x < x_0$ entón $f(x) > f(x_0)$, e
  - se $x_0 < x < x_0 + r$ entón $f(x_0) > f(x)$.

CC BY NC SA

Función estritamente crecente/decrecente nun punto

Definicións

Unha función f dise:

- estritamente crecente en x_0 se existe $r > 0$ tal que
  - se $x_0 - r < x < x_0$ entón $f(x) < f(x_0)$, e
  - se $x_0 < x < x_0 + r$ entón $f(x_0) < f(x)$.
- estritamente decrecente en x_0 se existe $r > 0$ tal que
  - se $x_0 - r < x < x_0$ entón $f(x) > f(x_0)$, e
  - se $x_0 < x < x_0 + r$ entón $f(x_0) > f(x)$.

CC BY NC SA

Teorema de monotonía

Sexa f unha función derivable nun punto x_0.

- se $f'(x_0) > 0$ entón f é estritamente crecente en x_0 e
- se $f'(x_0) < 0$ entón f é estritamente decrecente en x_0, e
- se $f'(x_0) = 0$ non podemos concluir nada.

Por exemplo, $f(x) = x^3$ é estritamente crecente en $x = 0$ e, sen embargo, $f'(0) = 0$.

Teorema de monotonía

Sexa f unha función derivable nun punto x_0.

- se $f'(x_0) > 0$ entón f é estritamente crecente en x_0 e
- se $f'(x_0) < 0$ entón f é estritamente decrecente en x_0, e
- se $f'(x_0) = 0$ non podemos concluir nada.

Por exemplo, $f(x) = x^3$ é estritamente crecente en $x = 0$ e, sen embargo, $f'(0) = 0$.

CC BY NC SA

Teorema de monotonía

Sexa f unha función derivable nun punto x_0.

- se $f'(x_0) > 0$ entón f é estritamente crecente en x_0 e
- se $f'(x_0) < 0$ entón f é estritamente decrecente en x_0, e
- se $f'(x_0) = 0$ non podemos concluir nada.

Por exemplo, $f(x) = x^3$ é estritamente crecente en $x = 0$ e, sen embargo, $f'(0) = 0$.

CC BY NC SA

Teorema de monotonía

Sexa f unha función derivable nun punto x_0.

- se $f'(x_0) > 0$ entón f é estritamente crecente en x_0 e
- se $f'(x_0) < 0$ entón f é estritamente decrecente en x_0, e
- se $f'(x_0) = 0$ non podemos concluir nada.

Por exemplo, $f(x) = x^3$ é estritamente crecente en $x = 0$ e, sen embargo, $f'(0) = 0$.

CC BY NC SA

Teorema de monotonía

Sexa f unha función derivable nun punto x_0.

- se $f'(x_0) > 0$ entón f é estritamente crecente en x_0 e
- se $f'(x_0) < 0$ entón f é estritamente decrecente en x_0, e
- se $f'(x_0) = 0$ non podemos concluir nada.

Por exemplo, $f(x) = x^3$ é estritamente crecente en $x = 0$ e, sen embargo, $f'(0) = 0$.

Teorema de monotonía

Sexa $f : (a, b) \to \mathbb{R}$ unha función derivable no intervalo (a, b).

- se $f' > 0$ en (a, b) entón f é estritamente crecente en (a, b), e
- se $f' < 0$ en (a, b) entón f é estritamente decrecente en (a, b), e
- se $f' = 0$ en (a, b) entón f é constante en (a, b).

O contrario non é certo. $f(x) = x^3$ é estritamente crecente e, sen embargo, $f'(0) = 0$.

Teorema de monotonía

Sexa $f : (a, b) \to \mathbb{R}$ unha función derivable no intervalo (a, b).

- se $f' > 0$ en (a, b) entón f é estritamente crecente en (a, b), e
- se $f' < 0$ en (a, b) entón f é estritamente decrecente en (a, b), e
- se $f' = 0$ en (a, b) entón f é constante en (a, b).

O contrario non é certo. $f(x) = x^3$ é estritamente crecente e, sen embargo, $f'(0) = 0$.

Teorema de monotonía

Sexa $f : (a, b) \to \mathbb{R}$ unha función derivable no intervalo (a, b).

- se $f' > 0$ en (a, b) entón f é estritamente crecente en (a, b), e
- se $f' < 0$ en (a, b) entón f é estritamente decrecente en (a, b), e
- se $f' = 0$ en (a, b) entón f é constante en (a, b).

