MATEMÁTICAS II
VECTORES NO ESPAZO

Manuel Fernández López

IES María Sarmiento
Misericordia 58
Viveiro, Lugo

December 8, 2015

Outline

Vectores

Un **vector fixo** é un segmento orientado. Represéntase por $\overrightarrow{PQ}$. O punto P chámase orixe e o punto Q chámase **extremo**.

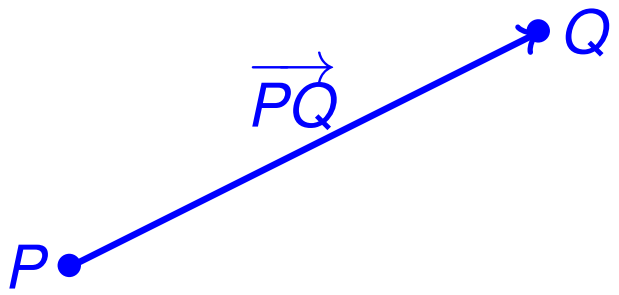
Características dun vector

As características dun vector $\overrightarrow{PQ}$ son:

- **Módulo:** é a súa lonxitude e represéntase por $|\overrightarrow{PQ}|$,
- **Dirección:** é a dirección da recta que o contén, e
- **Sentido:** é o que vai da orixe ao extremo.

Vectores

Un **vector fixo** é un segmento orientado. Represéntase por $\overrightarrow{PQ}$. O punto P chámase orixe e o punto Q chámase **extremo**.



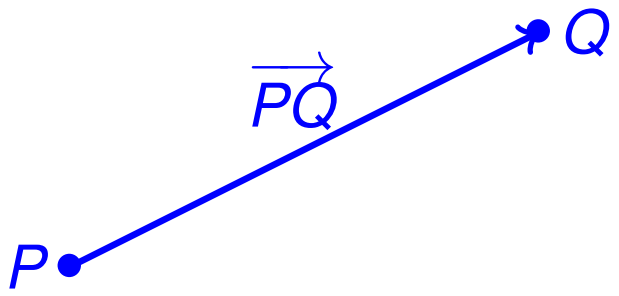
Características dun vector

As características dun vector $\overrightarrow{PQ}$ son:

- **Módulo:** é a súa lonxitude e represéntase por $|\overrightarrow{PQ}|$,
- **Dirección:** é a dirección da recta que o contén, e
- **Sentido:** é o que vai da orixe ao extremo.

Vectores

Un **vector fixo** é un segmento orientado. Represéntase por $\overrightarrow{PQ}$. O punto P chámase orixe e o punto Q chámase **extremo**.



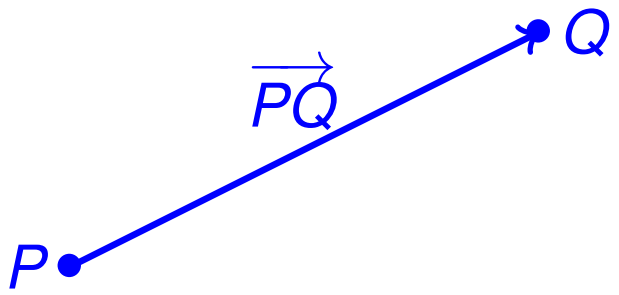
Características dun vector

As características dun vector $\overrightarrow{PQ}$ son:

- **Módulo:** é a súa lonxitude e represéntase por $|\overrightarrow{PQ}|$,
- **Dirección:** é a dirección da recta que o contén, e
- **Sentido:** é o que vai da orixe ao extremo.

Vectores

Un **vector fixo** é un segmento orientado. Represéntase por $\overrightarrow{PQ}$. O punto P chámase orixe e o punto Q chámase **extremo**.



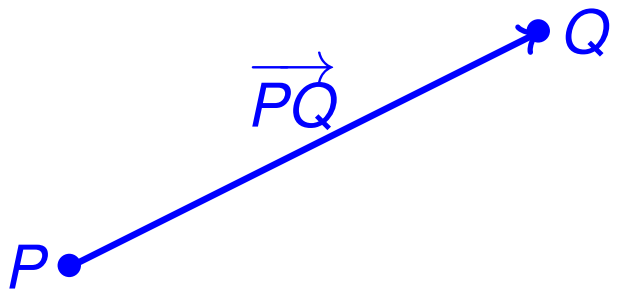
Características dun vector

As características dun vector $\overrightarrow{PQ}$ son:

- **Módulo:** é a súa lonxitude e represéntase por $|\overrightarrow{PQ}|$,
- **Dirección:** é a dirección da recta que o contén, e
- **Sentido:** é o que vai da orixe ao extremo.

Vectores

Un **vector fixo** é un segmento orientado. Represéntase por $\overrightarrow{PQ}$. O punto P chámase orixe e o punto Q chámase **extremo**.



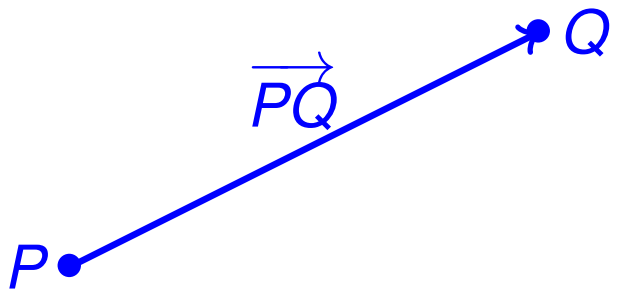
Características dun vector

As características dun vector $\overrightarrow{PQ}$ son:

- **Módulo:** é a súa lonxitude e represéntase por $|\overrightarrow{PQ}|$,
- **Dirección:** é a dirección da recta que o contén, e
- **Sentido:** é o que vai da orixe ao extremo.

Vectores

Un **vector fixo** é un segmento orientado. Represéntase por $\overrightarrow{PQ}$. O punto P chámase orixe e o punto Q chámase **extremo**.



Características dun vector

As características dun vector $\overrightarrow{PQ}$ son:

- **Módulo:** é a súa lonxitude e represéntase por $|\overrightarrow{PQ}|$,
- **Dirección:** é a dirección da recta que o contén, e
- **Sentido:** é o que vai da orixe ao extremo.

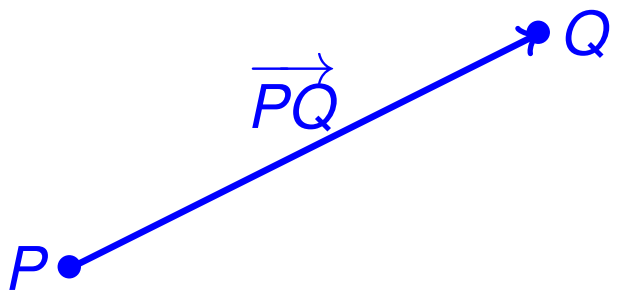
Vectores iguais

Un **vector fixo** é un segmento orientado. Represéntase por $\overrightarrow{PQ}$. O punto P chámase orixe e o punto Q chámase **extremo**.

Dous vectores son iguais se teñen o mesmo módulo, a mesma dirección e o mesmo sentido, podendo ser a súa orixe calquera punto do espazo.

Vectores iguais

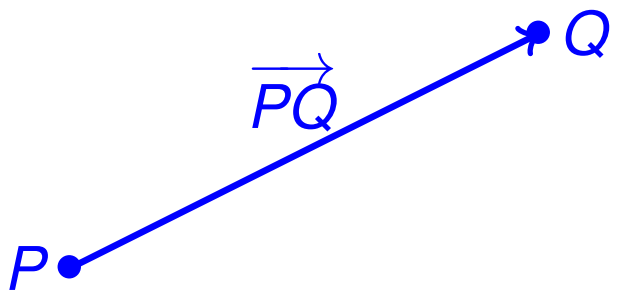
Un **vector fixo** é un segmento orientado. Represéntase por $\overrightarrow{PQ}$. O punto P chámase orixe e o punto Q chámase **extremo**.



Dous vectores son iguais se teñen o mesmo módulo, a mesma dirección e o mesmo sentido, podendo ser a súa orixe calquera punto do espazo.

Vectores iguais

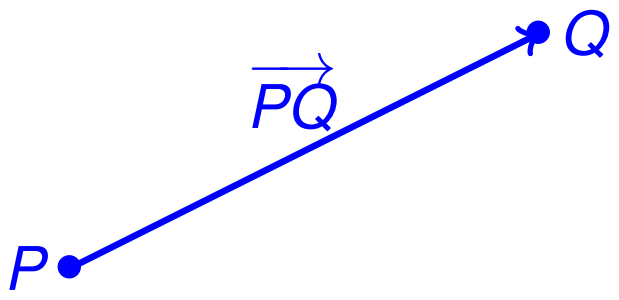
Un **vector fixo** é un segmento orientado. Represéntase por $\overrightarrow{PQ}$. O punto P chámase orixe e o punto Q chámase **extremo**.



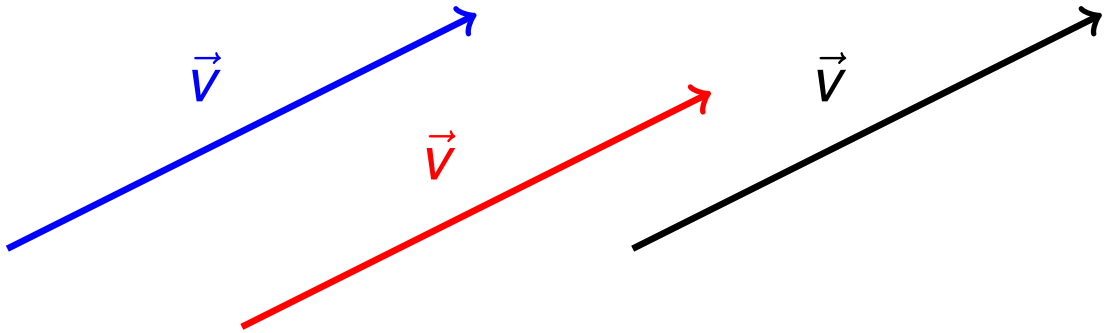
Dous vectores son iguais se teñen o mesmo módulo, a mesma dirección e o mesmo sentido, podendo ser a súa orixe calquera punto do espazo.

Vectores iguais

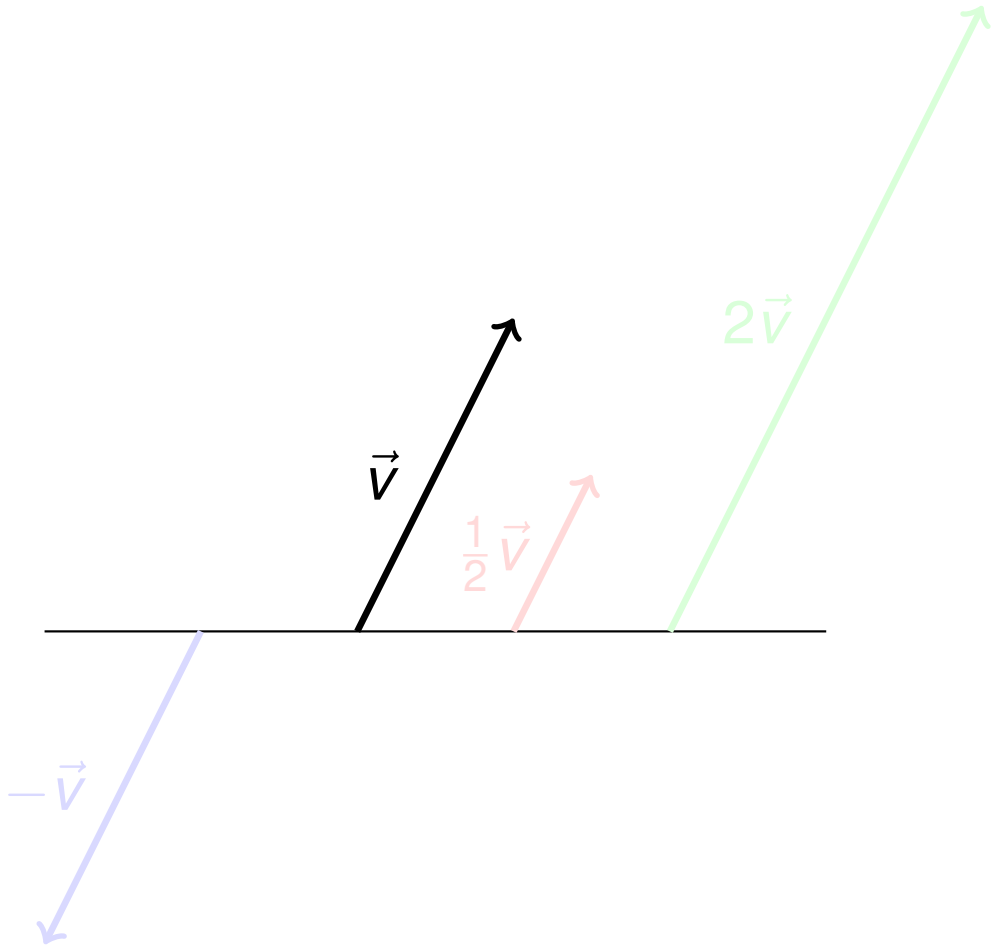
Un **vector fixo** é un segmento orientado. Represéntase por $\overrightarrow{PQ}$. O punto P chámase orixe e o punto Q chámase **extremo**.



