MATEMÁTICAS II
PROBLEMAS MÉTRICOS NO ESPAZO

Manuel Fernández López

IES María Sarmiento
Misericordia 58
Viveiro, Lugo

February 12, 2016

Outline

Ángulo formado por dúas rectas

O ángulo formado por dúas rectas *r* e *s* que se cortan é o menor dos ángulos que forman no plano que determinan

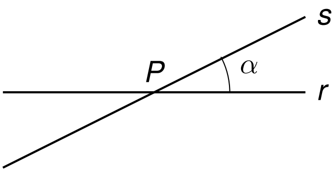
O ángulo formado por dúas rectas *r* e *s* que se cruzan é o ángulo formado por dúas rectas paralelas ás dadas que sexan secantes.

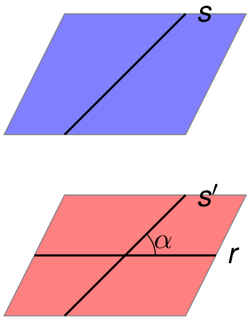
Ángulo formado por dúas rectas

O ángulo formado por dúas rectas r e s que se cortan é o menor dos ángulos que forman no plano que determinan
O ángulo formado por dúas rectas r e s que se cruzan é o ángulo formado por dúas rectas paralelas ás dadas que sexan secantes.

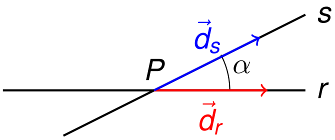
Ángulo formado por dúas rectas

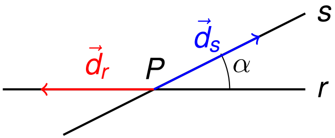
O ángulo formado por dúas rectas r e s que se cortan é o menor dos ángulos que forman no plano que determinan
O ángulo formado por dúas rectas r e s que se cruzan é o ángulo formado por dúas rectas paralelas ás dadas que sexan secantes.





Cálculo do ángulo formado por dúas rectas





Expresión vectorial

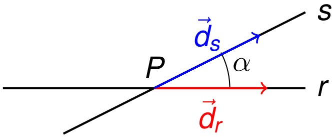
$$\cos\alpha = \frac{|\vec{d}_r \cdot \vec{d}_s|}{|\vec{d}_r||\vec{d}_s|}$$

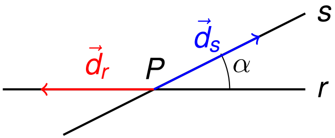
Expresión analítica

Se $\vec{d}_r = (u_1, u_2, u_3)$ e $\vec{d}_s = (v_1, v_2, v_3)$ entón

$$\cos\alpha = \frac{|u_1v_1 + u_2v_2 + u_3v_3|}{\sqrt{u_1^2+u_2^2+u_3^2}\sqrt{v_1^2+v_2^2+v_3^2}}$$

Cálculo do ángulo formado por dúas rectas





Expresión vectorial

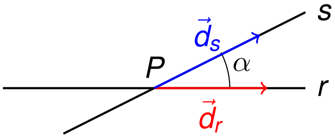
$$\cos\alpha = \frac{|\vec{d}_r \cdot \vec{d}_s|}{|\vec{d}_r||\vec{d}_s|}$$

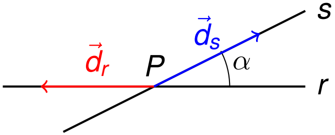
Expresión analítica

Se $\vec{d}_r = (u_1, u_2, u_3)$ e $\vec{d}_s = (v_1, v_2, v_3)$ entón

$$\cos\alpha = \frac{|u_1 v_1 + u_2 v_2 + u_3 v_3|}{\sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2}\sqrt{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2}}$$

Cálculo do ángulo formado por dúas rectas





Expresión vectorial

$$\cos\alpha = \frac{|\vec{d}_r \cdot \vec{d}_s|}{|\vec{d}_r||\vec{d}_s|}$$

Expresión analítica
Se $\vec{d}_r = (u_1, u_2, u_3)$ e $\vec{d}_s = (v_1, v_2, v_3)$ entón

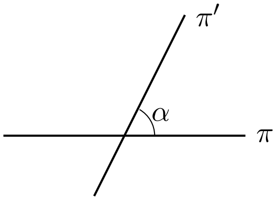
$$\cos\alpha = \frac{|u_1 v_1 + u_2 v_2 + u_3 v_3|}{\sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2}\sqrt{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2}}$$

Ángulo formado por dous planos

O ángulo formado por dous planos secantes é o menor dos ángulos diedros que determinan.

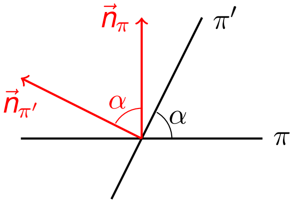
Ángulo formado por dous planos

O ángulo formado por dous planos secantes é o menor dos ángulos diedros que determinan.



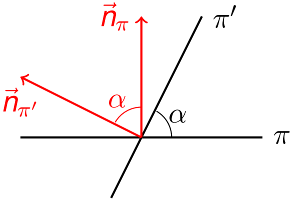
Ángulo formado por dous planos

O ángulo formado por dous planos secantes é o menor dos ángulos diedros que determinan.



Ángulo formado por dous planos

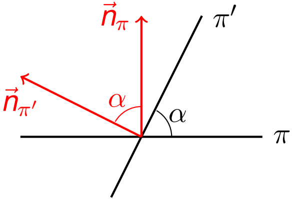
O ángulo formado por dous planos secantes é o menor dos ángulos diedros que determinan.



Expresión vectorial $\cos\alpha = \dfrac{|\vec{n}_\pi \cdot \vec{n}_{\pi'}|}{|\vec{n}_\pi||\vec{n}_{\pi'}|}$

Ángulo formado por dous planos

O ángulo formado por dous planos secantes é o menor dos ángulos diedros que determinan.



Expresión vectorial $\cos\alpha = \dfrac{|\vec{n}_\pi \cdot \vec{n}_{\pi'}|}{|\vec{n}_\pi||\vec{n}_{\pi'}|}$

Expresión analítica Se $\vec{n}_\pi = (u_1, u_2, u_3)$ e $\vec{n}_{\pi'} = (v_1, v_2, v_3)$ entón

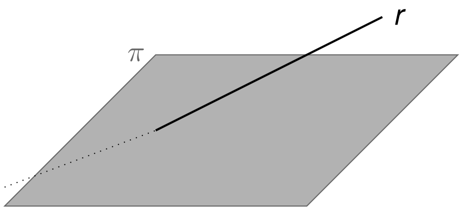
$$\cos\alpha = \frac{|u_1 v_1 + u_2 v_2 + u_3 v_3|}{\sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2}\sqrt{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2}}$$

Ángulo formado por unha recta e un plano

O ángulo formado por unha recta r e un plano π é o ángulo que forma a recta r coa recta r' que é a proxección ortogonal da recta r sobre π.

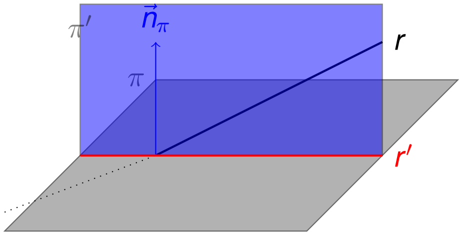
Ángulo formado por unha recta e un plano

O ángulo formado por unha recta r e un plano π é o ángulo que forma a recta r coa recta r' que é a proxección ortogonal da recta r sobre π.



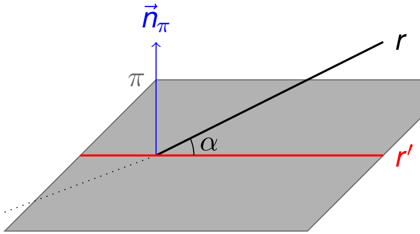
Ángulo formado por unha recta e un plano

O ángulo formado por unha recta r e un plano π é o ángulo que forma a recta r coa recta r' que é a proxección ortogonal da recta r sobre π.



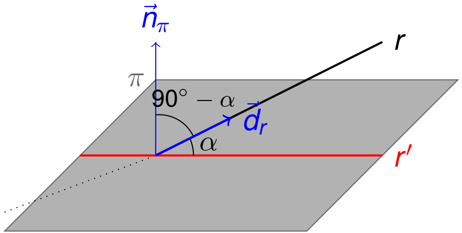
Ángulo formado por unha recta e un plano

O ángulo formado por unha recta r e un plano π é o ángulo que forma a recta r coa recta r' que é a proxección ortogonal da recta r sobre π.



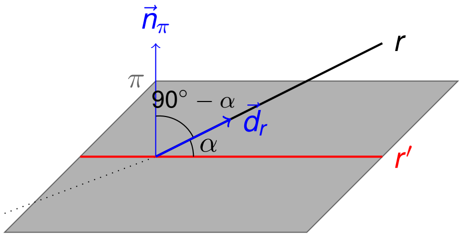
Ángulo formado por unha recta e un plano

O ángulo formado por unha recta r e un plano π é o ángulo que forma a recta r coa recta r' que é a proxección ortogonal da recta r sobre π.