O contrario non é certo. $f(x) = x^3$ é estritamente crecente e, sen embargo, $f'(0) = 0$.

CC BY NC SA

Teorema de monotonía

Sexa $f : (a, b) \to \mathbb{R}$ unha función derivable no intervalo (a, b).

- se $f' > 0$ en (a, b) entón f é estritamente crecente en (a, b), e
- se $f' < 0$ en (a, b) entón f é estritamente decrecente en (a, b), e
- se $f' = 0$ en (a, b) entón f é constante en (a, b).

O contrario non é certo. $f(x) = x^3$ é estritamente crecente e, sen embargo, $f'(0) = 0$.

Teorema de monotonía

Sexa $f : (a, b) \to \mathbb{R}$ unha función derivable no intervalo (a, b).

- se $f' > 0$ en (a, b) entón f é estritamente crecente en (a, b), e
- se $f' < 0$ en (a, b) entón f é estritamente decrecente en (a, b), e
- se $f' = 0$ en (a, b) entón f é constante en (a, b).

O contrario non é certo. $f(x) = x^3$ é estritamente crecente e, sen embargo, $f'(0) = 0$.

Máximos e mínimos relativos

Unha función f ten un **máximo relativo** en x_0 se existe $r > 0$ tal que

$$x \in (x_0 - r, x_0 + r) \implies f(x) \leq f(x_0).$$

Unha función f ten un **mínimo relativo** en x_0 se existe $r > 0$ tal que

$$x \in (x_0 - r, x_0 + r) \implies f(x) \geq f(x_0).$$

Condición necesaria de extremo relativo

Se f é derivable en x_0 e ten en x_0 un extremo relativo (un máximo ou mínimo relativo) entón $f'(x_0) = 0$.

CC BY NC SA

Máximos e mínimos relativos

Unha función f ten un **máximo relativo** en x_0 se existe $r > 0$ tal que

$$x \in (x_0 - r, x_0 + r) \implies f(x) \leq f(x_0).$$

Unha función f ten un **mínimo relativo** en x_0 se existe $r > 0$ tal que

$$x \in (x_0 - r, x_0 + r) \implies f(x) \geq f(x_0).$$

Condición necesaria de extremo relativo

Se f é derivable en x_0 e ten en x_0 un extremo relativo (un máximo ou mínimo relativo) entón $f'(x_0) = 0$.

Máximos e mínimos relativos

Unha función f ten un **máximo relativo** en x_0 se existe $r > 0$ tal que

$$x \in (x_0 - r, x_0 + r) \implies f(x) \leq f(x_0).$$

Unha función f ten un **mínimo relativo** en x_0 se existe $r > 0$ tal que

$$x \in (x_0 - r, x_0 + r) \implies f(x) \geq f(x_0).$$

Condición necesaria de extremo relativo

Se f é derivable en x_0 e ten en x_0 un extremo relativo (un máximo ou mínimo relativo) entón $f'(x_0) = 0$.

Criterio I para máximo/mínimo relativo

Sexa f unha función derivable nun entorno $(x_0 - r, x_0 + r)$ de x_0 tal que $f'(x_0) = 0$.

- se $f'(x) > 0$ en $(x_0 - r, x_0)$ e $f'(x) < 0$ en $(x_0, x_0 + r)$ entón f ten un máximo relativo en x_0, e
- se $f'(x) < 0$ en $(x_0 - r, x_0)$ e $f'(x) > 0$ en $(x_0, x_0 + r)$ entón f ten un mínimo relativo en x_0.

Criterio I para máximo/mínimo relativo

Sexa f unha función derivable nun entorno $(x_0 - r, x_0 + r)$ de x_0 tal que $f'(x_0) = 0$.

- se $f'(x) > 0$ en $(x_0 - r, x_0)$ e $f'(x) < 0$ en $(x_0, x_0 + r)$ entón f ten un máximo relativo en x_0, e
- se $f'(x) < 0$ en $(x_0 - r, x_0)$ e $f'(x) > 0$ en $(x_0, x_0 + r)$ entón f ten un mínimo relativo en x_0.

Criterio I para máximo/mínimo relativo

Sexa f unha función derivable nun entorno $(x_0 - r, x_0 + r)$ de x_0 tal que $f'(x_0) = 0$.