Dous vectores son iguais se teñen o mesmo módulo, a mesma dirección e o mesmo sentido, podendo ser a súa orixe calquera punto do espazo.

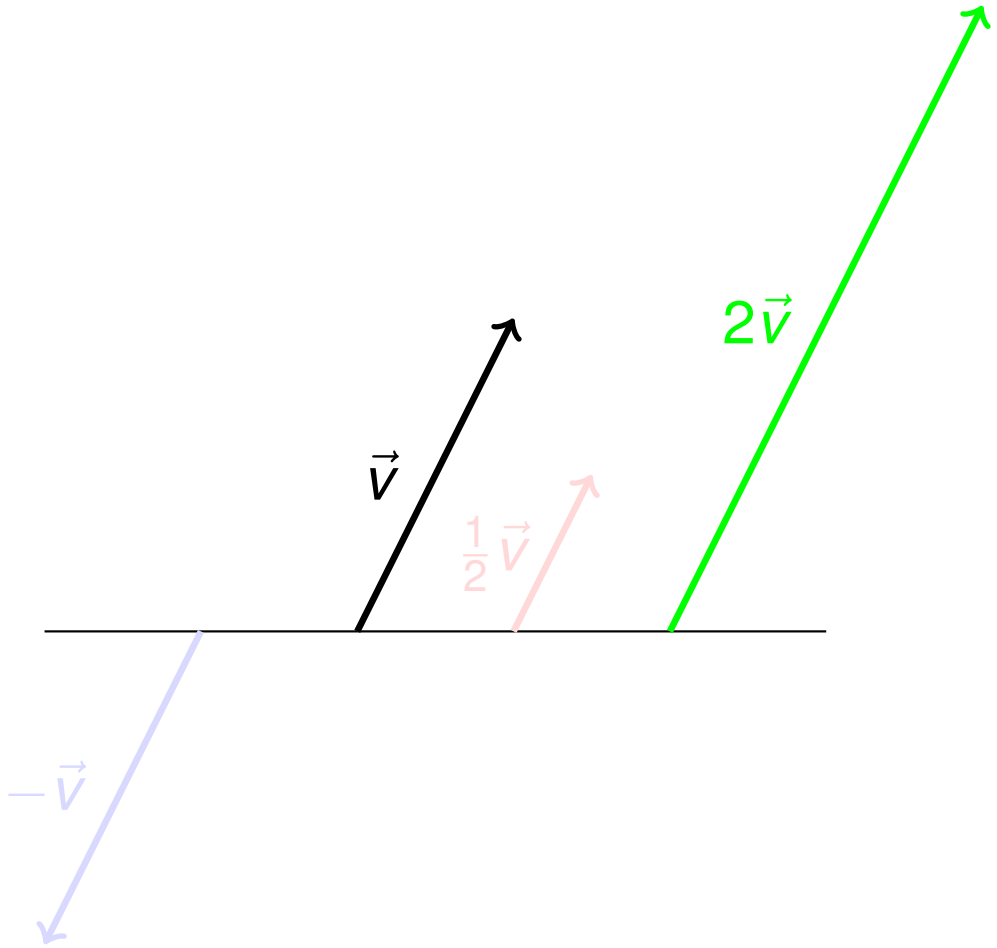


Operacións con vectores: produto por un escalar



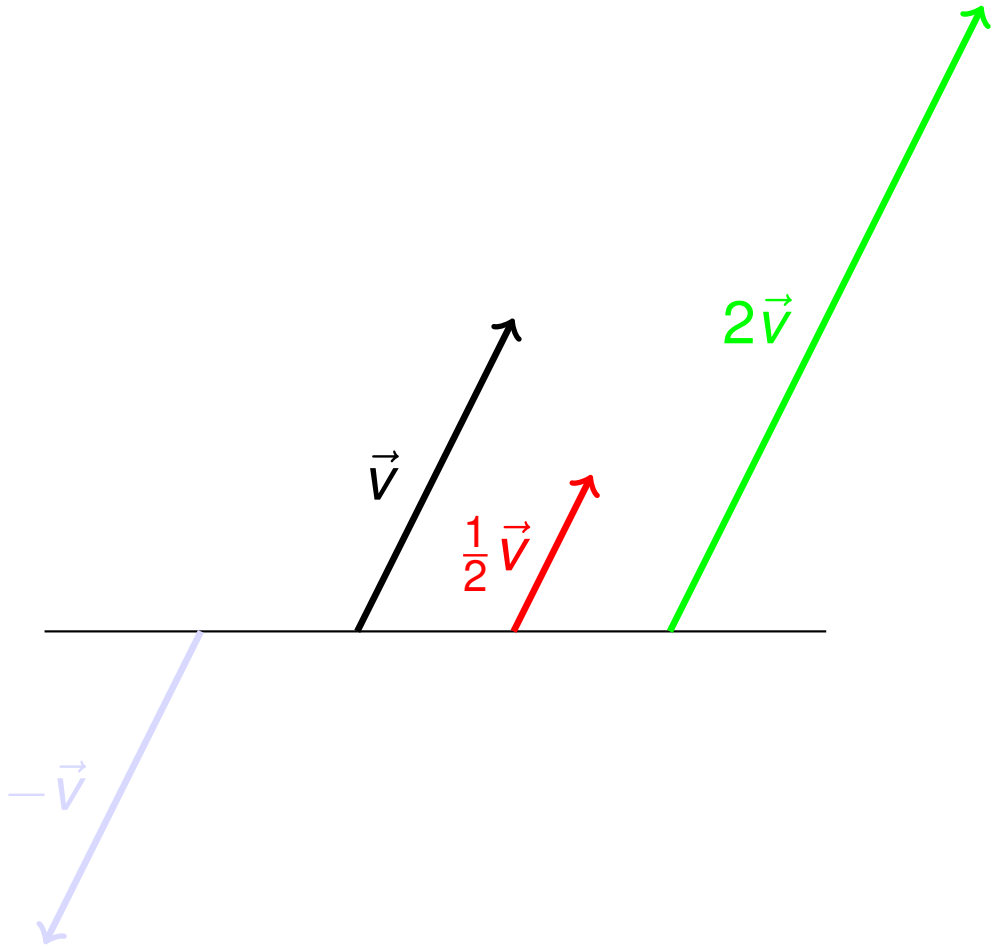
$-\vec{v} = (-1) \cdot \vec{v}$ chámase vector oposto de $\vec{v}$.

Operacións con vectores: produto por un escalar



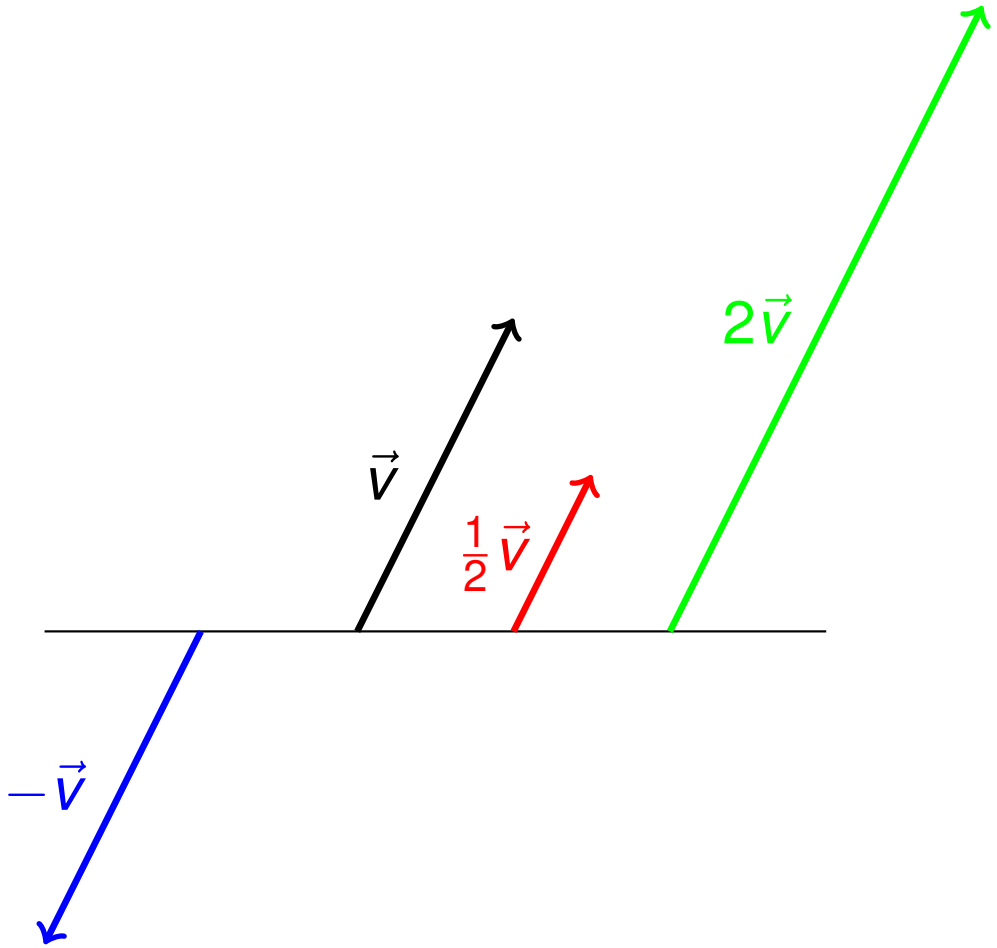
$-\vec{v} = (-1) \cdot \vec{v}$ chámase vector oposto de $\vec{v}$.

Operacións con vectores: produto por un escalar



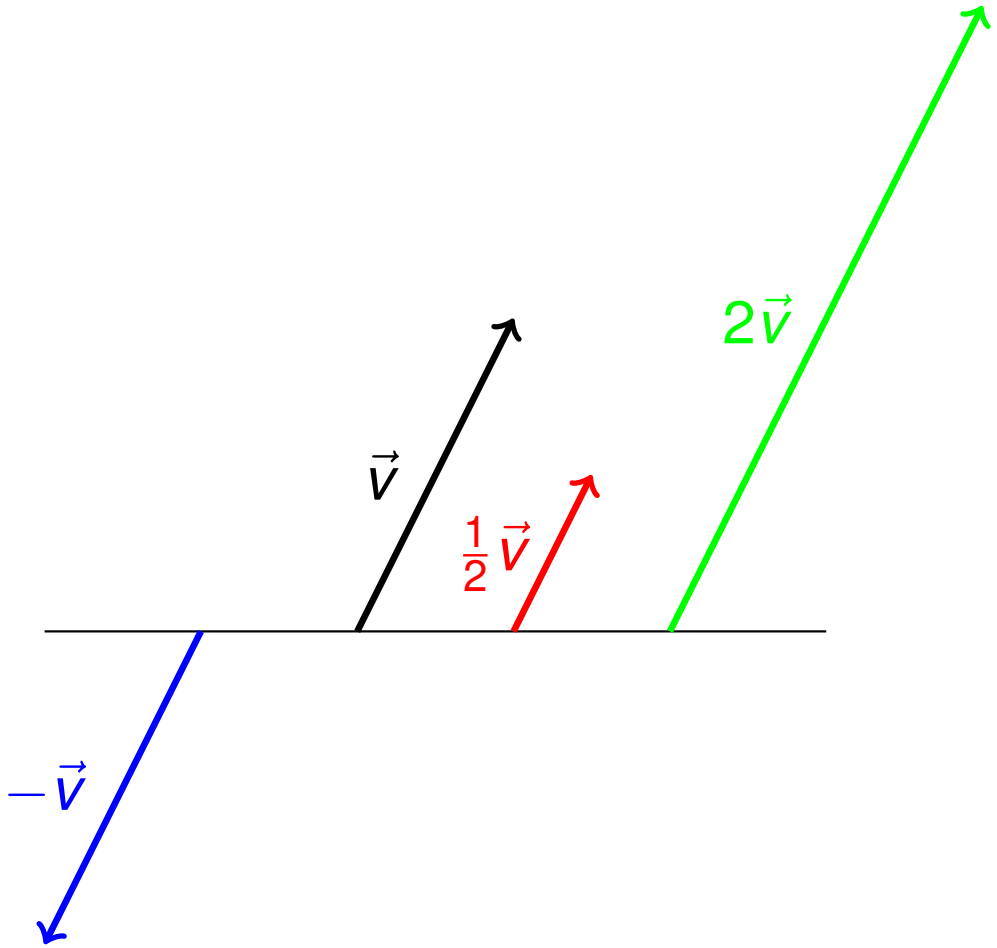
$-\vec{v} = (-1) \cdot \vec{v}$ chámase vector oposto de $\vec{v}$.