Ángulo formado por unha recta e un plano

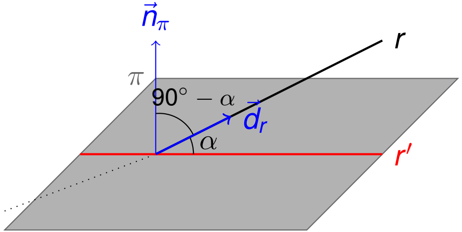
O ángulo formado por unha recta r e un plano π é o ángulo que forma a recta r coa recta r' que é a proxección ortogonal da recta r sobre π.



Expresión vectorial $\cos(90^\circ - \alpha) = \sin\alpha = \dfrac{|\vec{d}_r \cdot \vec{n}_\pi|}{|\vec{d}_r||\vec{n}_\pi|}$

Ángulo formado por unha recta e un plano

O ángulo formado por unha recta r e un plano π é o ángulo que forma a recta r coa recta r' que é a proxección ortogonal da recta r sobre π.



Expresión vectorial $\cos(90^\circ - \alpha) = \sin\alpha = \dfrac{|\vec{d}_r \cdot \vec{n}_\pi|}{|\vec{d}_r||\vec{n}_\pi|}$

Expresión analítica Se $\vec{d}_r = (u_1, u_2, u_3)$ e $\vec{n}_\pi = (v_1, v_2, v_3)$ entón

$$\sin\alpha = \frac{|u_1 v_1 + u_2 v_2 + u_3 v_3|}{\sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2}\sqrt{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2}}$$

Perpendicularidade

Ángulo entre rectas $\cos\alpha = \dfrac{|\vec{d}_r \cdot \vec{d}_s|}{|\vec{d}_r||\vec{d}_s|}$

Perpendicularidade

Ángulo entre rectas $\cos\alpha = \dfrac{|\vec{d_r} \cdot \vec{d_s}|}{|\vec{d_r}||\vec{d_s}|}$

Dúas rectas *r* e *s* son **ortogonais** ou **perpendiculares** se forman un ángulo de 90°.

Perpendicularidade

Ángulo entre rectas $\cos\alpha = \dfrac{|\vec{d}_r \cdot \vec{d}_s|}{|\vec{d}_r||\vec{d}_s|}$

Dúas rectas r e s son **ortogonais** ou **perpendiculares** se forman un ángulo de 90°.

$$r \perp s \iff \vec{d}_r \perp \vec{d}_s \iff \vec{d}_r \cdot \vec{d}_s = 0 \iff u_1 v_1 + u_2 v_2 + u_3 v_3 = 0.$$

Perpendicularidade

$$r \perp s \iff \vec{d}_r \perp \vec{d}_s \iff \vec{d}_r \cdot \vec{d}_s = 0 \iff u_1 v_1 + u_2 v_2 + u_3 v_3 = 0.$$

Ángulo entre planos $\cos\alpha = \dfrac{|\vec{n}_\pi \cdot \vec{n}_{\pi'}|}{|\vec{n}_\pi||\vec{n}_{\pi'}|}$

Perpendicularidade

$$r \perp s \iff \vec{d}_r \perp \vec{d}_s \iff \vec{d}_r \cdot \vec{d}_s = 0 \iff u_1 v_1 + u_2 v_2 + u_3 v_3 = 0.$$

Ángulo entre planos $\cos\alpha = \dfrac{|\vec{n}_\pi \cdot \vec{n}_{\pi'}|}{|\vec{n}_\pi||\vec{n}_{\pi'}|}$

Dous planos π e π' son **ortogonais** ou **perpendiculares** se forman un ángulo de 90°.

Perpendicularidade

$$r \perp s \iff \vec{d}_r \perp \vec{d}_s \iff \vec{d}_r \cdot \vec{d}_s = 0 \iff u_1 v_1 + u_2 v_2 + u_3 v_3 = 0.$$

Ángulo entre planos $\cos \alpha = \dfrac{|\vec{n}_\pi \cdot \vec{n}_{\pi'}|}{|\vec{n}_\pi||\vec{n}_{\pi'}|}$
Dous planos π e π' son **ortogonais** ou **perpendiculares** se forman un ángulo de 90°.

$$\pi \perp \pi' \iff \vec{n}_\pi \perp \vec{n}_{\pi'} \iff \vec{n}_\pi \cdot \vec{n}_{\pi'} = 0 \iff u_1 v_1 + u_2 v_2 + u_3 v_3 = 0.$$

Perpendicularidade

$$r \perp s \iff \vec{d}_r \perp \vec{d}_s \iff \vec{d}_r \cdot \vec{d}_s = 0 \iff u_1 v_1 + u_2 v_2 + u_3 v_3 = 0.$$

$$\pi \perp \pi' \iff \vec{n}_\pi \perp \vec{n}_{\pi'} \iff \vec{n}_\pi \cdot \vec{n}_{\pi'} = 0 \iff u_1 v_1 + u_2 v_2 + u_3 v_3 = 0.$$

Ángulo entre recta e plano $\sin\alpha = \dfrac{|\vec{n}_\pi \cdot \vec{d}_r|}{|\vec{n}_\pi||\vec{d}_r|}$

Perpendicularidade

$$r \perp s \iff \vec{d}_r \perp \vec{d}_s \iff \vec{d}_r \cdot \vec{d}_s = 0 \iff u_1 v_1 + u_2 v_2 + u_3 v_3 = 0.$$

$$\pi \perp \pi' \iff \vec{n}_\pi \perp \vec{n}_{\pi'} \iff \vec{n}_\pi \cdot \vec{n}_{\pi'} = 0 \iff u_1 v_1 + u_2 v_2 + u_3 v_3 = 0.$$

Ángulo entre recta e plano $\sin\alpha = \dfrac{|\vec{n}_\pi \cdot \vec{d}_r|}{|\vec{n}_\pi||\vec{d}_r|}$

A recta r e o plano π son **ortogonais** ou **perpendiculares** se forman un ángulo de 90°.

Perpendicularidade

$$r \perp s \iff \vec{d}_r \perp \vec{d}_s \iff \vec{d}_r \cdot \vec{d}_s = 0 \iff u_1 v_1 + u_2 v_2 + u_3 v_3 = 0.$$

$$\pi \perp \pi' \iff \vec{n}_\pi \perp \vec{n}_{\pi'} \iff \vec{n}_\pi \cdot \vec{n}_{\pi'} = 0 \iff u_1 v_1 + u_2 v_2 + u_3 v_3 = 0.$$

Ángulo entre recta e plano $\sin\alpha = \dfrac{|\vec{n}_\pi \cdot \vec{d}_r|}{|\vec{n}_\pi||\vec{d}_r|}$

A recta r e o plano π son **ortogonais** ou **perpendiculares** se forman un ángulo de 90°.

$$r \perp \pi \iff \vec{d}_r || \vec{n}_\pi .$$

Perpendicularidade

$$r \perp s \iff \vec{d}_r \perp \vec{d}_s \iff \vec{d}_r \cdot \vec{d}_s = 0 \iff u_1 v_1 + u_2 v_2 + u_3 v_3 = 0.$$

$$\pi \perp \pi' \iff \vec{n}_\pi \perp \vec{n}_{\pi'} \iff \vec{n}_\pi \cdot \vec{n}_{\pi'} = 0 \iff u_1 v_1 + u_2 v_2 + u_3 v_3 = 0.$$

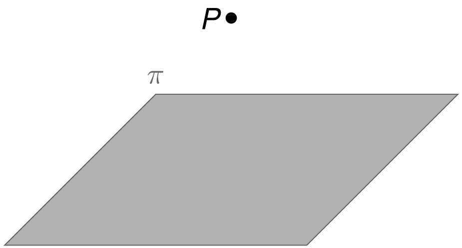
$$r \perp \pi \iff \vec{d}_r || \vec{n}_\pi .$$

Proxección ortogonal dun punto sobre un plano

Chámase **proxección ortogonal dun punto P sobre un plano** π ao punto P' que se obtén como intersección da recta r perpendicular a π que pasa por P co plano π.

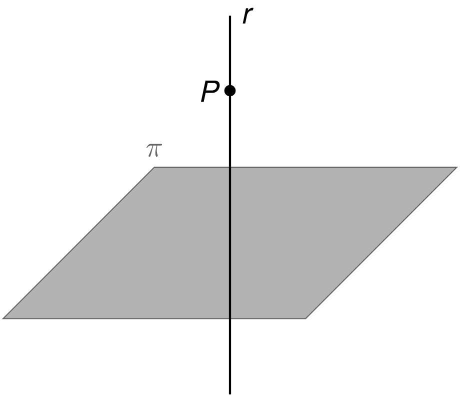
Proxección ortogonal dun punto sobre un plano

Chámase **proxección ortogonal dun punto** P **sobre un plano** π ao punto P' que se obtén como intersección da recta r perpendicular a π que pasa por P co plano π.



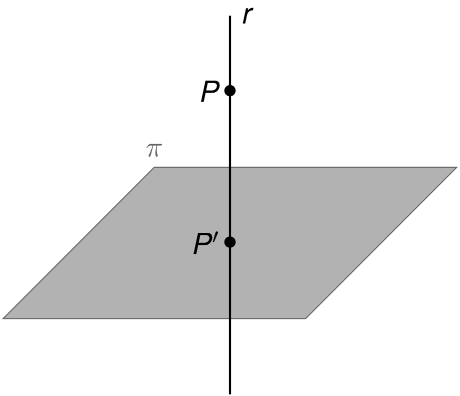
Proxección ortogonal dun punto sobre un plano

Chámase **proxección ortogonal dun punto P sobre un plano** π ao punto P' que se obtén como intersección da recta r perpendicular a π que pasa por P co plano π.