- se $f'(x) > 0$ en $(x_0 - r, x_0)$ e $f'(x) < 0$ en $(x_0, x_0 + r)$ entón f ten un máximo relativo en x_0, e
- se $f'(x) < 0$ en $(x_0 - r, x_0)$ e $f'(x) > 0$ en $(x_0, x_0 + r)$ entón f ten un mínimo relativo en x_0.

Concavidade e convexidade

Unha función f dise:

- convexa en x_0 se nun entorno de x_0 a gráfica da función está situada por encima da recta tanxente en x_0, e tal que
- cóncava en x_0 se nun entorno de x_0 a gráfica da función está situada por debaixo da recta tanxente en x_0.

$f(x) = x^2$ é convexa e $f(x) = -x^2$ é cóncava.

CC BY NC SA

Concavidade e convexidade

Concavidade e convexidade

Unha función f dise:

- convexa en x_0 se nun entorno de x_0 a gráfica da función está situada por encima da recta tanxente en x_0, e tal que
- cóncava en x_0 se nun entorno de x_0 a gráfica da función está situada por debaixo da recta tanxente en x_0.

$f(x) = x^2$ é convexa e $f(x) = -x^2$ é cóncava.

CC BY NC SA

Concavidade e convexidade

Concavidade e convexidade

Unha función f dise:

- convexa en x_0 se nun entorno de x_0 a gráfica da función está situada por encima da recta tanxente en x_0, e tal que
- cóncava en x_0 se nun entorno de x_0 a gráfica da función está situada por debaixo da recta tanxente en x_0.

$f(x) = x^2$ é convexa e $f(x) = -x^2$ é cóncava.

Teorema de curvatura

Sexa f unha función derivable dúas veces en x_0.

- se $f''(x_0) > 0$ entón f é convexa en x_0, e
- se $f''(x_0) < 0$ entón f é cóncava en x_0, e
- se $f''(x_0) = 0$ non podemos concluir nada.

Teorema de curvatura

Sexa f unha función derivable dúas veces en x_0.

- se $f''(x_0) > 0$ entón f é convexa en x_0, e
- se $f''(x_0) < 0$ entón f é cóncava en x_0, e
- se $f''(x_0) = 0$ non podemos concluir nada.

CC BY NC SA

Teorema de curvatura

Sexa f unha función derivable dúas veces en x_0.

- se $f''(x_0) > 0$ entón f é convexa en x_0, e
- se $f''(x_0) < 0$ entón f é cóncava en x_0, e
- se $f''(x_0) = 0$ non podemos concluir nada.

CC BY NC SA

Teorema de curvatura

Sexa f unha función derivable dúas veces en x_0.

- se $f''(x_0) > 0$ entón f é convexa en x_0, e
- se $f''(x_0) < 0$ entón f é cóncava en x_0, e
- se $f''(x_0) = 0$ non podemos concluir nada.

Teorema de curvatura

Sexa $f : (a, b) \to \mathbb{R}$ unha función derivable dúas veces no intervalo (a, b).

- se $f'' > 0$ en (a, b) entón f é convexa en (a, b), e
- se $f'' < 0$ en (a, b) entón f é cóncava en (a, b), e
- se $f'' = 0$ en (a, b) entón a gráfica de f é un segmento.

Teorema de curvatura

Sexa $f : (a, b) \to \mathbb{R}$ unha función derivable dúas veces no intervalo (a, b).

- se $f'' > 0$ en (a, b) entón f é convexa en (a, b), e
- se $f'' < 0$ en (a, b) entón f é cóncava en (a, b), e
- se $f'' = 0$ en (a, b) entón a gráfica de f é un segmento.

CC BY NC SA

Teorema de curvatura

Sexa $f : (a, b) \to \mathbb{R}$ unha función derivable dúas veces no intervalo (a, b).

- se $f'' > 0$ en (a, b) entón f é convexa en (a, b), e
- se $f'' < 0$ en (a, b) entón f é cóncava en (a, b), e
- se $f'' = 0$ en (a, b) entón a gráfica de f é un segmento.

CC BY NC SA

Teorema de curvatura

Sexa $f : (a, b) \to \mathbb{R}$ unha función derivable dúas veces no intervalo (a, b).

- se $f'' > 0$ en (a, b) entón f é convexa en (a, b), e
- se $f'' < 0$ en (a, b) entón f é cóncava en (a, b), e
- se $f'' = 0$ en (a, b) entón a gráfica de f é un segmento.