Operacións con vectores: produto por un escalar



$-\vec{v} = (-1) \cdot \vec{v}$ chámase vector oposto de $\vec{v}$.

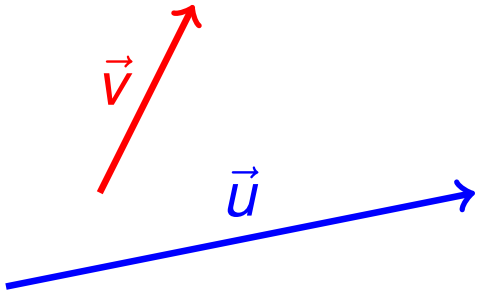
Operacións con vectores: produto por un escalar



$-\vec{v} = (-1) \cdot \vec{v}$ chámase vector oposto de $\vec{v}$.

Operacións con vectores: suma

Dados dous vectores

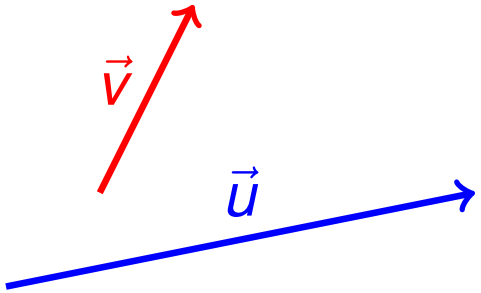


a súa suma é o vector

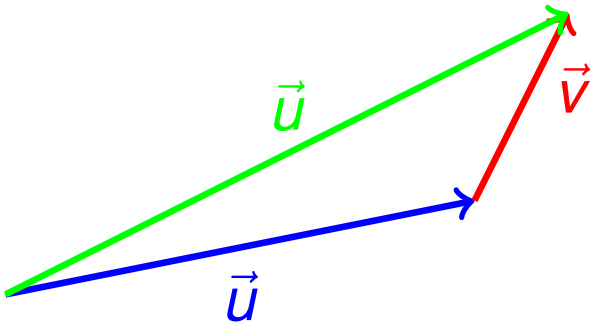
Notade a equivalencia coa **regra do paralelogramo**.

Operacións con vectores: suma

Dados dous vectores



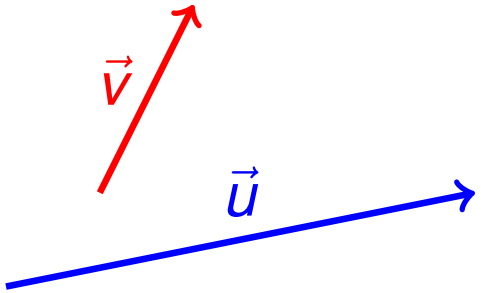
a súa suma é o vector



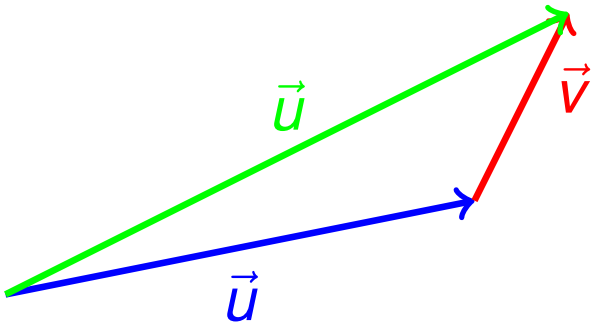
Notade a equivalencia coa **regra do paralelogramo**.

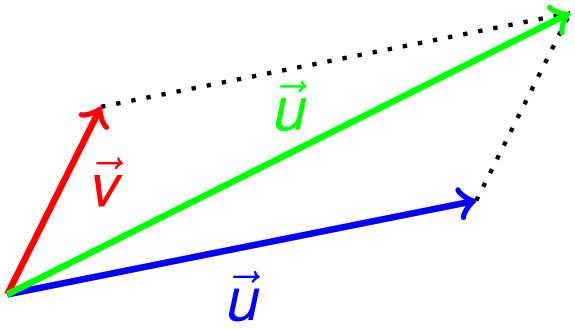
Operacións con vectores: suma

Dados dous vectores



a súa suma é o vector

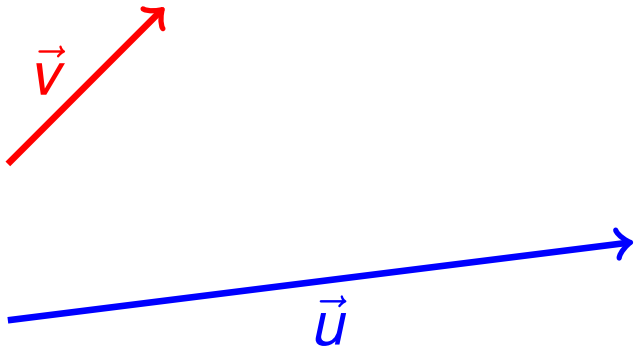




Notade a equivalencia coa **regra do paralelogramo**.

Operacións con vectores: resta

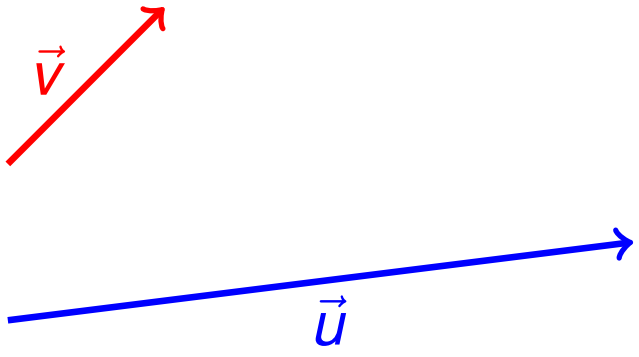
Dados dous vectores



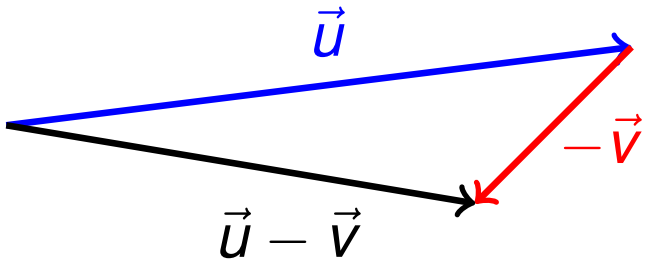
a súa resta é o vector $\vec{u} - \vec{v} = \vec{u} + (-\vec{v})$

Operacións con vectores: resta

Dados dous vectores



a súa resta é o vector $\vec{u} - \vec{v} = \vec{u} + (-\vec{v})$



Propiedades das operacións con vectores

Suma de vectores:

- $(\vec{u}+\vec{v})+\vec{w}=\vec{u}+(\vec{v}+\vec{w})$ (Asociativa)
- $\vec{u}+\vec{v}=\vec{v}+\vec{u}$ (Conmutativa)
- $\vec{v}+\vec{0}=\vec{v}$ (Elemento neutro)
- $\vec{v}+(-\vec{v})=\vec{0}$ (Elemento oposto)

Produto por un escalar:

- $a\cdot(b\cdot\vec{v})=(a\cdot b)\cdot\vec{v}$ (Asociativa)
- $(a+b)\cdot\vec{v}=a\cdot\vec{v}+b\cdot\vec{v}$ (Distributiva I)
- $a\cdot(\vec{v}+\vec{w})=a\cdot\vec{v}+a\cdot\vec{w}$ (Distributiva II)
- $1\cdot\vec{v}=\vec{v}$ (Produto por 1)

Estas propiedades caracterizan a estrutura de **espazo vectorial**.

Propiedades das operacións con vectores

Suma de vectores:

- $(\vec{u}+\vec{v})+\vec{w}=\vec{u}+(\vec{v}+\vec{w})$ (Asociativa)
- $\vec{u}+\vec{v}=\vec{v}+\vec{u}$ (Conmutativa)
- $\vec{v}+\vec{0}=\vec{v}$ (Elemento neutro)
- $\vec{v}+(-\vec{v})=\vec{0}$ (Elemento oposto)

Produto por un escalar:

- $a\cdot(b\cdot\vec{v})=(a\cdot b)\cdot\vec{v}$ (Asociativa)
- $(a+b)\cdot\vec{v}=a\cdot\vec{v}+b\cdot\vec{v}$ (Distributiva I)
- $a\cdot(\vec{v}+\vec{w})=a\cdot\vec{v}+a\cdot\vec{w}$ (Distributiva II)
- $1\cdot\vec{v}=\vec{v}$ (Produto por 1)

Estas propiedades caracterizan a estrutura de **espazo vectorial**.

Propiedades das operacións con vectores

Suma de vectores:

- $(\vec{u}+\vec{v})+\vec{w}=\vec{u}+(\vec{v}+\vec{w})$ (Asociativa)
- $\vec{u}+\vec{v}=\vec{v}+\vec{u}$ (Conmutativa)
- $\vec{v}+\vec{0}=\vec{v}$ (Elemento neutro)
- $\vec{v}+(-\vec{v})=\vec{0}$ (Elemento oposto)

Produto por un escalar:

- $a\cdot(b\cdot\vec{v})=(a\cdot b)\cdot\vec{v}$ (Asociativa)
- $(a+b)\cdot\vec{v}=a\cdot\vec{v}+b\cdot\vec{v}$ (Distributiva I)
- $a\cdot(\vec{v}+\vec{w})=a\cdot\vec{v}+a\cdot\vec{w}$ (Distributiva II)
- $1\cdot\vec{v}=\vec{v}$ (Produto por 1)

Estas propiedades caracterizan a estrutura de **espazo vectorial**.

Propiedades das operacións con vectores

Suma de vectores:

- $(\vec{u}+\vec{v})+\vec{w}=\vec{u}+(\vec{v}+\vec{w})$ (Asociativa)
- $\vec{u}+\vec{v}=\vec{v}+\vec{u}$ (Conmutativa)
- $\vec{v}+\vec{0}=\vec{v}$ (Elemento neutro)
- $\vec{v}+(-\vec{v})=\vec{0}$ (Elemento oposto)

Produto por un escalar:

- $a\cdot(b\cdot\vec{v})=(a\cdot b)\cdot\vec{v}$ (Asociativa)
- $(a+b)\cdot\vec{v}=a\cdot\vec{v}+b\cdot\vec{v}$ (Distributiva I)
- $a\cdot(\vec{v}+\vec{w})=a\cdot\vec{v}+a\cdot\vec{w}$ (Distributiva II)
- $1\cdot\vec{v}=\vec{v}$ (Produto por 1)

Estas propiedades caracterizan a estrutura de **espazo vectorial**.

Propiedades das operacións con vectores

Suma de vectores:

- $(\vec{u}+\vec{v})+\vec{w}=\vec{u}+(\vec{v}+\vec{w})$ (Asociativa)
- $\vec{u}+\vec{v}=\vec{v}+\vec{u}$ (Conmutativa)
- $\vec{v}+\vec{0}=\vec{v}$ (Elemento neutro)
- $\vec{v}+(-\vec{v})=\vec{0}$ (Elemento oposto)

Produto por un escalar:

- $a\cdot(b\cdot\vec{v})=(a\cdot b)\cdot\vec{v}$ (Asociativa)
- $(a+b)\cdot\vec{v}=a\cdot\vec{v}+b\cdot\vec{v}$ (Distributiva I)
- $a\cdot(\vec{v}+\vec{w})=a\cdot\vec{v}+a\cdot\vec{w}$ (Distributiva II)
- $1\cdot\vec{v}=\vec{v}$ (Produto por 1)

Estas propiedades caracterizan a estrutura de **espazo vectorial**.

Propiedades das operacións con vectores

Suma de vectores:

- $(\vec{u}+\vec{v})+\vec{w}=\vec{u}+(\vec{v}+\vec{w})$ (Asociativa)
- $\vec{u}+\vec{v}=\vec{v}+\vec{u}$ (Conmutativa)
- $\vec{v}+\vec{0}=\vec{v}$ (Elemento neutro)
- $\vec{v}+(-\vec{v})=\vec{0}$ (Elemento oposto)

Produto por un escalar:

- $a\cdot(b\cdot\vec{v})=(a\cdot b)\cdot\vec{v}$ (Asociativa)
- $(a+b)\cdot\vec{v}=a\cdot\vec{v}+b\cdot\vec{v}$ (Distributiva I)
- $a\cdot(\vec{v}+\vec{w})=a\cdot\vec{v}+a\cdot\vec{w}$ (Distributiva II)
- $1\cdot\vec{v}=\vec{v}$ (Produto por 1)

Estas propiedades caracterizan a estrutura de **espazo vectorial**.