Proxección ortogonal dun punto sobre un plano

Chámase **proxección ortogonal dun punto** P **sobre un plano** π ao punto P' que se obtén como intersección da recta r perpendicular a π que pasa por P co plano π.

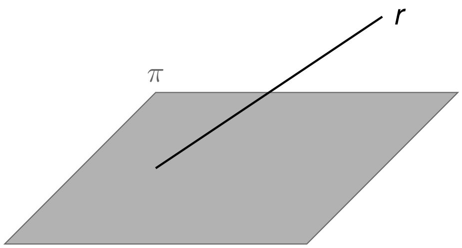


Proxección ortogonal dunha recta sobre un plano

Chámase **proxección ortogonal dunha recta r sobre un plano** π á recta r' que se obtén como intersección do plano π' perpendicular a π que contén a r co plano π.

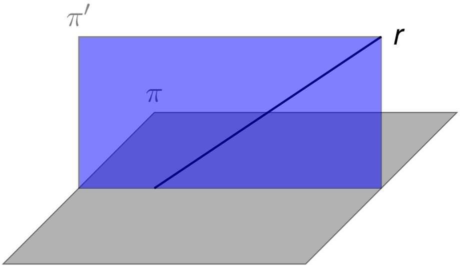
Proxección ortogonal dunha recta sobre un plano

Chámase **proxección ortogonal dunha recta r sobre un plano** π á recta r' que se obtén como intersección do plano π' perpendicular a π que contén a r co plano π.



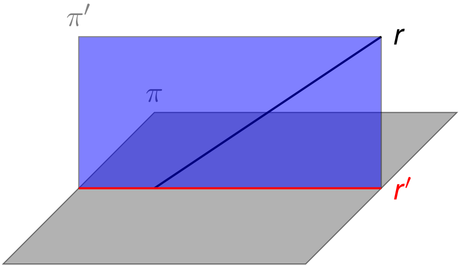
Proxección ortogonal dunha recta sobre un plano

Chámase **proxección ortogonal dunha recta** *r* **sobre un plano** π á recta r' que se obtén como intersección do plano π' perpendicular a π que contén a *r* co plano π.



Proxección ortogonal dunha recta sobre un plano

Chámase **proxección ortogonal dunha recta r sobre un plano π** á recta r' que se obtén como intersección do plano π' perpendicular a π que contén a r co plano π.

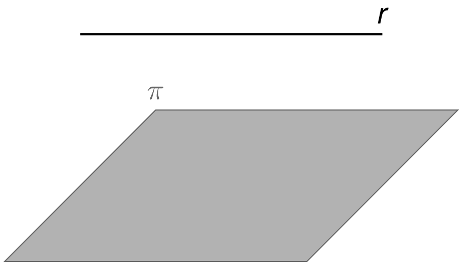


Proxección ortogonal dunha recta sobre un plano

Chámase **proxección ortogonal dunha recta** r **sobre un plano** π á recta r' que se obtén como intersección do plano π' perpendicular a π que contén a r co plano π.

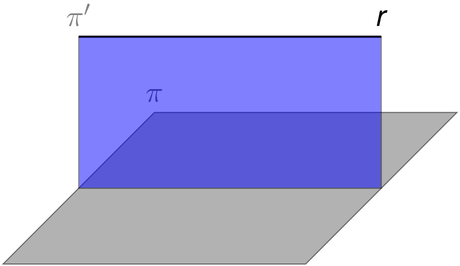
Proxección ortogonal dunha recta sobre un plano

Chámase **proxección ortogonal dunha recta** r **sobre un plano** π á recta r' que se obtén como intersección do plano π' perpendicular a π que contén a r co plano π.



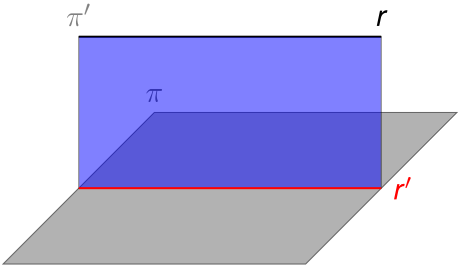
Proxección ortogonal dunha recta sobre un plano

Chámase **proxección ortogonal dunha recta r sobre un plano π** á recta r' que se obtén como intersección do plano π' perpendicular a π que contén a r co plano π.



Proxección ortogonal dunha recta sobre un plano

Chámase **proxección ortogonal dunha recta** r **sobre un plano** π á recta r' que se obtén como intersección do plano π' perpendicular a π que contén a r co plano π.



Proxección ortogonal dunha recta sobre un plano

Chámase **proxección ortogonal dunha recta r sobre un plano π** á recta r' que se obtén como intersección do plano π' perpendicular a π que contén a r co plano π.

Qué pasa se r é perpendicular a π?

En tal caso a proxección é un punto.

Qué punto?

O punto de intersección da recta e o plano.

Proxección ortogonal dunha recta sobre un plano

Chámase **proxección ortogonal dunha recta r sobre un plano π** á recta r' que se obtén como intersección do plano π' perpendicular a π que contén a r co plano π.

Qué pasa se r é perpendicular a π?

En tal caso a proxección é un punto.

Qué punto?

O punto de intersección da recta e o plano.

Proxección ortogonal dunha recta sobre un plano

Chámase **proxección ortogonal dunha recta r sobre un plano π** á recta r' que se obtén como intersección do plano π' perpendicular a π que contén a r co plano π.

Qué pasa se r é perpendicular a π?

En tal caso a proxección é un punto.

Qué punto?

O punto de intersección da recta e o plano.

Proxección ortogonal dunha recta sobre un plano

Chámase **proxección ortogonal dunha recta** r **sobre un plano** π á recta r' que se obtén como intersección do plano π' perpendicular a π que contén a r co plano π.

Qué pasa se r é perpendicular a π?

En tal caso a proxección é un punto.

Qué punto?

O punto de intersección da recta e o plano.

Proxección ortogonal dunha recta sobre un plano

Chámase **proxección ortogonal dunha recta** r **sobre un plano** π á recta r' que se obtén como intersección do plano π' perpendicular a π que contén a r co plano π.

Qué pasa se r é perpendicular a π?

En tal caso a proxección é un punto.

Qué punto?

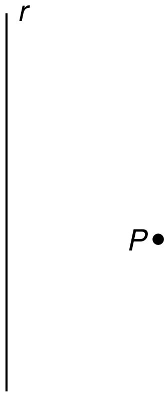
O punto de intersección da recta e o plano.

Proxección ortogonal dun punto sobre unha recta

Chámase **proxección ortogonal dun punto** P **sobre unha recta** r ao punto P' que se obtén como intersección do plano π perpendicular a r que contén a P coa recta r.

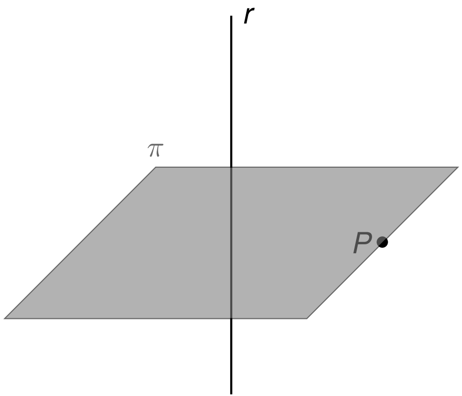
Proxección ortogonal dun punto sobre unha recta

Chámase **proxección ortogonal dun punto P sobre unha recta** r ao punto P' que se obtén como intersección do plano π perpendicular a r que contén a P coa recta r.



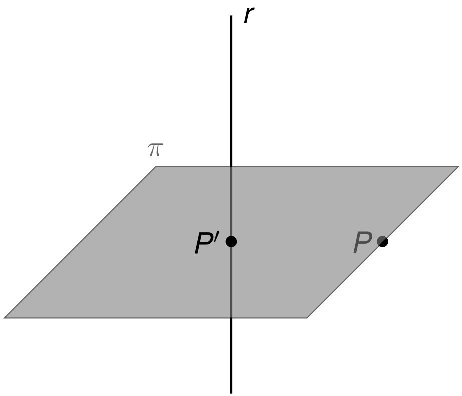
Proxección ortogonal dun punto sobre unha recta

Chámase **proxección ortogonal dun punto** P **sobre unha recta** r ao punto P' que se obtén como intersección do plano π perpendicular a r que contén a P coa recta r.



Proxección ortogonal dun punto sobre unha recta

Chámase **proxección ortogonal dun punto** P **sobre unha recta** r ao punto P' que se obtén como intersección do plano π perpendicular a r que contén a P coa recta r.



Simétrico dun punto respecto doutro punto

Chámase **simétrico dun punto** P **respecto dun punto** M ao punto P' que cumpre que M é o punto medio do segmento PP'.