Criterio II para máximo/mínimo relativo

Sexa f unha función derivable dúas veces en x_0.

- se $f'(x_0) = 0$ e $f''(x_0) > 0$ entón f ten un mínimo relativo en x_0, e
- se $f'(x_0) = 0$ e $f''(x_0) < 0$ entón f ten un máximo relativo en x_0, e
- se $f'(x_0) = f''(x_0) = 0$ non podemos concluir nada.

Criterio II para máximo/mínimo relativo

Sexa f unha función derivable dúas veces en x_0.

- se $f'(x_0) = 0$ e $f''(x_0) > 0$ entón f ten un mínimo relativo en x_0, e
- se $f'(x_0) = 0$ e $f''(x_0) < 0$ entón f ten un máximo relativo en x_0, e
- se $f'(x_0) = f''(x_0) = 0$ non podemos concluir nada.

CC BY NC SA

Criterio II para máximo/mínimo relativo

Sexa f unha función derivable dúas veces en x_0.

- se $f'(x_0) = 0$ e $f''(x_0) > 0$ entón f ten un mínimo relativo en x_0, e
- se $f'(x_0) = 0$ e $f''(x_0) < 0$ entón f ten un máximo relativo en x_0, e
- se $f'(x_0) = f''(x_0) = 0$ non podemos concluir nada.

Criterio II para máximo/mínimo relativo

Sexa f unha función derivable dúas veces en x_0.

- se $f'(x_0) = 0$ e $f''(x_0) > 0$ entón f ten un mínimo relativo en x_0, e
- se $f'(x_0) = 0$ e $f''(x_0) < 0$ entón f ten un máximo relativo en x_0, e
- se $f'(x_0) = f''(x_0) = 0$ non podemos concluir nada.

CC BY NC SA

Puntos de inflexión

Dise que x_0 é un punto de inflexión de f se f cambia a súa curvatura en x_0. É dicir, cambia de cóncava a convexa ou de convexa a cóncava.

Criterio I: Se $f''(x_0) = 0$ e $f'''(x_0) \neq 0$ entón x_0 é un punto de inflexión.

Criterio II: Se existe $r > 0$ tal que $f''(x) < 0$ en $(x_0 - r, x_0)$ e $f''(x) > 0$ en $(x_0, x_0 + r)$ (ou $f''(x) > 0$ en $(x_0 - r, x_0)$ e $f''(x) < 0$ en $(x_0, x_0 + r)$) entón x_0 é un punto de inflexión.

Puntos de inflexión

Dise que x_0 é un punto de inflexión de f se f cambia a súa curvatura en x_0. É dicir, cambia de cóncava a convexa ou de convexa a cóncava.

Criterio I: Se $f''(x_0) = 0$ e $f'''(x_0) \neq 0$ entón x_0 é un punto de inflexión.

Criterio II: Se existe $r > 0$ tal que $f''(x) < 0$ en $(x_0 - r, x_0)$ e $f''(x) > 0$ en $(x_0, x_0 + r)$ (ou $f''(x) > 0$ en $(x_0 - r, x_0)$ e $f''(x) < 0$ en $(x_0, x_0 + r)$) entón x_0 é un punto de inflexión.

Dise que x_0 é un punto de inflexión de f se f cambia a súa curvatura en x_0. É dicir, cambia de cóncava a convexa ou de convexa a cóncava.

Criterio I: Se $f''(x_0) = 0$ e $f'''(x_0) \neq 0$ entón x_0 é un punto de inflexión.

Criterio II: Se existe $r > 0$ tal que $f''(x) < 0$ en $(x_0 - r, x_0)$ e $f''(x) > 0$ en $(x_0, x_0 + r)$ (ou $f''(x) > 0$ en $(x_0 - r, x_0)$ e $f''(x) < 0$ en $(x_0, x_0 + r)$) entón x_0 é un punto de inflexión.

CC BY NC SA

Puntos de inflexión

Dise que x_0 é un punto de inflexión de f se f cambia a súa curvatura en x_0. É dicir, cambia de cóncava a convexa ou de convexa a cóncava.

Criterio I: Se $f''(x_0) = 0$ e $f'''(x_0) \neq 0$ entón x_0 é un punto de inflexión.