Propiedades das operacións con vectores

Suma de vectores:

- $(\vec{u}+\vec{v})+\vec{w}=\vec{u}+(\vec{v}+\vec{w})$ (Asociativa)
- $\vec{u}+\vec{v}=\vec{v}+\vec{u}$ (Conmutativa)
- $\vec{v}+\vec{0}=\vec{v}$ (Elemento neutro)
- $\vec{v}+(-\vec{v})=\vec{0}$ (Elemento oposto)

Produto por un escalar:

- $a\cdot(b\cdot\vec{v})=(a\cdot b)\cdot\vec{v}$ (Asociativa)
- $(a+b)\cdot\vec{v}=a\cdot\vec{v}+b\cdot\vec{v}$ (Distributiva I)
- $a\cdot(\vec{v}+\vec{w})=a\cdot\vec{v}+a\cdot\vec{w}$ (Distributiva II)
- $1\cdot\vec{v}=\vec{v}$ (Produto por 1)

Estas propiedades caracterizan a estrutura de **espazo vectorial**.

Propiedades das operacións con vectores

Suma de vectores:

- $(\vec{u}+\vec{v})+\vec{w}=\vec{u}+(\vec{v}+\vec{w})$ (Asociativa)
- $\vec{u}+\vec{v}=\vec{v}+\vec{u}$ (Conmutativa)
- $\vec{v}+\vec{0}=\vec{v}$ (Elemento neutro)
- $\vec{v}+(-\vec{v})=\vec{0}$ (Elemento oposto)

Produto por un escalar:

- $a\cdot(b\cdot\vec{v})=(a\cdot b)\cdot\vec{v}$ (Asociativa)
- $(a+b)\cdot\vec{v}=a\cdot\vec{v}+b\cdot\vec{v}$ (Distributiva I)
- $a\cdot(\vec{v}+\vec{w})=a\cdot\vec{v}+a\cdot\vec{w}$ (Distributiva II)
- $1\cdot\vec{v}=\vec{v}$ (Produto por 1)

Estas propiedades caracterizan a estrutura de **espazo vectorial**.

Propiedades das operacións con vectores

Suma de vectores:

- $(\vec{u}+\vec{v})+\vec{w}=\vec{u}+(\vec{v}+\vec{w})$ (Asociativa)
- $\vec{u}+\vec{v}=\vec{v}+\vec{u}$ (Conmutativa)
- $\vec{v}+\vec{0}=\vec{v}$ (Elemento neutro)
- $\vec{v}+(-\vec{v})=\vec{0}$ (Elemento oposto)

Produto por un escalar:

- $a\cdot(b\cdot\vec{v})=(a\cdot b)\cdot\vec{v}$ (Asociativa)
- $(a+b)\cdot\vec{v}=a\cdot\vec{v}+b\cdot\vec{v}$ (Distributiva I)
- $a\cdot(\vec{v}+\vec{w})=a\cdot\vec{v}+a\cdot\vec{w}$ (Distributiva II)
- $1\cdot\vec{v}=\vec{v}$ (Produto por 1)

Estas propiedades caracterizan a estrutura de **espazo vectorial**.

Propiedades das operacións con vectores

Suma de vectores:

- $(\vec{u}+\vec{v})+\vec{w}=\vec{u}+(\vec{v}+\vec{w})$ (Asociativa)
- $\vec{u}+\vec{v}=\vec{v}+\vec{u}$ (Conmutativa)
- $\vec{v}+\vec{0}=\vec{v}$ (Elemento neutro)
- $\vec{v}+(-\vec{v})=\vec{0}$ (Elemento oposto)

Produto por un escalar:

- $a\cdot(b\cdot\vec{v})=(a\cdot b)\cdot\vec{v}$ (Asociativa)
- $(a+b)\cdot\vec{v}=a\cdot\vec{v}+b\cdot\vec{v}$ (Distributiva I)
- $a\cdot(\vec{v}+\vec{w})=a\cdot\vec{v}+a\cdot\vec{w}$ (Distributiva II)
- $1\cdot\vec{v}=\vec{v}$ (Produto por 1)

Estas propiedades caracterizan a estrutura de **espazo vectorial**.

Propiedades das operacións con vectores

Suma de vectores:

- $(\vec{u}+\vec{v})+\vec{w}=\vec{u}+(\vec{v}+\vec{w})$ (Asociativa)
- $\vec{u}+\vec{v}=\vec{v}+\vec{u}$ (Conmutativa)
- $\vec{v}+\vec{0}=\vec{v}$ (Elemento neutro)
- $\vec{v}+(-\vec{v})=\vec{0}$ (Elemento oposto)

Produto por un escalar:

- $a\cdot(b\cdot\vec{v})=(a\cdot b)\cdot\vec{v}$ (Asociativa)
- $(a+b)\cdot\vec{v}=a\cdot\vec{v}+b\cdot\vec{v}$ (Distributiva I)
- $a\cdot(\vec{v}+\vec{w})=a\cdot\vec{v}+a\cdot\vec{w}$ (Distributiva II)
- $1\cdot\vec{v}=\vec{v}$ (Produto por 1)

Estas propiedades caracterizan a estrutura de **espazo vectorial**.

Propiedades das operacións con vectores

Suma de vectores:

- $(\vec{u}+\vec{v})+\vec{w}=\vec{u}+(\vec{v}+\vec{w})$ (Asociativa)
- $\vec{u}+\vec{v}=\vec{v}+\vec{u}$ (Conmutativa)
- $\vec{v}+\vec{0}=\vec{v}$ (Elemento neutro)
- $\vec{v}+(-\vec{v})=\vec{0}$ (Elemento oposto)

Produto por un escalar:

- $a\cdot(b\cdot\vec{v})=(a\cdot b)\cdot\vec{v}$ (Asociativa)
- $(a+b)\cdot\vec{v}=a\cdot\vec{v}+b\cdot\vec{v}$ (Distributiva I)
- $a\cdot(\vec{v}+\vec{w})=a\cdot\vec{v}+a\cdot\vec{w}$ (Distributiva II)
- $1\cdot\vec{v}=\vec{v}$ (Produto por 1)

Estas propiedades caracterizan a estrutura de **espazo vectorial**.

Propiedades das operacións con vectores

Suma de vectores:

- $(\vec{u}+\vec{v})+\vec{w}=\vec{u}+(\vec{v}+\vec{w})$ (Asociativa)
- $\vec{u}+\vec{v}=\vec{v}+\vec{u}$ (Conmutativa)
- $\vec{v}+\vec{0}=\vec{v}$ (Elemento neutro)
- $\vec{v}+(-\vec{v})=\vec{0}$ (Elemento oposto)

Produto por un escalar:

- $a\cdot(b\cdot\vec{v})=(a\cdot b)\cdot\vec{v}$ (Asociativa)
- $(a+b)\cdot\vec{v}=a\cdot\vec{v}+b\cdot\vec{v}$ (Distributiva I)
- $a\cdot(\vec{v}+\vec{w})=a\cdot\vec{v}+a\cdot\vec{w}$ (Distributiva II)
- $1\cdot\vec{v}=\vec{v}$ (Produto por 1)

Estas propiedades caracterizan a estrutura de **espazo vectorial**.

Sistema de referencia

Unha base do espazo vectorial tridimensional $\mathcal{B}$ é un conxunto $\{\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3\}$ de tres vectores calquera linealmente independentes.

Se os vectores da base $\mathcal{B} = \{\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3\}$ son perpendiculares dous a dous a base chámase **ortogonal.**

Se a base $\mathcal{B} = \{\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3\}$ é ortogonal e os vectores son unitarios (de módulo 1) chámase **ortonormal.**

Un **sistema de referencia** do espazo está formado por un punto O e unha base: $\{O, \vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3\}$.

Sistema de referencia

Unha base do espazo vectorial tridimensional $\mathcal{B}$ é un conxunto $\{\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3\}$ de tres vectores calquera linealmente independentes.

Se os vectores da base $\mathcal{B} = \{\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3\}$ son perpendiculares dous a dous a base chámase **ortogonal.**

Se a base $\mathcal{B} = \{\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3\}$ é ortogonal e os vectores son unitarios (de módulo 1) chámase **ortonormal.**

Un **sistema de referencia** do espazo está formado por un punto O e unha base: $\{O, \vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3\}$.

Sistema de referencia

Unha base do espazo vectorial tridimensional $\mathcal{B}$ é un conxunto $\{\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3\}$ de tres vectores calquera linealmente independentes.

Se os vectores da base $\mathcal{B} = \{\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3\}$ son perpendiculares dous a dous a base chámase **ortogonal.**

Se a base $\mathcal{B} = \{\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3\}$ é ortogonal e os vectores son unitarios (de módulo 1) chámase **ortonormal.**

Un **sistema de referencia** do espazo está formado por un punto O e unha base: $\{O, \vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3\}$.

Sistema de referencia

Unha base do espazo vectorial tridimensional $\mathcal{B}$ é un conxunto $\{\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3\}$ de tres vectores calquera linealmente independentes.

Se os vectores da base $\mathcal{B} = \{\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3\}$ son perpendiculares dous a dous a base chámase **ortogonal.**

Se a base $\mathcal{B} = \{\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3\}$ é ortogonal e os vectores son unitarios (de módulo 1) chámase **ortonormal.**

Un **sistema de referencia** do espazo está formado por un punto O e unha base: $\{O, \vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3\}$.

Cun sistema de referencia temos coordenadas

Nós usaremos o **sistema de referencia**

$$\{O(0,0,0), \vec{i} = (1,0,0), \vec{j} = (0,1,0), \vec{k} = (0,0,1)\}.$$

Para calquera punto P do espazo escribimos o vector $\overrightarrow{OP}$ como

$$\overrightarrow{OP} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}.$$

Escribimos

$$\overrightarrow{OP} = (x, y, z).$$

Ou

$$P(x, y, z).$$

Dicimos que (x, y, z) son as coordenadas do punto P (e do vector $\overrightarrow{OP}$).

Cun sistema de referencia temos coordenadas

Nós usaremos o **sistema de referencia**

$$\{O(0,0,0), \vec{i} = (1,0,0), \vec{j} = (0,1,0), \vec{k} = (0,0,1)\}.$$

Para calquera punto P do espazo escribimos o vector $\overrightarrow{OP}$ como

$$\overrightarrow{OP} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}.$$

Escribimos

$$\overrightarrow{OP} = (x, y, z).$$

Ou

$$P(x, y, z).$$

Dicimos que (x, y, z) son as coordenadas do punto P (e do vector $\overrightarrow{OP}$).

Cun sistema de referencia temos coordenadas

Nós usaremos o **sistema de referencia**

$$\{O(0,0,0), \vec{i} = (1,0,0), \vec{j} = (0,1,0), \vec{k} = (0,0,1)\}.$$

Para calquera punto P do espazo escribimos o vector $\overrightarrow{OP}$ como

$$\overrightarrow{OP} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}.$$

Escribimos

$$\overrightarrow{OP} = (x, y, z).$$

Ou

$$P(x, y, z).$$

Dicimos que (x, y, z) son as coordenadas do punto P (e do vector $\overrightarrow{OP}$).

Cun sistema de referencia temos coordenadas

Nós usaremos o **sistema de referencia**

$$\{O(0,0,0), \vec{i} = (1,0,0), \vec{j} = (0,1,0), \vec{k} = (0,0,1)\}.$$

Para calquera punto P do espazo escribimos o vector $\overrightarrow{OP}$ como

$$\overrightarrow{OP} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}.$$

Escribimos

$$\overrightarrow{OP} = (x, y, z).$$

Ou

$$P(x, y, z).$$

Dicimos que (x, y, z) son as coordenadas do punto P (e do vector $\overrightarrow{OP}$).

Cun sistema de referencia temos coordenadas

Nós usaremos o **sistema de referencia**

$$\{O(0,0,0), \vec{i} = (1,0,0), \vec{j} = (0,1,0), \vec{k} = (0,0,1)\}.$$

Para calquera punto P do espazo escribimos o vector $\overrightarrow{OP}$ como

$$\overrightarrow{OP} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}.$$

Escribimos

$$\overrightarrow{OP} = (x, y, z).$$

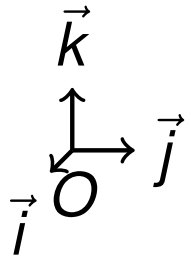
Ou

$$P(x, y, z).$$

Dicimos que (x, y, z) son as coordenadas do punto P (e do vector $\overrightarrow{OP}$).