Se $P(x_1, y_1, z_1)$ e $M(x_2, y_2, z_2)$ entón $P'(x, y, z)$ satisfai:

$$(x_2, y_2, z_2) = \left(\frac{x + x_1}{2}, \frac{y + y_1}{2}, \frac{z + z_1}{2}\right)$$

Polo tanto

$$P'(x, y, z) = (2x_2 - x_1, 2y_2 - y_1, 2z_2 - z_1).$$

Simétrico dun punto respecto doutro punto

Chámase **simétrico dun punto** P **respecto dun punto** M ao punto P' que cumpre que M é o punto medio do segmento PP'.

Se $P(x_1, y_1, z_1)$ e $M(x_2, y_2, z_2)$ entón $P'(x, y, z)$ satisfai:

$$(x_2, y_2, z_2) = \left(\frac{x + x_1}{2}, \frac{y + y_1}{2}, \frac{z + z_1}{2} \right)$$

Polo tanto

$$P'(x, y, z) = (2x_2 - x_1, 2y_2 - y_1, 2z_2 - z_1).$$

Simétrico dun punto respecto doutro punto

Chámase **simétrico dun punto** P **respecto dun punto** M ao punto P' que cumpre que M é o punto medio do segmento PP'.

Se $P(x_1, y_1, z_1)$ e $M(x_2, y_2, z_2)$ entón $P'(x, y, z)$ satisfai:

$$(x_2, y_2, z_2) = \left(\frac{x + x_1}{2}, \frac{y + y_1}{2}, \frac{z + z_1}{2}\right)$$

Polo tanto

$$P'(x, y, z) = (2x_2 - x_1, 2y_2 - y_1, 2z_2 - z_1).$$

Simétrico dun punto respecto doutro punto

Chámase **simétrico dun punto P respecto dun punto M** ao punto P' que cumpre que M é o punto medio do segmento PP'.

Se $P(x_1, y_1, z_1)$ e $M(x_2, y_2, z_2)$ entón $P'(x, y, z)$ satisfai:

$$(x_2, y_2, z_2) = \left(\frac{x + x_1}{2}, \frac{y + y_1}{2}, \frac{z + z_1}{2} \right)$$

Polo tanto

$$P'(x, y, z) = (2x_2 - x_1, 2y_2 - y_1, 2z_2 - z_1).$$

Simétrico dun punto respecto doutro punto

Chámase **simétrico dun punto** P **respecto dun punto** M ao punto P' que cumpre que M é o punto medio do segmento PP'.

Se $P(x_1, y_1, z_1)$ e $M(x_2, y_2, z_2)$ entón $P'(x, y, z)$ satisfai:

$$(x_2, y_2, z_2) = \left(\frac{x + x_1}{2}, \frac{y + y_1}{2}, \frac{z + z_1}{2} \right)$$

Polo tanto

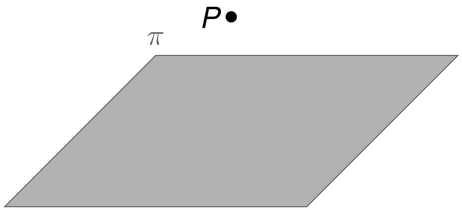
$$P'(x, y, z) = (2x_2 - x_1, 2y_2 - y_1, 2z_2 - z_1).$$

Simétrico dun punto respecto dun plano

Chámase **simétrico dun punto** P **respecto dun plano** π ao punto P' que se atopa na recta perpendicular a π que pasa por P de modo que P e P' equidistan do plano.

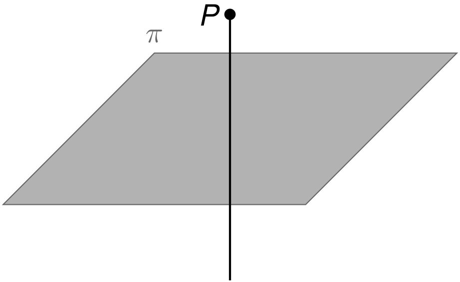
Simétrico dun punto respecto dun plano

Chámase **simétrico dun punto** P **respecto dun plano** π ao punto P' que se atopa na recta perpendicular a π que pasa por P de modo que P e P' equidistan do plano.



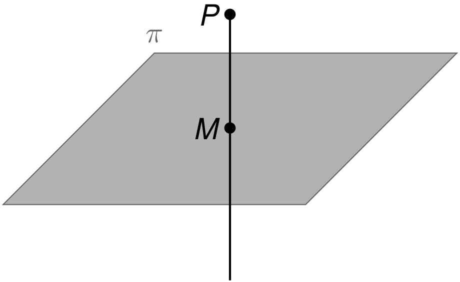
Simétrico dun punto respecto dun plano

Chámase **simétrico dun punto** P **respecto dun plano** π ao punto P' que se atopa na recta perpendicular a π que pasa por P de modo que P e P' equidistan do plano.



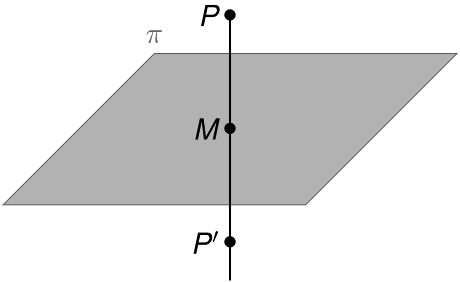
Simétrico dun punto respecto dun plano

Chámase **simétrico dun punto** P **respecto dun plano** π ao punto P' que se atopa na recta perpendicular a π que pasa por P de modo que P e P' equidistan do plano.



Simétrico dun punto respecto dun plano

Chámase **simétrico dun punto** P **respecto dun plano** π ao punto P' que se atopa na recta perpendicular a π que pasa por P de modo que P e P' equidistan do plano.



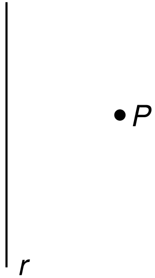
P' é o simétrico de P con respecto a M.

Simétrico dun punto respecto dunha recta

Chámase **simétrico dun punto** P **respecto dunha recta** r ao punto P' que se atopa na recta perpendicular a r que pasa por P de modo que P e P' equidistan da recta.

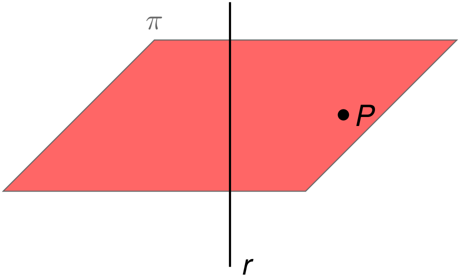
Simétrico dun punto respecto dunha recta

Chámase **simétrico dun punto** P **respecto dunha recta** r ao punto P' que se atopa na recta perpendicular a r que pasa por P de modo que P e P' equidistan da recta.



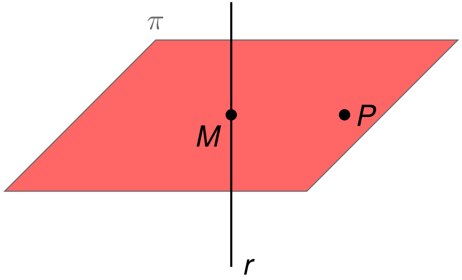
Simétrico dun punto respecto dunha recta

Chámase **simétrico dun punto P respecto dunha recta r** ao punto P' que se atopa na recta perpendicular a r que pasa por P de modo que P e P' equidistan da recta.



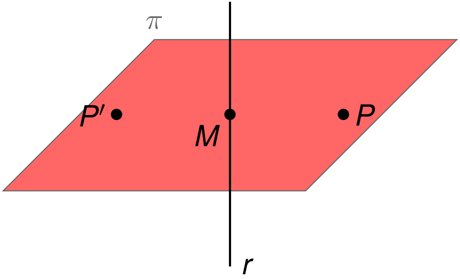
Simétrico dun punto respecto dunha recta

Chámase **simétrico dun punto** P **respecto dunha recta** r ao punto P' que se atopa na recta perpendicular a r que pasa por P de modo que P e P' equidistan da recta.



Simétrico dun punto respecto dunha recta

Chámase **simétrico dun punto** P **respecto dunha recta** r ao punto P' que se atopa na recta perpendicular a r que pasa por P de modo que P e P' equidistan da recta.



P' é o simétrico de P con respecto a M.

Distancia entre dous puntos

A distancia entre dous puntos $P(x_1, y_1, z_1)$ e $Q(x_2, y_2, z_2)$ é o módulo do vector $\overrightarrow{PQ}$.

Expresión vectorial

$$d(P, Q) = |\overrightarrow{PQ}|$$

Expresión vectorial

$$d(P, Q) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

Distancia entre dous puntos

A distancia entre dous puntos $P(x_1, y_1, z_1)$ e $Q(x_2, y_2, z_2)$ é o módulo do vector $\overrightarrow{PQ}$.

Expresión vectorial

$$d(P, Q) = |\overrightarrow{PQ}|$$

Expresión vectorial

$$d(P, Q) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

Distancia entre dous puntos

A distancia entre dous puntos $P(x_1, y_1, z_1)$ e $Q(x_2, y_2, z_2)$ é o módulo do vector $\overrightarrow{PQ}$.