Criterio II: Se existe $r > 0$ tal que $f''(x) < 0$ en $(x_0 - r, x_0)$ e $f''(x) > 0$ en $(x_0, x_0 + r)$ (ou $f''(x) > 0$ en $(x_0 - r, x_0)$ e $f''(x) < 0$ en $(x_0, x_0 + r)$) entón x_0 é un punto de inflexión.

Problemas de optimización

Para calcular os máximos e mínimos absolutos dunha función f nun intervalo pechado $[a, b]$ (que existen polo teorema de Weierstrass) procedemos da seguinte maneira:

- Determinamos os puntos $c_1, c_2, \dots \in (a, b)$ nos que f non é derivable,
- Determinamos os puntos $d_1, d_2, \dots \in (a, b)$ nos que $f' = 0$,
- Calculamos $f(a), f(b), f(c_1), f(c_2), \dots, f(d_1), f(d_2), \dots$ e o menor é o mínimo e o maior é o máximo (que se poden alcanzar en máis dun punto).

Problemas de optimización

Para calcular os máximos e mínimos absolutos dunha función f nun intervalo pechado $[a, b]$ (que existen polo teorema de Weierstrass) procedemos da seguinte maneira:

- Determinamos os puntos $c_1, c_2, \cdots \in (a, b)$ nos que f non é derivable,
- Determinamos os puntos $d_1, d_2, \cdots \in (a, b)$ nos que $f' = 0$,
- Calculamos $f(a), f(b), f(c_1), f(c_2), \ldots, f(d_1), f(d_2), \ldots$ e o menor é o mínimo e o maior é o máximo (que se poden alcanzar en máis dun punto).

Para calcular os máximos e mínimos absolutos dunha función f nun intervalo pechado $[a, b]$ (que existen polo teorema de Weierstrass) procedemos da seguinte maneira:

- Determinamos os puntos $c_1, c_2, \cdots \in (a, b)$ nos que f non é derivable,
- Determinamos os puntos $d_1, d_2, \cdots \in (a, b)$ nos que $f' = 0$,
- Calculamos $f(a), f(b), f(c_1), f(c_2), \ldots, f(d_1), f(d_2), \ldots$ e o menor é o mínimo e o maior é o máximo (que se poden alcanzar en máis dun punto).

Problemas de optimización

Para calcular os máximos e mínimos absolutos dunha función f nun intervalo pechado $[a, b]$ (que existen polo teorema de Weierstrass) procedemos da seguinte maneira:

- Determinamos os puntos $c_1, c_2, \cdots \in (a, b)$ nos que f non é derivable,
- Determinamos os puntos $d_1, d_2, \cdots \in (a, b)$ nos que $f' = 0$,
- Calculamos $f(a), f(b), f(c_1), f(c_2), \dots, f(d_1), f(d_2), \dots$ e o menor é o mínimo e o maior é o máximo (que se poden alcanzar en máis dun punto).

Regra de L'Hôpital

É moi útil para resolver indeterminacións do tipo $\dfrac{0}{0}$ e $\dfrac{\infty}{\infty}$.

Regra de L'Hôpital

Se $\lim_{x \to x_0} f(x) = \lim_{x \to x_0} g(x) = 0$ ou $\lim_{x \to x_0} f(x) = \pm\infty$ e $\lim_{x \to x_0} g(x) = \pm\infty$ e existe $\lim_{x \to x_0} \dfrac{f'(x)}{g'(x)}$ enton existe $\lim_{x \to x_0} \dfrac{f(x)}{g(x)}$ e

$$\lim_{x \to x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \to x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)},$$

onde $x_0 \in \mathbb{R}$ ou $x_0 = \pm\infty$.

CC BY NC SA

Regra de L'Hôpital

É moi útil para resolver indeterminacións do tipo $\dfrac{0}{0}$ e $\dfrac{\infty}{\infty}$.

Regra de L'Hôpital

Se $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = \lim\limits_{x\to x_0} g(x) = 0$ ou $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = \pm\infty$ e $\lim\limits_{x\to x_0} g(x) = \pm\infty$ e existe $\lim\limits_{x\to x_0} \dfrac{f'(x)}{g'(x)}$ entón existe $\lim\limits_{x\to x_0} \dfrac{f(x)}{g(x)}$ e

$$\lim_{x\to x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)},$$

onde $x_0 \in \mathbb{R}$ ou $x_0 = \pm\infty$.