Sistema de referencia desde un punto de vista gráfico

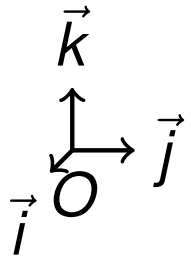
Temos un sistema de referencia:



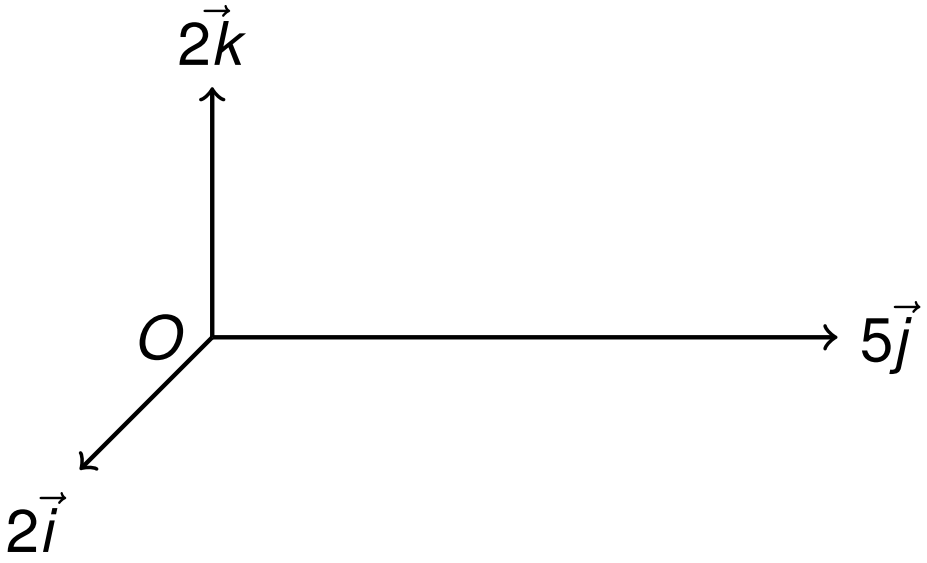
Representamos o punto $P(2,5,2)$ (ou o vector $\overrightarrow{OP} = (2,5,2)$)

Sistema de referencia desde un punto de vista gráfico

Temos un sistema de referencia:

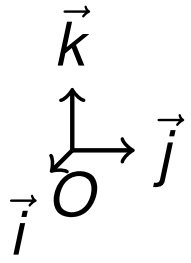


Representamos o punto $P(2,5,2)$ (ou o vector $\overrightarrow{OP} = (2,5,2)$)

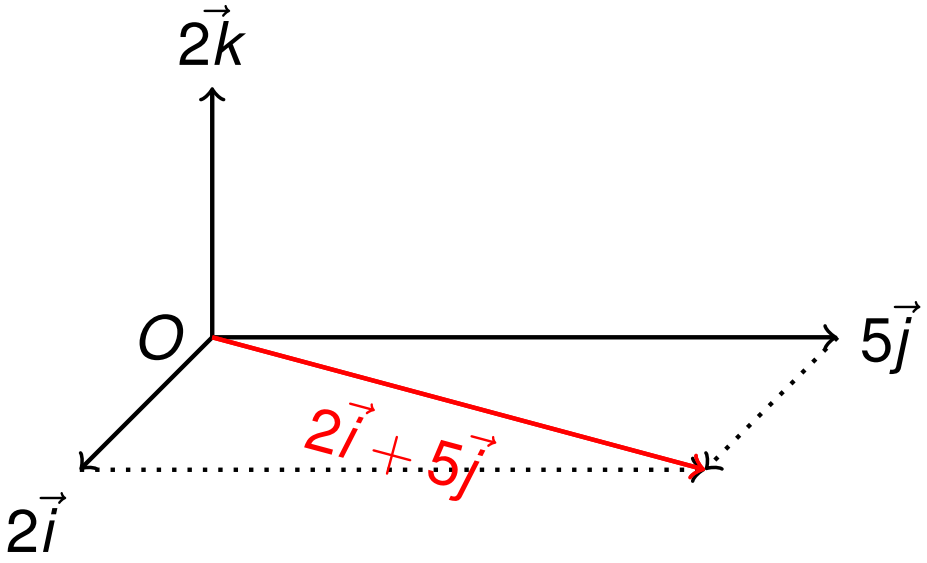


Sistema de referencia desde un punto de vista gráfico

Temos un sistema de referencia:

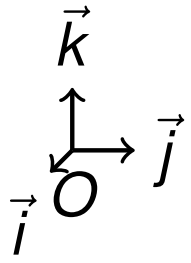


Representamos o punto $P(2,5,2)$ (ou o vector $\overrightarrow{OP} = (2,5,2)$)

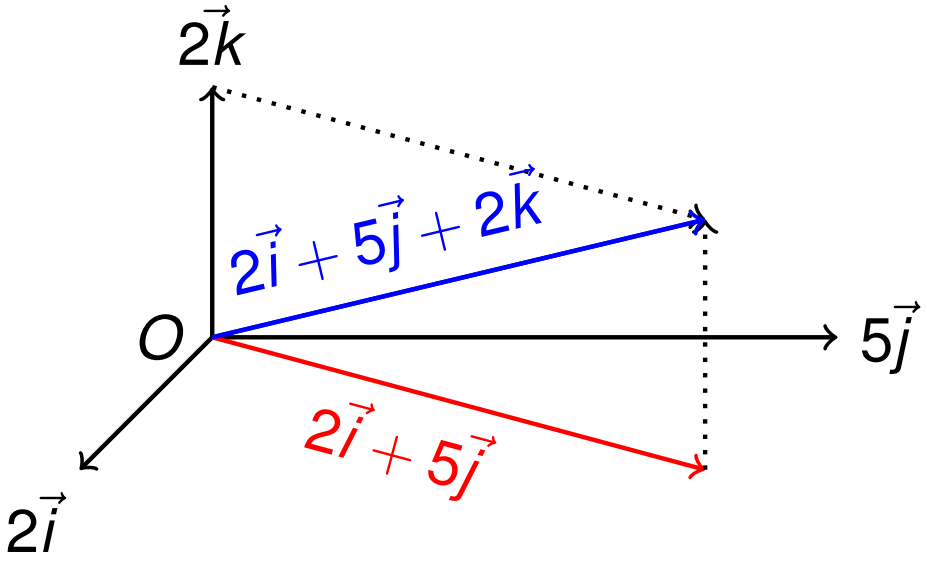


Sistema de referencia desde un punto de vista gráfico

Temos un sistema de referencia:

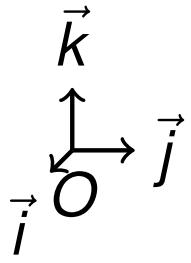


Representamos o punto $P(2,5,2)$ (ou o vector $\overrightarrow{OP} = (2,5,2)$)

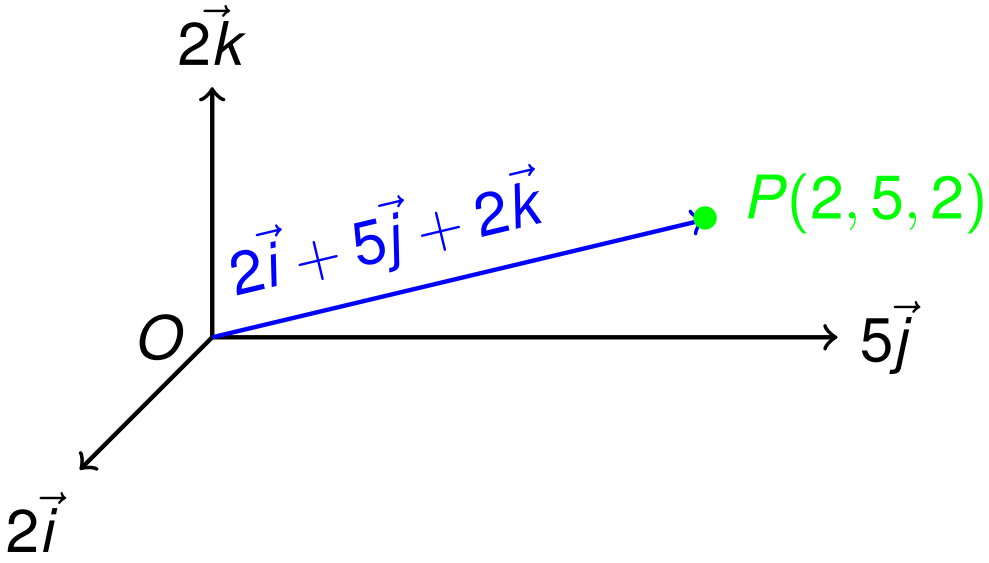


Sistema de referencia desde un punto de vista gráfico

Temos un sistema de referencia:

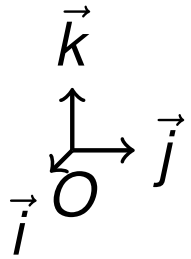


Representamos o punto $P(2,5,2)$ (ou o vector $\overrightarrow{OP} = (2,5,2)$)

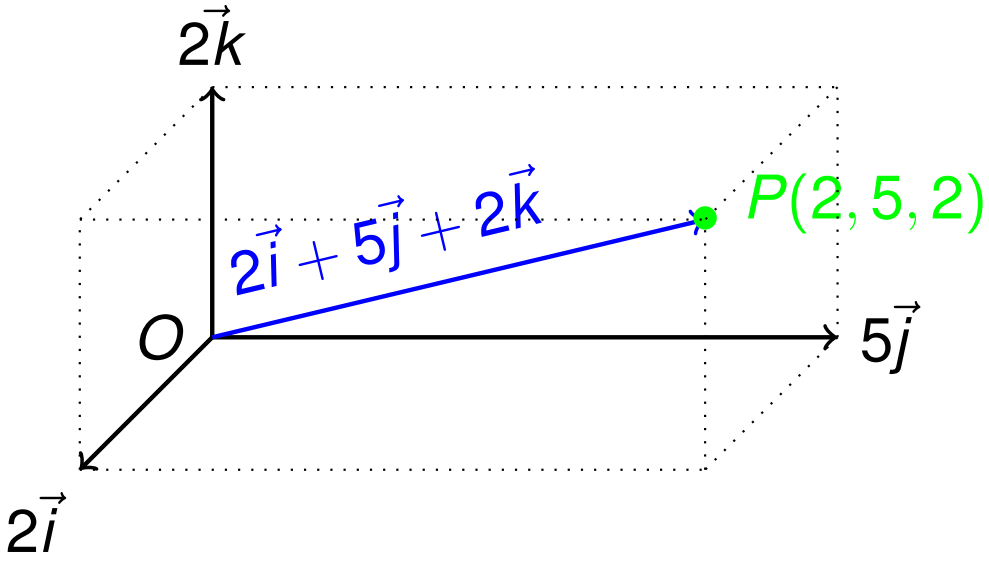


Sistema de referencia desde un punto de vista gráfico

Temos un sistema de referencia:



Representamos o punto $P(2,5,2)$ (ou o vector $\overrightarrow{OP} = (2,5,2)$)



Operacións con coordenadas

Precisamos dun sistema de referencia para poder traballar con coordenadas.

René Descartes (1596 – 1650): Dicionario Xeometría → Álxebra

Suma:

$$(x_1, x_2, x_3) + (y_1, y_2, y_3) = (x_1 + y_1, x_2 + y_2, x_3 + y_3)$$

Resta:

$$(x_1, x_2, x_3) - (y_1, y_2, y_3) = (x_1 - y_1, x_2 - y_2, x_3 - y_3)$$

Produto por un escalar:

$$\lambda(x_1, x_2, x_3) = (\lambda x_1, \lambda x_2, \lambda x_3)$$

Operacións con coordenadas

Precisamos dun sistema de referencia para poder traballar con coordenadas.

René Descartes (1596 – 1650): Dicionario Xeometría → Álxebra

Suma:

$$(x_1, x_2, x_3) + (y_1, y_2, y_3) = (x_1 + y_1, x_2 + y_2, x_3 + y_3)$$

Resta:

$$(x_1, x_2, x_3) - (y_1, y_2, y_3) = (x_1 - y_1, x_2 - y_2, x_3 - y_3)$$

Produto por un escalar:

$$\lambda(x_1, x_2, x_3) = (\lambda x_1, \lambda x_2, \lambda x_3)$$

Operacións con coordenadas

Precisamos dun sistema de referencia para poder traballar con coordenadas.