Expresión vectorial

$$d(P, Q) = |\overrightarrow{PQ}|$$

Expresión vectorial

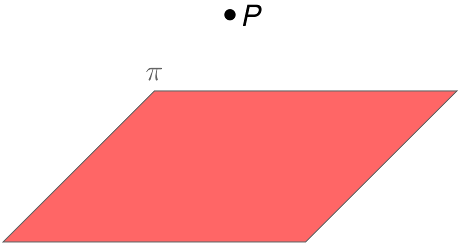
$$d(P, Q) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

Distancia dun punto a un plano

A distancia dun punto P a un plano π é a distancia do punto P ao punto P' que é a proxección ortogonal de P sobre π.

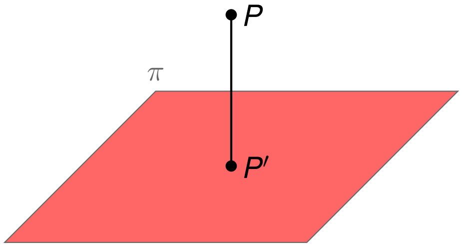
Distancia dun punto a un plano

A distancia dun punto P a un plano π é a distancia do punto P ao punto P' que é a proxección ortogonal de P sobre π.



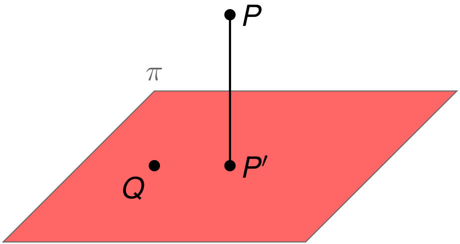
Distancia dun punto a un plano

A distancia dun punto P a un plano π é a distancia do punto P ao punto P' que é a proxección ortogonal de P sobre π.



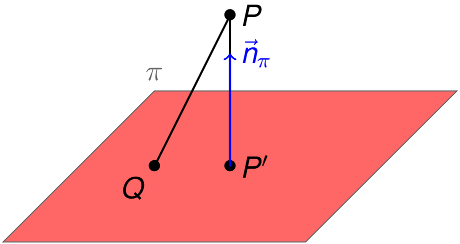
Distancia dun punto a un plano

A distancia dun punto P a un plano π é a distancia do punto P ao punto P' que é a proxección ortogonal de P sobre π.



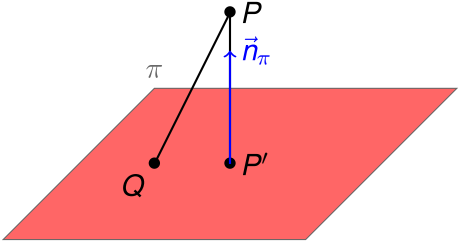
Distancia dun punto a un plano

A distancia dun punto P a un plano π é a distancia do punto P ao punto P' que é a proxección ortogonal de P sobre π.

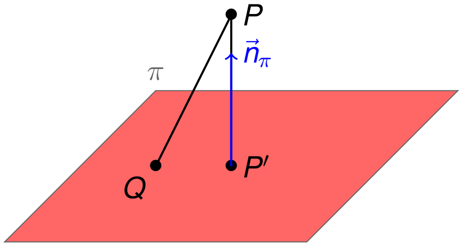


Distancia dun punto a un plano

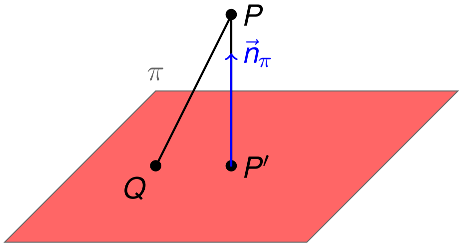
A distancia dun punto P a un plano π é a distancia do punto P ao punto P' que é a proxección ortogonal de P sobre π.



$d(P,\pi) =$ Proxección de $\overrightarrow{QP}$ sobre $\vec{n}_\pi$

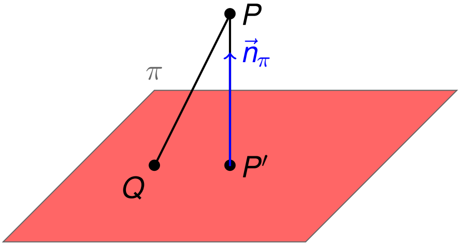


$d(P, \pi) =$ Proxección de $\overrightarrow{QP}$ sobre $\vec{n}_\pi$
Se $\pi : ax + by + cz + d = 0$, $P(x_0, y_0, z_0)$ e $Q(x_1, y_1, z_1)$ entón



$d(P,\pi) =$ Proxección de $\overrightarrow{QP}$ sobre $\vec{n}_\pi$
Se $\pi : ax + by + cz + d = 0$, $P(x_0, y_0, z_0)$ e $Q(x_1, y_1, z_1)$ entón

$$d(P,\pi) = \frac{|\vec{n}_\pi \cdot \overrightarrow{QP}|}{|\vec{n}_\pi|} = \frac{|a(x_0 - x_1) + b(y_0 - y_1) + c(z_0 - z_1)|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$



$d(P,\pi) =$ Proxección de $\overrightarrow{QP}$ sobre $\vec{n}_\pi$
Se $\pi : ax + by + cz + d = 0$, $P(x_0, y_0, z_0)$ e $Q(x_1, y_1, z_1)$ entón

$$d(P,\pi) = \frac{|\vec{n}_\pi \cdot \overrightarrow{QP}|}{|\vec{n}_\pi|} = \frac{|a(x_0 - x_1) + b(y_0 - y_1) + c(z_0 - z_1)|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

Como $d = -ax_1 - by_1 - cz_1$ temos

$$d(P(x_0, y_0, z_0), \pi : ax + by + cz + d = 0) = \frac{|ax_0 + by_0 + cz_0 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}.$$

Distancia entre planos paralelos

A distancia entre dous planos que se cortan ou son iguais é cero.

A distancia entre dous planos paralelos é igual a distancia dun punto calquere dun plano ao outro plano.

$$\pi \parallel \pi' \implies d(\pi, \pi') = d(P_\pi, \pi') = d(P_{\pi'}, \pi).$$

Distancia entre planos paralelos

A distancia entre dous planos que se cortan ou son iguais é cero.

A distancia entre dous planos paralelos é igual a distancia dun punto calquere dun plano ao outro plano.

$$\pi \parallel \pi' \implies d(\pi, \pi') = d(P_\pi, \pi') = d(P_{\pi'}, \pi).$$

Distancia entre planos paralelos

A distancia entre dous planos que se cortan ou son iguais é cero.

A distancia entre dous planos paralelos é igual a distancia dun punto calquere dun plano ao outro plano.

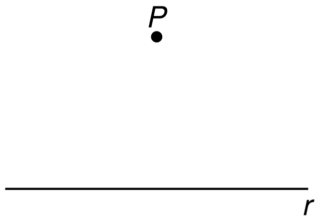
$$\pi \parallel \pi' \implies d(\pi, \pi') = d(P_\pi, \pi') = d(P_{\pi'}, \pi).$$

Distancia dun punto a unha recta

A distancia dun punto P a unha recta r é a distancia do punto P ao punto P' que é a proxección ortogonal de P sobre r.

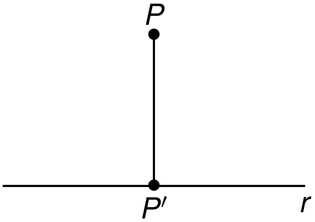
Distancia dun punto a unha recta

A distancia dun punto P a unha recta r é a distancia do punto P ao punto P' que é a proxección ortogonal de P sobre r.



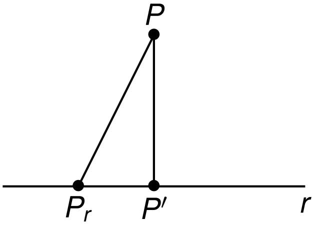
Distancia dun punto a unha recta

A distancia dun punto P a unha recta r é a distancia do punto P ao punto P' que é a proxección ortogonal de P sobre r.



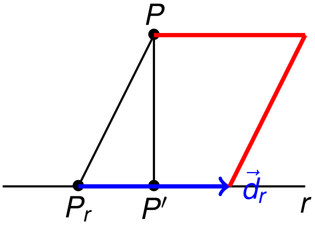
Distancia dun punto a unha recta

A distancia dun punto P a unha recta r é a distancia do punto P ao punto P' que é a proxección ortogonal de P sobre r.



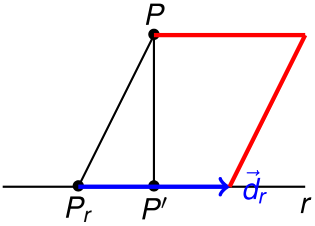
Distancia dun punto a unha recta

A distancia dun punto P a unha recta r é a distancia do punto P ao punto P' que é a proxección ortogonal de P sobre r.

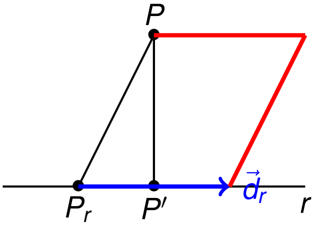


Distancia dun punto a unha recta

A distancia dun punto P a unha recta r é a distancia do punto P ao punto P' que é a proxección ortogonal de P sobre r.