CC BY NC SA

Teorema de Rolle

Sexa $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ unha función continua en $[a, b]$ e derivable en (a, b) tal que $f(a) = f(b)$. Entón existe $c \in (a, b)$ tal que $f'(c) = 0$.

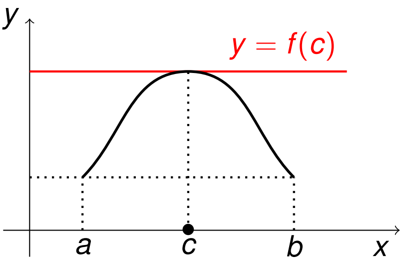
Interpretación xeométrica

Se a función f satisfai as hipóteses do teorema de Rolle entón existe, cando menos, un $c \in (a, b)$ tal que a recta tanxente en $x = c$ é paralela ao eixe OX (ten pendente cero).

Teorema de Rolle

Sexa $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ unha función continua en $[a, b]$ e derivable en (a, b) tal que $f(a) = f(b)$. Entón existe $c \in (a, b)$ tal que $f'(c) = 0$.

Interpretación xeométrica



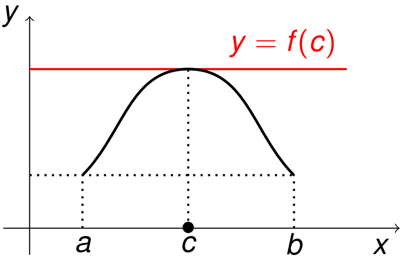
Se a función f satisfai as hipóteses do teorema de Rolle entón existe, cando menos, un $c \in (a, b)$ tal que a recta tanxente en $x = c$ é paralela ao eixe OX (ten pendente cero).

CC BY NC SA

Teorema de Rolle

Sexa $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ unha función continua en $[a, b]$ e derivable en (a, b) tal que $f(a) = f(b)$. Entón existe $c \in (a, b)$ tal que $f'(c) = 0$.

Interpretación xeométrica



Se a función f satisfai as hipóteses do teorema de Rolle entón existe, cando menos, un $c \in (a, b)$ tal que a recta tanxente en $x = c$ é paralela ao eixe OX (ten pendente cero).

Teorema do valor medio

Sexa $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ unha función continua en $[a, b]$ e derivable en (a, b). Entón existe $c \in (a, b)$ tal que $f'(c) = \dfrac{f(b) - f(a)}{b - a}$.

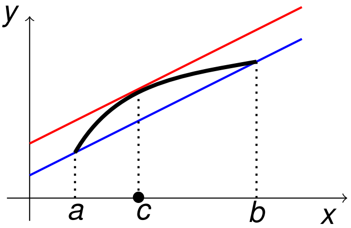
Interpretación xeométrica

Se a función f satisfai as hipóteses do teorema de Rolle entón existe, cando menos, un $c \in (a, b)$ tal que a recta tanxente en $x = c$ é paralela á recta secante por $(a, f(a))$ e $(b, f(b))$.

Teorema do valor medio

Sexa $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ unha función continua en $[a, b]$ e derivable en (a, b). Entón existe $c \in (a, b)$ tal que $f'(c) = \dfrac{f(b) - f(a)}{b - a}$.

Interpretación xeométrica



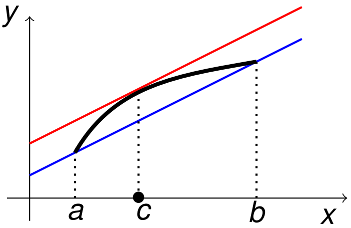
Se a función f satisfai as hipóteses do teorema de Rolle entón existe, cando menos, un $c \in (a, b)$ tal que a recta tanxente en $x = c$ é paralela á recta secante por $(a, f(a))$ e $(b, f(b))$.

CC BY NC SA

Teorema do valor medio

Sexa $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ unha función continua en $[a, b]$ e derivable en (a, b). Entón existe $c \in (a, b)$ tal que $f'(c) = \dfrac{f(b) - f(a)}{b - a}$.

Interpretación xeométrica



Se a función f satisfai as hipóteses do teorema de Rolle entón existe, cando menos, un $c \in (a, b)$ tal que a recta tanxente en $x = c$ é paralela á recta secante por $(a, f(a))$ e $(b, f(b))$.

CC BY NC SA