René Descartes (1596 – 1650): Dicionario Xeometría → Álxebra

Suma:

$$(x_1, x_2, x_3) + (y_1, y_2, y_3) = (x_1 + y_1, x_2 + y_2, x_3 + y_3)$$

Resta:

$$(x_1, x_2, x_3) - (y_1, y_2, y_3) = (x_1 - y_1, x_2 - y_2, x_3 - y_3)$$

Produto por un escalar:

$$\lambda(x_1, x_2, x_3) = (\lambda x_1, \lambda x_2, \lambda x_3)$$

Operacións con coordenadas

Precisamos dun sistema de referencia para poder traballar con coordenadas.

René Descartes (1596 – 1650): Dicionario Xeometría → Álxebra

Suma:

$$(x_1, x_2, x_3) + (y_1, y_2, y_3) = (x_1 + y_1, x_2 + y_2, x_3 + y_3)$$

Resta:

$$(x_1, x_2, x_3) - (y_1, y_2, y_3) = (x_1 - y_1, x_2 - y_2, x_3 - y_3)$$

Produto por un escalar:

$$\lambda(x_1, x_2, x_3) = (\lambda x_1, \lambda x_2, \lambda x_3)$$

Operacións con coordenadas

Precisamos dun sistema de referencia para poder traballar con coordenadas.

René Descartes (1596 – 1650): Dicionario Xeometría → Álxebra

Suma:

$$(x_1, x_2, x_3) + (y_1, y_2, y_3) = (x_1 + y_1, x_2 + y_2, x_3 + y_3)$$

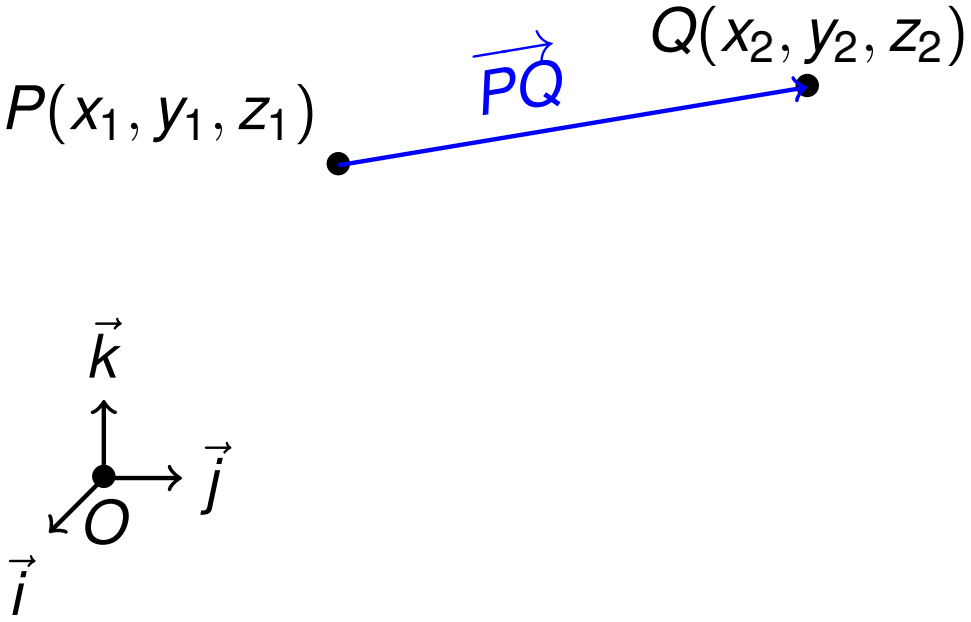
Resta:

$$(x_1, x_2, x_3) - (y_1, y_2, y_3) = (x_1 - y_1, x_2 - y_2, x_3 - y_3)$$

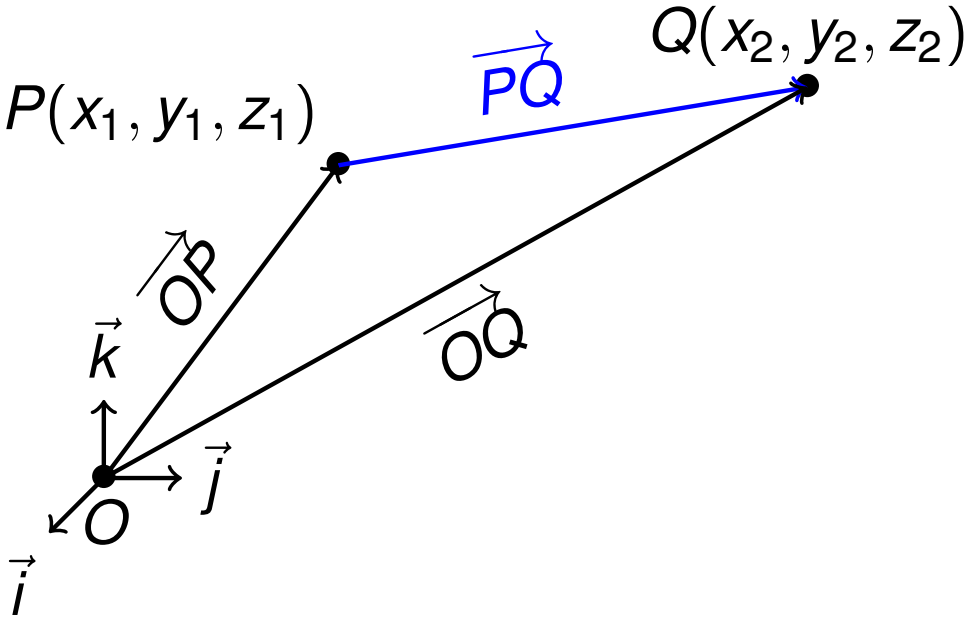
Produto por un escalar:

$$\lambda(x_1, x_2, x_3) = (\lambda x_1, \lambda x_2, \lambda x_3)$$

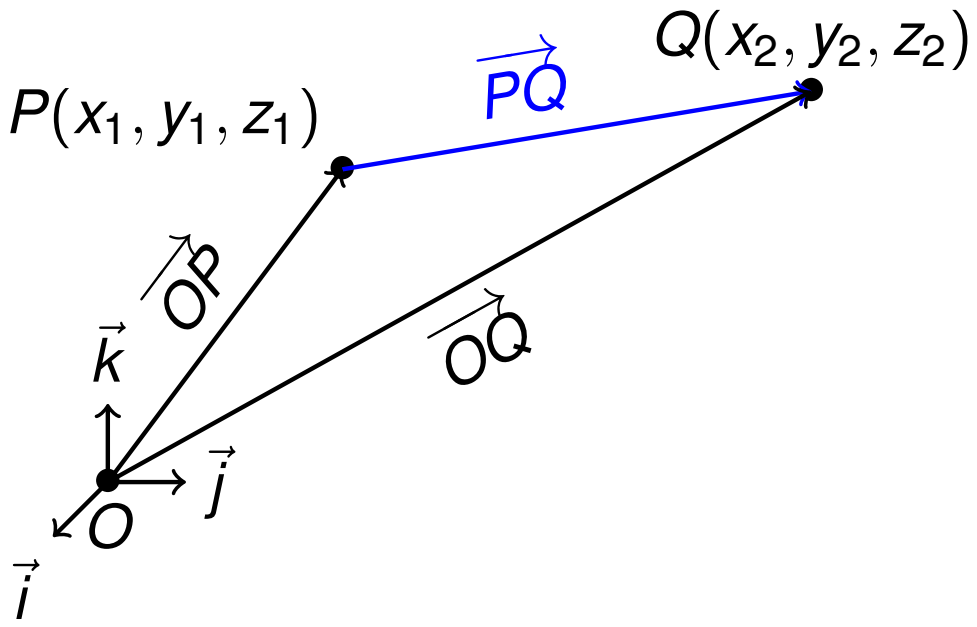
Coordenadas do vector $\overrightarrow{PQ}$



Coordenadas do vector $\overrightarrow{PQ}$

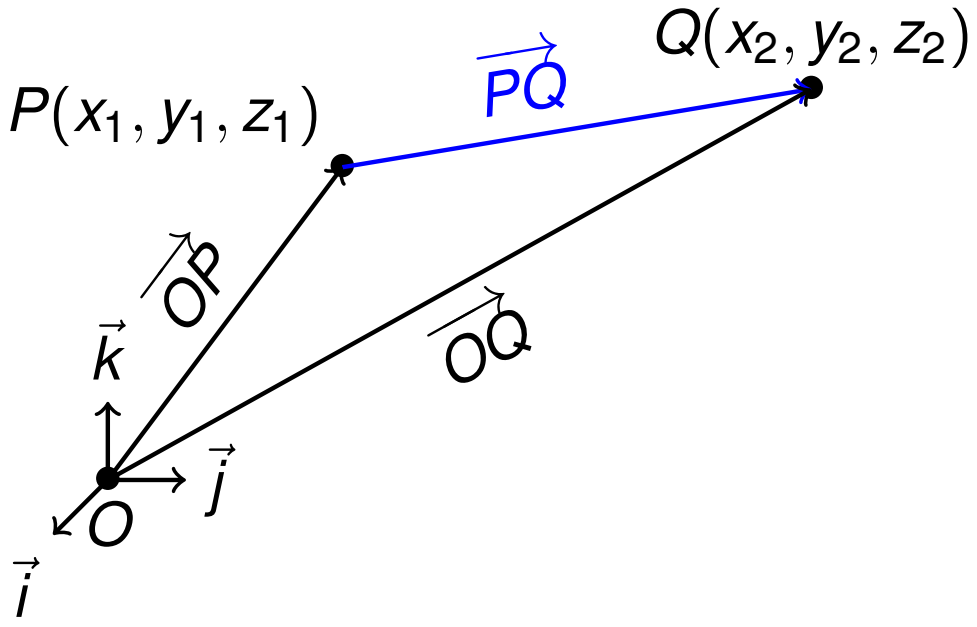


Coordenadas do vector $\overrightarrow{PQ}$



$$\overrightarrow{OQ} = \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{PQ} \implies \overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{OQ} - \overrightarrow{OP}.$$

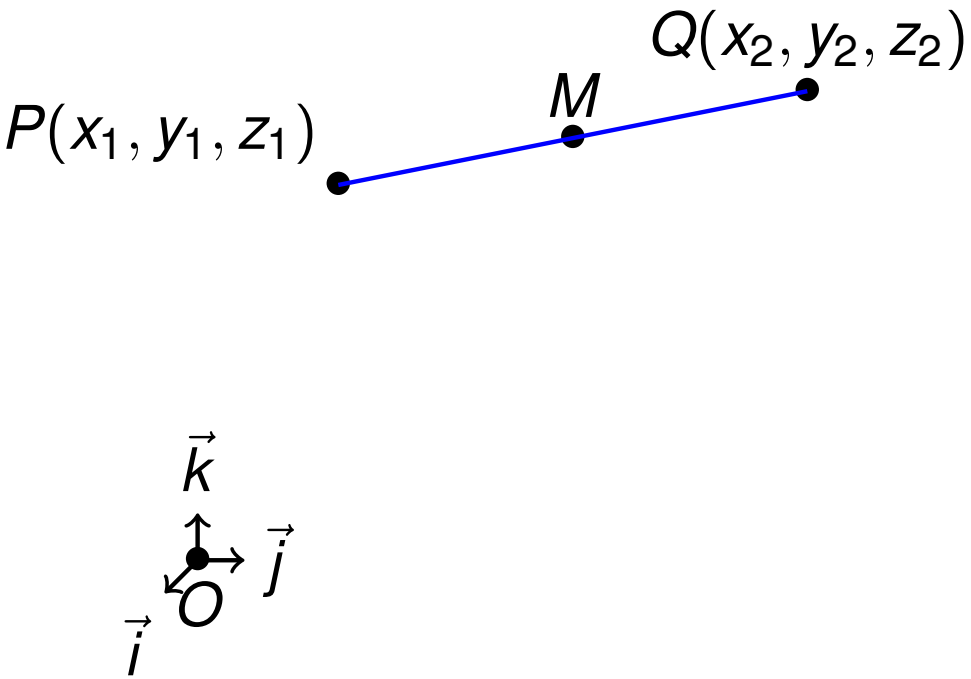
Coordenadas do vector $\overrightarrow{PQ}$