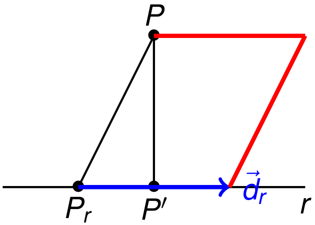


$$d(P, r) = \text{Áltura do paralelogramo} = \frac{\textbf{Superficie}}{\textbf{Base}}$$



$$d(P,r) = \text{Áltura do paralelogramo} = \frac{\textbf{Superficie}}{\textbf{Base}}$$

Se $\vec{d}_r = (a,b,c)$, $P(x_0,y_0,z_0)$ e $P_r(x_1,y_1,z_1)$ entón



$$d(P, r) = \text{Áltura do paralelogramo} = \frac{\textbf{Superficie}}{\textbf{Base}}$$

Se $\vec{d}_r = (a, b, c)$, $P(x_0, y_0, z_0)$ e $P_r(x_1, y_1, z_1)$ entón

$$d(P, r) = \frac{|\vec{d}_r \times \overrightarrow{P_r P}|}{|\vec{d}_r|} = \frac{|(a, b, c) \times (x_0 - x_1, y_0 - y_1, z_0 - z_1)|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

Distancia dun punto a unha recta II

FORMA 2 :

- Calcular a proxección ortogonal P' de P sobre r.
- $d(P, r) = d(P, P')$.

FORMA 3 : **(Punto xenérico)**

- Consideramos un punto xenérico $P_r(\lambda)$ de r e obtemos o vector $\overrightarrow{P_r(\lambda)P}$.
- Resolvemos a ecuación $\overrightarrow{P_r(\lambda)P} \cdot \vec{d}_r = 0$.
- $d(P, r) = d(P, P_r(\lambda_0))$.

Distancia dun punto a unha recta II

FORMA 2 :

- Calcular a proxección ortogonal P' de P sobre r.
- $d(P, r) = d(P, P')$.

FORMA 3 : **(Punto xenérico)**

- Consideramos un punto xenérico $P_r(\lambda)$ de r e obtemos o vector $\overrightarrow{P_r(\lambda)P}$.
- Resolvemos a ecuación $\overrightarrow{P_r(\lambda)P} \cdot \vec{d}_r = 0$.
- $d(P, r) = d(P, P_r(\lambda_0))$.

Distancia dun punto a unha recta II

FORMA 2 :

- Calcular a proxección ortogonal P' de P sobre r.
- $d(P, r) = d(P, P')$.

FORMA 3 : **(Punto xenérico)**

- Consideramos un punto xenérico $P_r(\lambda)$ de r e obtemos o vector $\overrightarrow{P_r(\lambda)P}$.
- Resolvemos a ecuación $\overrightarrow{P_r(\lambda)P} \cdot \vec{d}_r = 0$.
- $d(P, r) = d(P, P_r(\lambda_0))$.

Distancia dun punto a unha recta II

FORMA 2 :

- Calcular a proxección ortogonal P' de P sobre r.
- $d(P, r) = d(P, P')$.

FORMA 3 : **(Punto xenérico)**

- Consideramos un punto xenérico $P_r(\lambda)$ de r e obtemos o vector $\overrightarrow{P_r(\lambda)P}$.
- Resolvemos a ecuación $\overrightarrow{P_r(\lambda)P} \cdot \vec{d}_r = 0$.
- $d(P, r) = d(P, P_r(\lambda_0))$.

Distancia dun punto a unha recta II

FORMA 2 :

- Calcular a proxección ortogonal P' de P sobre r.
- $d(P, r) = d(P, P')$.

FORMA 3 : **(Punto xenérico)**

- Consideramos un punto xenérico $P_r(\lambda)$ de r e obtemos o vector $\overrightarrow{P_r(\lambda)P}$.
- Resolvemos a ecuación $\overrightarrow{P_r(\lambda)P} \cdot \vec{d}_r = 0$.
- $d(P, r) = d(P, P_r(\lambda_0))$.

Distancia dun punto a unha recta II

FORMA 2 :

- Calcular a proxección ortogonal P' de P sobre r.
- $d(P, r) = d(P, P')$.

FORMA 3 : **(Punto xenérico)**

- Consideramos un punto xenérico $P_r(\lambda)$ de r e obtemos o vector $\overrightarrow{P_r(\lambda)P}$.
- Resolvemos a ecuación $\overrightarrow{P_r(\lambda)P} \cdot \vec{d}_r = 0$.
- $d(P, r) = d(P, P_r(\lambda_0))$.

Distancia dun punto a unha recta II

FORMA 2 :

- Calcular a proxección ortogonal P' de P sobre r.
- $d(P, r) = d(P, P')$.

FORMA 3 : **(Punto xenérico)**

- Consideramos un punto xenérico $P_r(\lambda)$ de r e obtemos o vector $\overrightarrow{P_r(\lambda)P}$.
- Resolvemos a ecuación $\overrightarrow{P_r(\lambda)P} \cdot \vec{d}_r = 0$.
- $d(P, r) = d(P, P_r(\lambda_0))$.

Distancia entre dúas rectas

A distancia entre dúas rectas r e s é o mínimo das distancias dos puntos de r aos puntos de s :

$$d(r,s) = \min_{P_r \in r, P_s \in s} d(P_r, P_s).$$

A distancia entre dúas rectas r e s que se cortan é cero.

A distancia entre dúas rectas paralelas r e s pódese obter como a distancia dun punto calquera dunha á outra:

$$d(r,s) = d(P_r, s) = d(P_s, r).$$

Só nos queda considerar o caso en que r e s se cruzan.

Distancia entre dúas rectas

A distancia entre dúas rectas r e s é o mínimo das distancias dos puntos de r aos puntos de s :

$$d(r,s) = \min_{P_r \in r, P_s \in s} d(P_r, P_s).$$

A distancia entre dúas rectas r e s que se cortan é cero.

A distancia entre dúas rectas paralelas r e s pódese obter como a distancia dun punto calquera dunha á outra:

$$d(r,s) = d(P_r, s) = d(P_s, r).$$

Só nos queda considerar o caso en que r e s se cruzan.

Distancia entre dúas rectas

A distancia entre dúas rectas r e s é o mínimo das distancias dos puntos de r aos puntos de s :

$$d(r,s) = \min_{P_r \in r, P_s \in s} d(P_r, P_s).$$

A distancia entre dúas rectas r e s que se cortan é cero.

A distancia entre dúas rectas paralelas r e s pódese obter como a distancia dun punto calquera dunha á outra:

$$d(r,s) = d(P_r, s) = d(P_s, r).$$

Só nos queda considerar o caso en que r e s se cruzan.

Distancia entre dúas rectas

A distancia entre dúas rectas r e s é o mínimo das distancias dos puntos de r aos puntos de s :

$$d(r,s) = \min_{P_r \in r, P_s \in s} d(P_r, P_s).$$

A distancia entre dúas rectas r e s que se cortan é cero.

A distancia entre dúas rectas paralelas r e s pódese obter como a distancia dun punto calquera dunha á outra:

$$d(r,s) = d(P_r, s) = d(P_s, r).$$

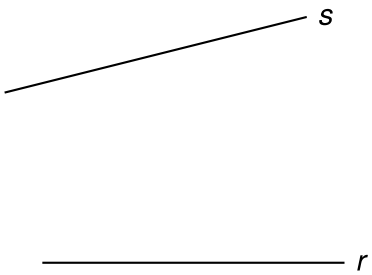
Só nos queda considerar o caso en que r e s se cruzan.

Distancia entre dúas rectas que se cruzan

A distancia entre dúas rectas r e s é a distancia entre o plano que contén a r e é paralelo a s e o plano que contén a s e é paralelo a r.

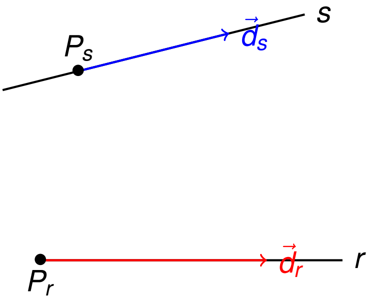
Distancia entre dúas rectas que se cruzan

A distancia entre dúas rectas r e s é a distancia entre o plano que contén a r e é paralelo a s e o plano que contén a s e é paralelo a r.

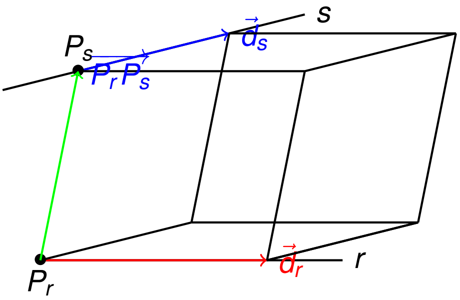


Distancia entre dúas rectas que se cruzan

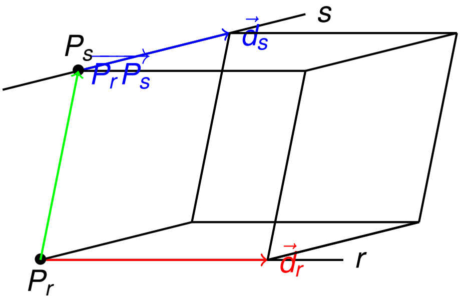
A distancia entre dúas rectas r e s é a distancia entre o plano que contén a r e é paralelo a s e o plano que contén a s e é paralelo a r.