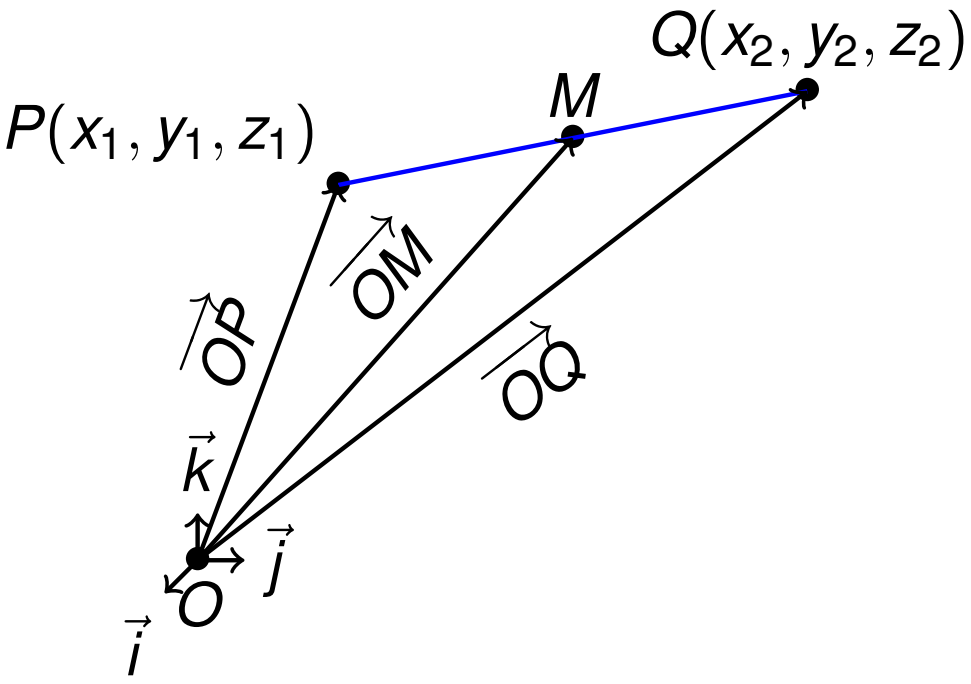
$$\overrightarrow{OQ} = \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{PQ} \implies \overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{OQ} - \overrightarrow{OP}.$$

$$\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{OQ} - \overrightarrow{OP} = (x_2, y_2, z_2) - (x_1, y_1, z_1) = (x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1)$$

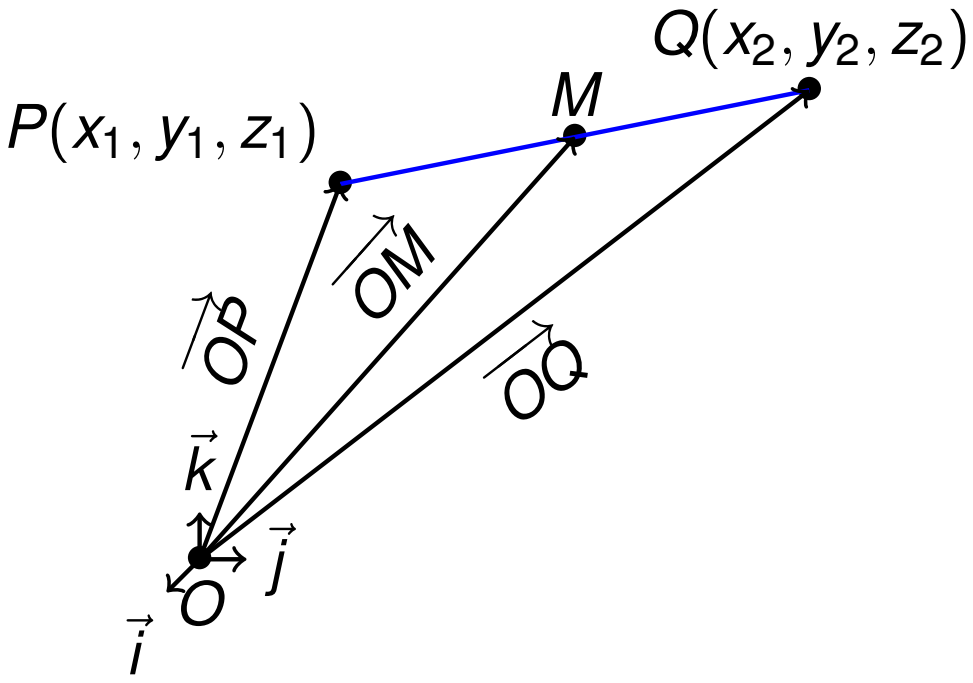
Coordenadas do punto medio dun segmento



Coordenadas do punto medio dun segmento

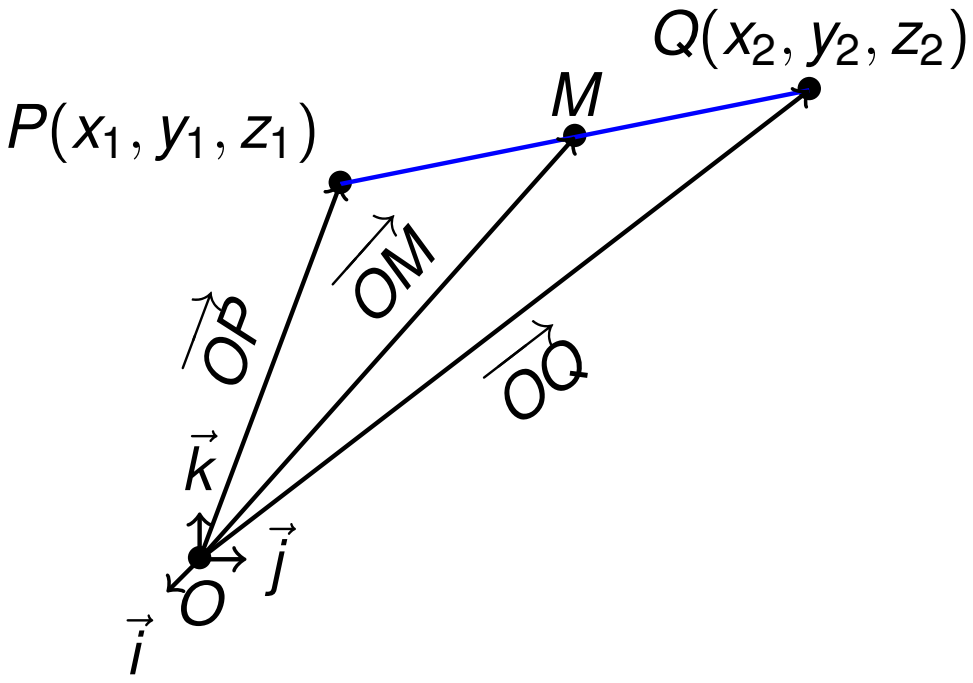


Coordenadas do punto medio dun segmento



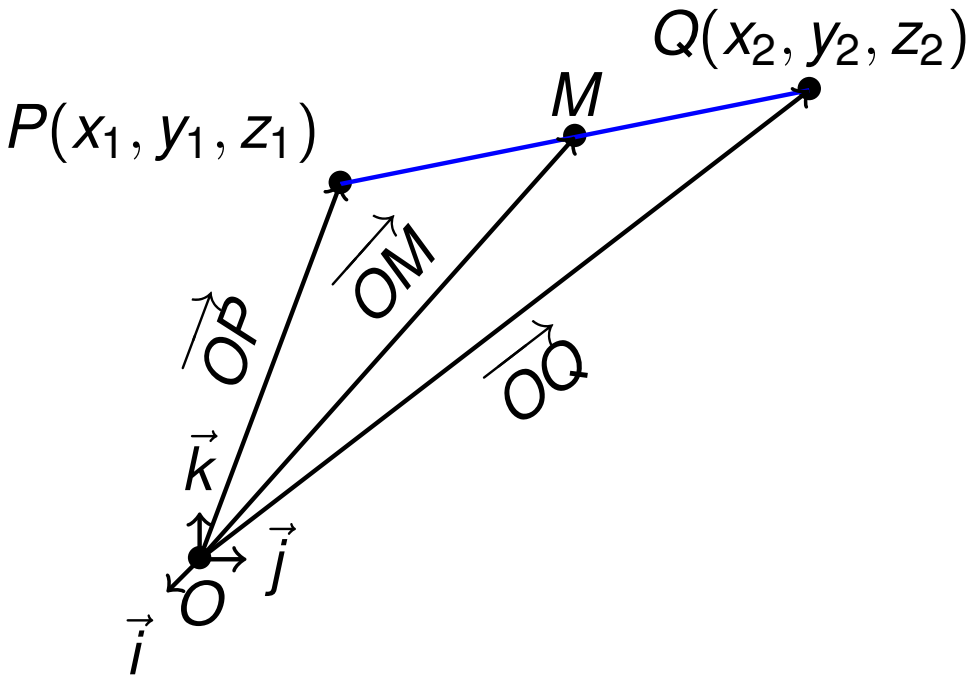
$$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{PM} = \overrightarrow{OP} + \frac{1}{2}\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{OP} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OQ} - \frac{1}{2}\overrightarrow{OP}$$

Coordenadas do punto medio dun segmento



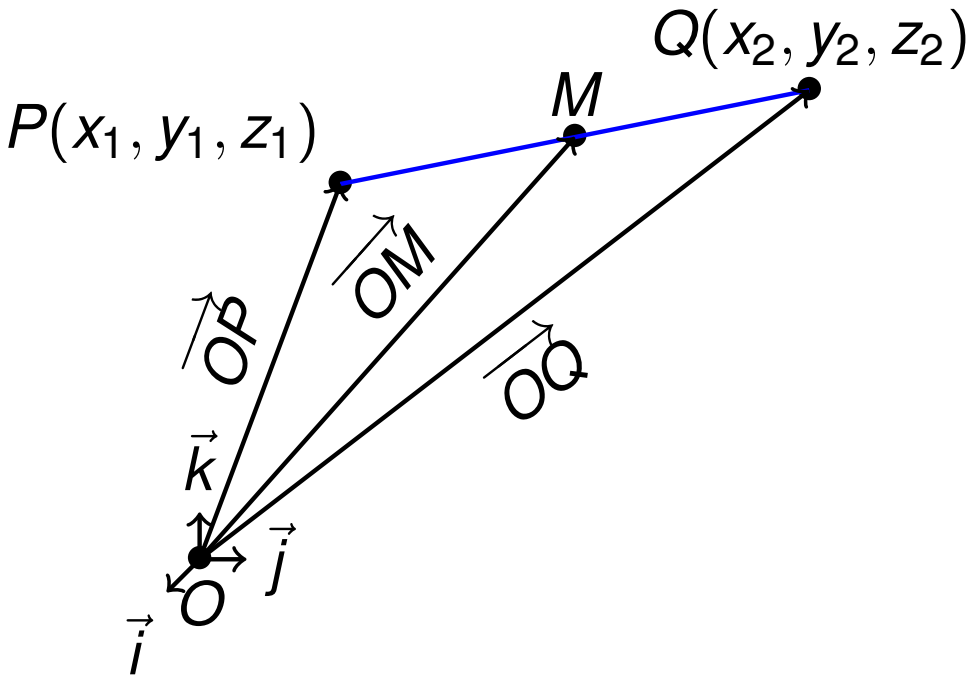
$$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{PM} = \overrightarrow{OP} + \frac{1}{2}\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{OP} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OQ} - \frac{1}{2}\overrightarrow{OP}$$

Coordenadas do punto medio dun segmento



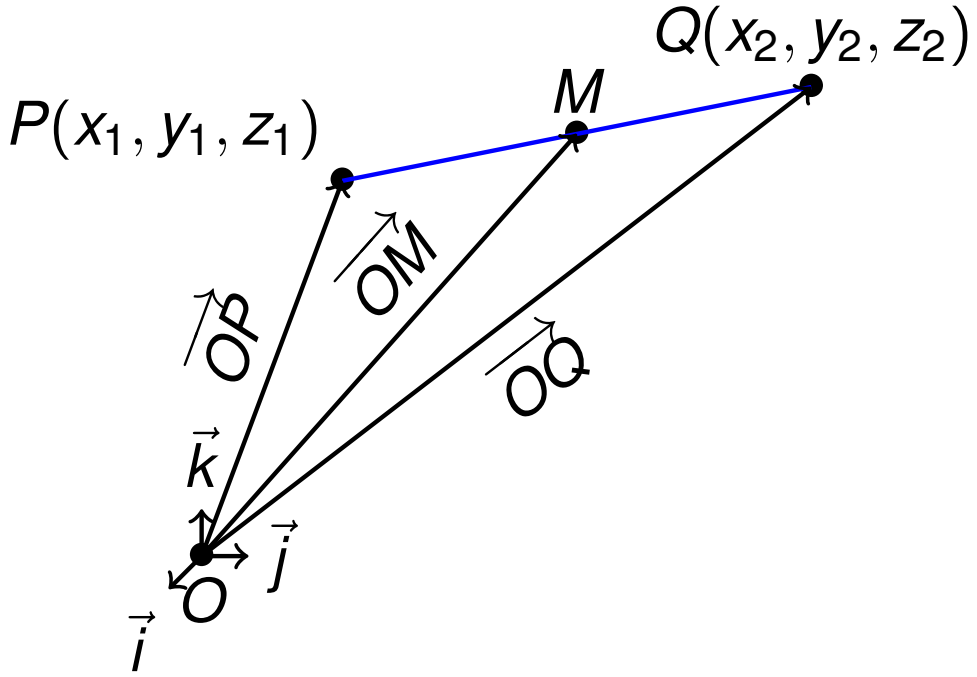
$$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{PM} = \overrightarrow{OP} + \frac{1}{2}\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{OP} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OQ} - \frac{1}{2}\overrightarrow{OP}$$