A distancia entre dúas rectas r e s é a distancia entre o plano que contén a r e é paralelo a s e o plano que contén a s e é paralelo a r.

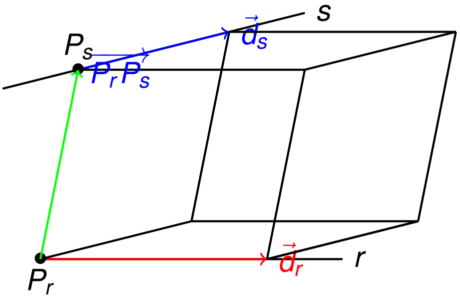


A distancia entre dúas rectas r e s é a distancia entre o plano que contén a r e é paralelo a s e o plano que contén a s e é paralelo a r.



$$d(P, r) = \text{Altura do paralelepípedo} = \frac{\textbf{Volume}}{\textbf{Base}}$$

Distancia entre dúas rectas que se cruzan



$$d(P,r) = \text{Altura do paralelepípedo} = \frac{\textbf{Volume}}{\textbf{Base}}$$

$$d(r,s) = \frac{|[\overrightarrow{P_rP_s}, \vec{d}_r, \vec{d}_s]|}{|\vec{d}_r \times \vec{d}_s|}$$

Distancia entre dúas rectas que se cruzan

FORMA 2 :

- Calcular o plano π que contén a r e é paralelo a s.
- $d(r, s) = d(P_s, \pi)$.

FORMA 3 : **(Puntos xenéricos)**

Vémolo a continuación, cando calculemos a perpendicular común a dúas rectas.

Distancia entre dúas rectas que se cruzan

FORMA 2 :

- Calcular o plano π que contén a r e é paralelo a s.
- $d(r, s) = d(P_s, \pi)$.

FORMA 3 : **(Puntos xenéricos)**

Vémolo a continuación, cando calculemos a perpendicular común a dúas rectas.

Distancia entre dúas rectas que se cruzan

FORMA 2 :

- Calcular o plano π que contén a r e é paralelo a s.
- $d(r,s) = d(P_s, \pi)$.

FORMA 3 : **(Puntos xenéricos)**

Vémolo a continuación, cando calculemos a perpendicular común a dúas rectas.

FORMA 2 :

- Calcular o plano π que contén a r e é paralelo a s.
- $d(r, s) = d(P_s, \pi)$.

FORMA 3 : **(Puntos xenéricos)**

Vémolo a continuación, cando calculemos a perpendicular común a dúas rectas.

Distancia entre dúas rectas que se cruzan

FORMA 2 :

- Calcular o plano π que contén a r e é paralelo a s.
- $d(r, s) = d(P_s, \pi)$.

FORMA 3 : **(Puntos xenéricos)**

Vémolo a continuación, cando calculemos a perpendicular común a dúas rectas.

Perpendicular común a dúas rectas que se cruzan

Se $r : P_r + \lambda\vec{d}_r$ e $s : P_s + \lambda\vec{d}_s$ entón

Forma 1 : $t : \begin{cases} \det(\overrightarrow{P_rX}, \vec{d}_r, \vec{d}_r \times \vec{d}_s) = 0 \\ \det(\overrightarrow{P_sX}, \vec{d}_s, \vec{d}_r \times \vec{d}_s) = 0 \end{cases}$

Forma 2 : **Puntos xenéricos (de onde se obtén $d(r, s)$)**

Collemos un punto xenérico $P_r(\lambda)$ de r e un punto xenérico $P_s(\mu)$ de s e formamos o vector $\overrightarrow{P_r(\lambda)P_s(\mu)}$

Resolvemos o sistema $\begin{cases} \overrightarrow{P_r(\lambda)P_s(\mu)} \cdot \vec{d}_r = 0 \\ \overrightarrow{P_r(\lambda)P_s(\mu)} \cdot \vec{d}_s = 0 \end{cases}$

A recta buscada é a que pasa por $P_r(\lambda_0)$ e $P_s(\mu_0)$

Tense que $d(r, s) = d(P_r(\lambda_0), P_s(\mu_0))$.

Perpendicular común a dúas rectas que se cruzan

Se $r : P_r + \lambda\vec{d}_r$ e $s : P_s + \lambda\vec{d}_s$ entón

Forma 1 : $t : \begin{cases} \det(\overrightarrow{P_r X}, \vec{d}_r, \vec{d}_r \times \vec{d}_s) = 0 \\ \det(\overrightarrow{P_s X}, \vec{d}_s, \vec{d}_r \times \vec{d}_s) = 0 \end{cases}$

Forma 2 : **Puntos xenéricos (de onde se obtén** $d(r, s)$**)**

Collemos un punto xenérico $P_r(\lambda)$ de r e un punto xenérico $P_s(\mu)$ de s e formamos o vector $\overrightarrow{P_r(\lambda)P_s(\mu)}$

Resolvemos o sistema $\begin{cases} \overrightarrow{P_r(\lambda)P_s(\mu)} \cdot \vec{d}_r = 0 \\ \overrightarrow{P_r(\lambda)P_s(\mu)} \cdot \vec{d}_s = 0 \end{cases}$

A recta buscada é a que pasa por $P_r(\lambda_0)$ e $P_s(\mu_0)$

Tense que $d(r, s) = d(P_r(\lambda_0), P_s(\mu_0))$.

Perpendicular común a dúas rectas que se cruzan

Se $r : P_r + \lambda\vec{d}_r$ e $s : P_s + \lambda\vec{d}_s$ entón

Forma 1 : $t : \begin{cases} \det(\overrightarrow{P_rX}, \vec{d}_r, \vec{d}_r \times \vec{d}_s) = 0 \\ \det(\overrightarrow{P_sX}, \vec{d}_s, \vec{d}_r \times \vec{d}_s) = 0 \end{cases}$

Forma 2 : **Puntos xenéricos (de onde se obtén** $d(r, s)$**)**

Collemos un punto xenérico $P_r(\lambda)$ de r e un punto xenérico $P_s(\mu)$ de s e formamos o vector $\overrightarrow{P_r(\lambda)P_s(\mu)}$

Resolvemos o sistema $\begin{cases} \overrightarrow{P_r(\lambda)P_s(\mu)} \cdot \vec{d}_r = 0 \\ \overrightarrow{P_r(\lambda)P_s(\mu)} \cdot \vec{d}_s = 0 \end{cases}$

A recta buscada é a que pasa por $P_r(\lambda_0)$ e $P_s(\mu_0)$

Tense que $d(r, s) = d(P_r(\lambda_0), P_s(\mu_0))$.

Perpendicular común a dúas rectas que se cruzan

Se $r : P_r + \lambda\vec{d}_r$ e $s : P_s + \lambda\vec{d}_s$ entón

Forma 1 : $t : \begin{cases} \det(\overrightarrow{P_rX}, \vec{d}_r, \vec{d}_r \times \vec{d}_s) = 0 \\ \det(\overrightarrow{P_sX}, \vec{d}_s, \vec{d}_r \times \vec{d}_s) = 0 \end{cases}$

Forma 2 : **Puntos xenéricos (de onde se obtén** $d(r, s)$**)**

Collemos un punto xenérico $P_r(\lambda)$ de r e un punto xenérico $P_s(\mu)$ de s e formamos o vector $\overrightarrow{P_r(\lambda)P_s(\mu)}$

Resolvemos o sistema $\begin{cases} \overrightarrow{P_r(\lambda)P_s(\mu)} \cdot \vec{d}_r = 0 \\ \overrightarrow{P_r(\lambda)P_s(\mu)} \cdot \vec{d}_s = 0 \end{cases}$

A recta buscada é a que pasa por $P_r(\lambda_0)$ e $P_s(\mu_0)$

Tense que $d(r, s) = d(P_r(\lambda_0), P_s(\mu_0))$.

Perpendicular común a dúas rectas que se cruzan

Se $r : P_r + \lambda \vec{d}_r$ e $s : P_s + \lambda \vec{d}_s$ entón

Forma 1 : $t : \begin{cases} \det(\overrightarrow{P_r X}, \vec{d}_r, \vec{d}_r \times \vec{d}_s) = 0 \\ \det(\overrightarrow{P_s X}, \vec{d}_s, \vec{d}_r \times \vec{d}_s) = 0 \end{cases}$

Forma 2 : **Puntos xenéricos (de onde se obtén $d(r,s)$)**

Collemos un punto xenérico $P_r(\lambda)$ de r e un punto xenérico $P_s(\mu)$ de s e formamos o vector $\overrightarrow{P_r(\lambda)P_s(\mu)}$

Resolvemos o sistema $\begin{cases} \overrightarrow{P_r(\lambda)P_s(\mu)} \cdot \vec{d}_r = 0 \\ \overrightarrow{P_r(\lambda)P_s(\mu)} \cdot \vec{d}_s = 0 \end{cases}$

A recta buscada é a que pasa por $P_r(\lambda_0)$ e $P_s(\mu_0)$

Tense que $d(r,s) = d(P_r(\lambda_0), P_s(\mu_0))$.

Perpendicular común a dúas rectas que se cruzan

Se $r : P_r + \lambda\vec{d}_r$ e $s : P_s + \lambda\vec{d}_s$ entón

Forma 1 : $t : \begin{cases} \det(\overrightarrow{P_rX}, \vec{d}_r, \vec{d}_r \times \vec{d}_s) = 0 \\ \det(\overrightarrow{P_sX}, \vec{d}_s, \vec{d}_r \times \vec{d}_s) = 0 \end{cases}$

Forma 2 : **Puntos xenéricos (de onde se obtén $d(r,s)$)**

Collemos un punto xenérico $P_r(\lambda)$ de r e un punto xenérico $P_s(\mu)$ de s e formamos o vector $\overrightarrow{P_r(\lambda)P_s(\mu)}$

Resolvemos o sistema $\begin{cases} \overrightarrow{P_r(\lambda)P_s(\mu)} \cdot \vec{d}_r = 0 \\ \overrightarrow{P_r(\lambda)P_s(\mu)} \cdot \vec{d}_s = 0 \end{cases}$

A recta buscada é a que pasa por $P_r(\lambda_0)$ e $P_s(\mu_0)$

Tense que $d(r,s) = d(P_r(\lambda_0), P_s(\mu_0))$.

Perpendicular común a dúas rectas que se cruzan

Se $r : P_r + \lambda\vec{d}_r$ e $s : P_s + \lambda\vec{d}_s$ entón

$$\textbf{Forma } 1 : t : \begin{cases} \det(\overrightarrow{P_rX}, \vec{d}_r, \vec{d}_r \times \vec{d}_s) = 0 \\ \det(\overrightarrow{P_sX}, \vec{d}_s, \vec{d}_r \times \vec{d}_s) = 0 \end{cases}$$

Forma 2 : **Puntos xenéricos (de onde se obtén $d(r, s)$)**

Collemos un punto xenérico $P_r(\lambda)$ de r e un punto xenérico $P_s(\mu)$ de s e formamos o vector $\overrightarrow{P_r(\lambda)P_s(\mu)}$

Resolvemos o sistema $\begin{cases} \overrightarrow{P_r(\lambda)P_s(\mu)} \cdot \vec{d}_r = 0 \\ \overrightarrow{P_r(\lambda)P_s(\mu)} \cdot \vec{d}_s = 0 \end{cases}$

A recta buscada é a que pasa por $P_r(\lambda_0)$ e $P_s(\mu_0)$

Tense que $d(r, s) = d(P_r(\lambda_0), P_s(\mu_0))$.

Plano mediador

O **plano mediador dun segmento** PQ é o lugar xeomeétrico dos puntos X do espazo que equidistan dos extremos do segmento

$$d(X,P) = d(X,Q).$$

Forma 1 :

Usar a definición de distancia e simplificar.

Forma 2 :

O plano mediador do segmento PQ é o plano que pasa polo punto medio do segmento PQ e é perpendicular a $\overrightarrow{PQ}$.

Plano mediador

O **plano mediador dun segmento** PQ é o lugar xeomeétrico dos puntos X do espazo que equidistan dos extremos do segmento

$$d(X,P) = d(X,Q).$$

Forma 1 :

Usar a definición de distancia e simplificar.

Forma 2 :

O plano mediador do segmento PQ é o plano que pasa polo punto medio do segmento PQ e é perpendicular a $\overrightarrow{PQ}$.

Plano mediador

O **plano mediador dun segmento** PQ é o lugar xeomeétrico dos puntos X do espazo que equidistan dos extremos do segmento

$$d(X,P) = d(X,Q).$$

Forma 1 :

Usar a definición de distancia e simplificar.

Forma 2 :

O plano mediador do segmento PQ é o plano que pasa polo punto medio do segmento PQ e é perpendicular a $\overrightarrow{PQ}$.

Plano mediador

O **plano mediador dun segmento** PQ é o lugar xeomeétrico dos puntos X do espazo que equidistan dos extremos do segmento

$$d(X,P) = d(X,Q).$$

Forma 1 :

Usar a definición de distancia e simplificar.

Forma 2 :

O plano mediador do segmento PQ é o plano que pasa polo punto medio do segmento PQ e é perpendicular a $\overrightarrow{PQ}$.

Plano bisector

O **plano bisector de dous planos secantes** é o plano que divide o ángulo diedro formado polos dous planos en dous diedros iguais.

Como se obtén?

Dados os planos α e β o plano mediador obtense como o lugar xeométrico dos puntos do espazo que equidistan de α e β :

$$d(X,\alpha) = d(X,\beta)$$

OLLO: Hai dúas solucións.

Plano bisector

O **plano bisector de dous planos secantes** é o plano que divide o ángulo diedro formado polos dous planos en dous diedros iguais.

Como se obtén?

Dados os planos α e β o plano mediador obtense como o lugar xeométrico dos puntos do espazo que equidistan de α e β :

$$d(X, \alpha) = d(X, \beta)$$

OLLO: Hai dúas solucións.

Plano bisector

O **plano bisector de dous planos secantes** é o plano que divide o ángulo diedro formado polos dous planos en dous diedros iguais.

Como se obtén?

Dados os planos α e β o plano mediador obtense como o lugar xeométrico dos puntos do espazo que equidistan de α e β :

$$d(X,\alpha) = d(X,\beta)$$

OLLO: Hai dúas solucións.

Plano bisector

O **plano bisector de dous planos secantes** é o plano que divide o ángulo diedro formado polos dous planos en dous diedros iguais.

Como se obtén?

Dados os planos α e β o plano mediador obtense como o lugar xeométrico dos puntos do espazo que equidistan de α e β :

$$d(X,\alpha) = d(X,\beta)$$

OLLO: Hai dúas solucións.

O **plano bisector de dous planos secantes** é o plano que divide o ángulo diedro formado polos dous planos en dous diedros iguais.

Como se obtén?

Dados os planos α e β o plano mediador obtense como o lugar xeométrico dos puntos do espazo que equidistan de α e β :

$$d(X, \alpha) = d(X, \beta)$$

OLLO: Hai dúas solucións.

Recta que corta a outras dúas por un punto ou paralela a outra

Recta que corta a outras dúas e pasa por un punto

- Determinamos o plano α que contén a r e a P
- Determinamos o plano β que contén a s e a P
- A recta buscada é a intersección dos planos α e β

Recta que corta a outras dúas e é paralela a unha dada

- Determinamos o plano α que contén a r e a $\vec{v}$
- Determinamos o plano β que contén a s e a $\vec{v}$
- A recta buscada é a intersección dos planos α e β

Recta que corta a outras dúas por un punto ou paralela a outra

Recta que corta a outras dúas e pasa por un punto

- Determinamos o plano α que contén a r e a P
- Determinamos o plano β que contén a s e a P
- A recta buscada é a intersección dos planos α e β

Recta que corta a outras dúas e é paralela a unha dada

- Determinamos o plano α que contén a r e a $\vec{v}$
- Determinamos o plano β que contén a s e a $\vec{v}$
- A recta buscada é a intersección dos planos α e β

Recta que corta a outras dúas por un punto ou paralela a outra

Recta que corta a outras dúas e pasa por un punto

- Determinamos o plano α que contén a r e a P
- Determinamos o plano β que contén a s e a P
- A recta buscada é a intersección dos planos α e β

Recta que corta a outras dúas e é paralela a unha dada

- Determinamos o plano α que contén a r e a $\vec{v}$
- Determinamos o plano β que contén a s e a $\vec{v}$
- A recta buscada é a intersección dos planos α e β

Recta que corta a outras dúas por un punto ou paralela a outra

Recta que corta a outras dúas e pasa por un punto

- Determinamos o plano α que contén a r e a P
- Determinamos o plano β que contén a s e a P
- A recta buscada é a intersección dos planos α e β

Recta que corta a outras dúas e é paralela a unha dada

- Determinamos o plano α que contén a r e a $\vec{v}$
- Determinamos o plano β que contén a s e a $\vec{v}$
- A recta buscada é a intersección dos planos α e β

Recta que corta a outras dúas por un punto ou paralela a outra

Recta que corta a outras dúas e pasa por un punto

- Determinamos o plano α que contén a r e a P
- Determinamos o plano β que contén a s e a P
- A recta buscada é a intersección dos planos α e β

Recta que corta a outras dúas e é paralela a unha dada

- Determinamos o plano α que contén a r e a $\vec{v}$
- Determinamos o plano β que contén a s e a $\vec{v}$
- A recta buscada é a intersección dos planos α e β

Recta que corta a outras dúas por un punto ou paralela a outra

Recta que corta a outras dúas e pasa por un punto

- Determinamos o plano α que contén a r e a P
- Determinamos o plano β que contén a s e a P
- A recta buscada é a intersección dos planos α e β

Recta que corta a outras dúas e é paralela a unha dada

- Determinamos o plano α que contén a r e a $\vec{v}$
- Determinamos o plano β que contén a s e a $\vec{v}$
- A recta buscada é a intersección dos planos α e β

Recta que corta a outras dúas por un punto ou paralela a outra

Recta que corta a outras dúas e pasa por un punto

- Determinamos o plano α que contén a r e a P
- Determinamos o plano β que contén a s e a P
- A recta buscada é a intersección dos planos α e β

Recta que corta a outras dúas e é paralela a unha dada

- Determinamos o plano α que contén a r e a $\vec{v}$
- Determinamos o plano β que contén a s e a $\vec{v}$
- A recta buscada é a intersección dos planos α e β