Coordenadas do punto medio dun segmento



$$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{PM} = \overrightarrow{OP} + \frac{1}{2}\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{OP} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OQ} - \frac{1}{2}\overrightarrow{OP}$$

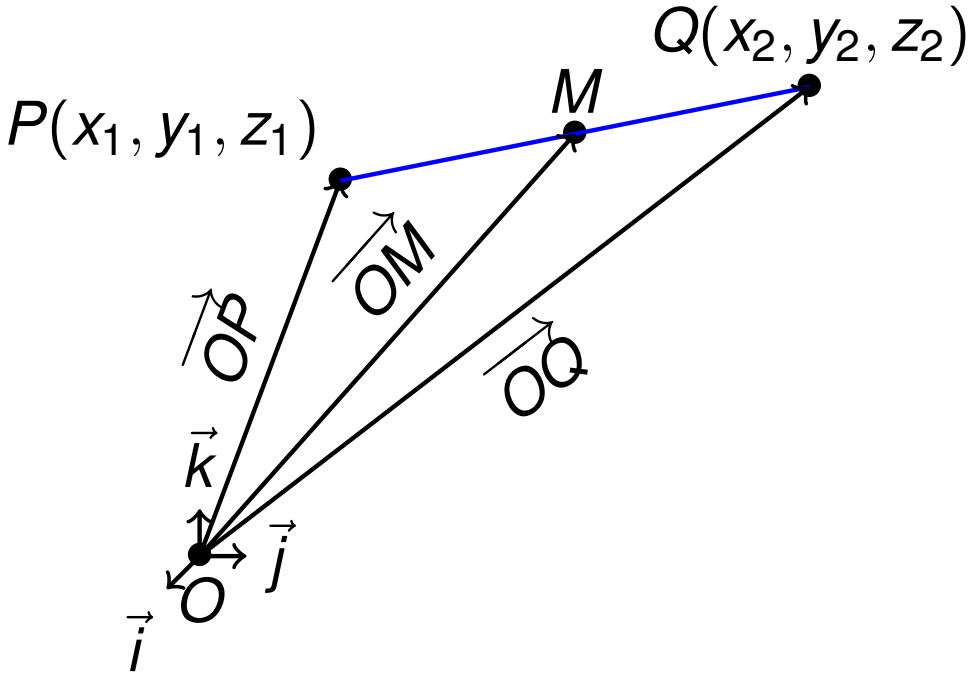
Coordenadas do punto medio dun segmento



$$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{PM} = \overrightarrow{OP} + \tfrac{1}{2}\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{OP} + \tfrac{1}{2}\overrightarrow{OQ} - \tfrac{1}{2}\overrightarrow{OP}$$

$$\overrightarrow{OM} = \tfrac{1}{2}(\overrightarrow{OP} + \overrightarrow{OQ}) = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}, \frac{z_1 + z_2}{2}\right).$$

Coordenadas do punto medio dun segmento



$$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{PM} = \overrightarrow{OP} + \tfrac{1}{2}\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{OP} + \tfrac{1}{2}\overrightarrow{OQ} - \tfrac{1}{2}\overrightarrow{OP}$$

$$\overrightarrow{OM} = \tfrac{1}{2}(\overrightarrow{OP} + \overrightarrow{OQ}) = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}, \frac{z_1 + z_2}{2}\right).$$

Contidos

Produto escalar

O produto escalar de dous vectores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ é

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \begin{cases} |\vec{u}||\vec{v}| \cos(\widehat{\vec{u}, \vec{v}}) & \text{se } \vec{u}, \vec{v} \neq \vec{0} \\ 0 & \text{se } \vec{u} = \vec{0} \text{ ou } \vec{v} = \vec{0} \end{cases}$$

O produto escalar de dous vectores **non-nulos** $\vec{u}$ e $\vec{v}$ é cero se e soamente se son perpendiculares:

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \Longleftrightarrow \vec{u} \perp \vec{v}.$$

Produto escalar

O produto escalar de dous vectores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ é

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \begin{cases} |\vec{u}||\vec{v}| \cos(\widehat{\vec{u}, \vec{v}}) & \text{se } \vec{u}, \vec{v} \neq \vec{0} \\ 0 & \text{se } \vec{u} = \vec{0} \text{ ou } \vec{v} = \vec{0} \end{cases}$$

O produto escalar de dous vectores **non-nulos** $\vec{u}$ e $\vec{v}$ é cero se e soamente se son perpendiculares:

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \Longleftrightarrow \vec{u} \perp \vec{v}.$$

Produto escalar

Usando o produto escalar podemos calcular:

- O módulo dun vector: $|\vec{u}| = \sqrt{\vec{u} \cdot \vec{u}}$.
- O ángulo que forman dous vectores non-nulos:

$$\cos(\widehat{\vec{u}, \vec{v}}) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}||\vec{v}|}.$$

- O vector proxección de $\vec{u}$ sobre $\vec{v}$:

$$prox_{\vec{v}}(\vec{u}) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{v}|}.$$

Produto escalar

Usando o produto escalar podemos calcular:

- O módulo dun vector: $|\vec{u}| = \sqrt{\vec{u} \cdot \vec{u}}$.
- O ángulo que forman dous vectores non-nulos:

$$\cos(\widehat{\vec{u}, \vec{v}}) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}||\vec{v}|}.$$

- O vector proxección de $\vec{u}$ sobre $\vec{v}$:

$$prox_{\vec{v}}(\vec{u}) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{v}|}.$$

Produto escalar

Usando o produto escalar podemos calcular:

- O módulo dun vector: $|\vec{u}| = \sqrt{\vec{u} \cdot \vec{u}}$.
- O ángulo que forman dous vectores non-nulos:

$$\cos(\widehat{\vec{u}, \vec{v}}) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}||\vec{v}|}.$$

- O vector proxección de $\vec{u}$ sobre $\vec{v}$:

$$prox_{\vec{v}}(\vec{u}) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{v}|}.$$

Produto escalar

Usando o produto escalar podemos calcular:

- O módulo dun vector: $|\vec{u}| = \sqrt{\vec{u} \cdot \vec{u}}$.
- O ángulo que forman dous vectores non-nulos:

$$\cos(\widehat{\vec{u}, \vec{v}}) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}||\vec{v}|}.$$

- O vector proxección de $\vec{u}$ sobre $\vec{v}$:

$$prox_{\vec{v}}(\vec{u}) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{v}|}.$$

Produto escalar

Usando o produto escalar podemos calcular:

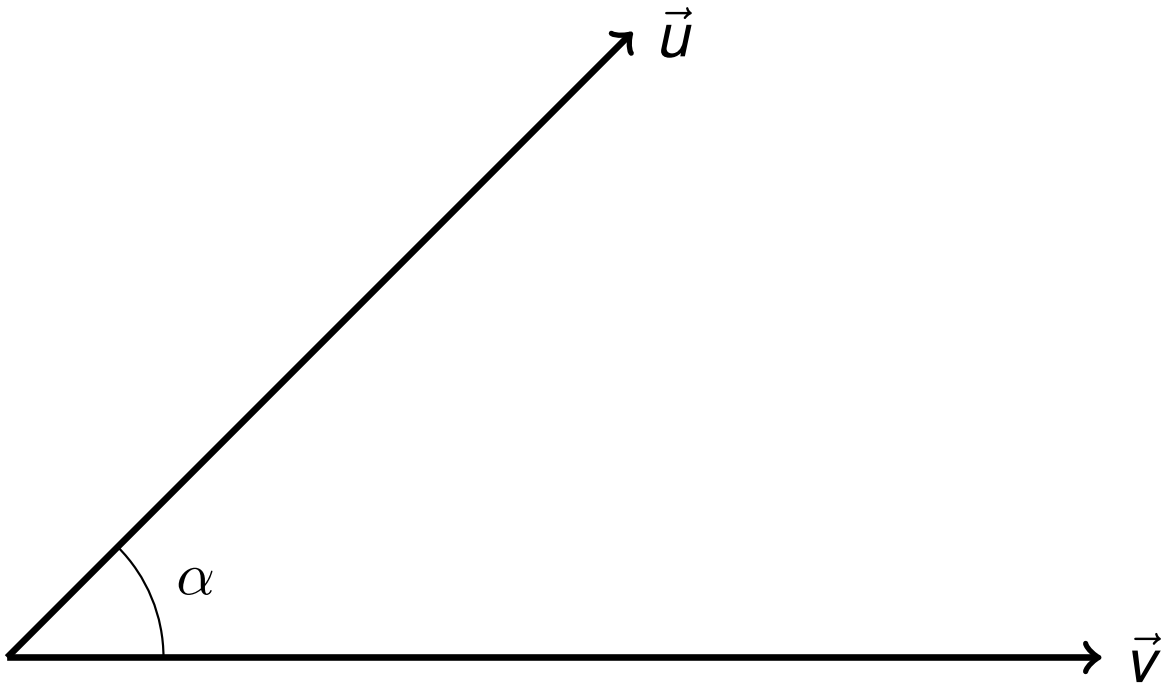
- O módulo dun vector: $|\vec{u}| = \sqrt{\vec{u} \cdot \vec{u}}$.
- O ángulo que forman dous vectores non-nulos:

$$\cos(\widehat{\vec{u}, \vec{v}}) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}||\vec{v}|}.$$

- O vector proxección de $\vec{u}$ sobre $\vec{v}$:

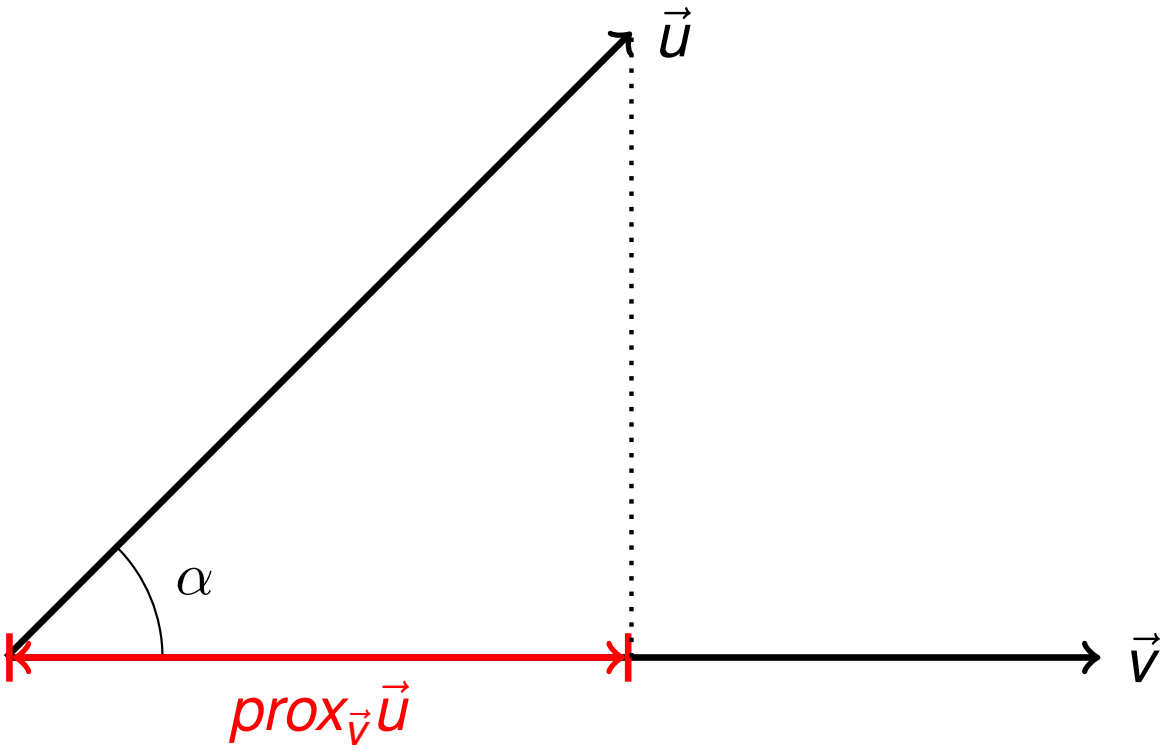
$$prox_{\vec{v}}(\vec{u}) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{v}|}.$$

Proxección dun vector sobre outro



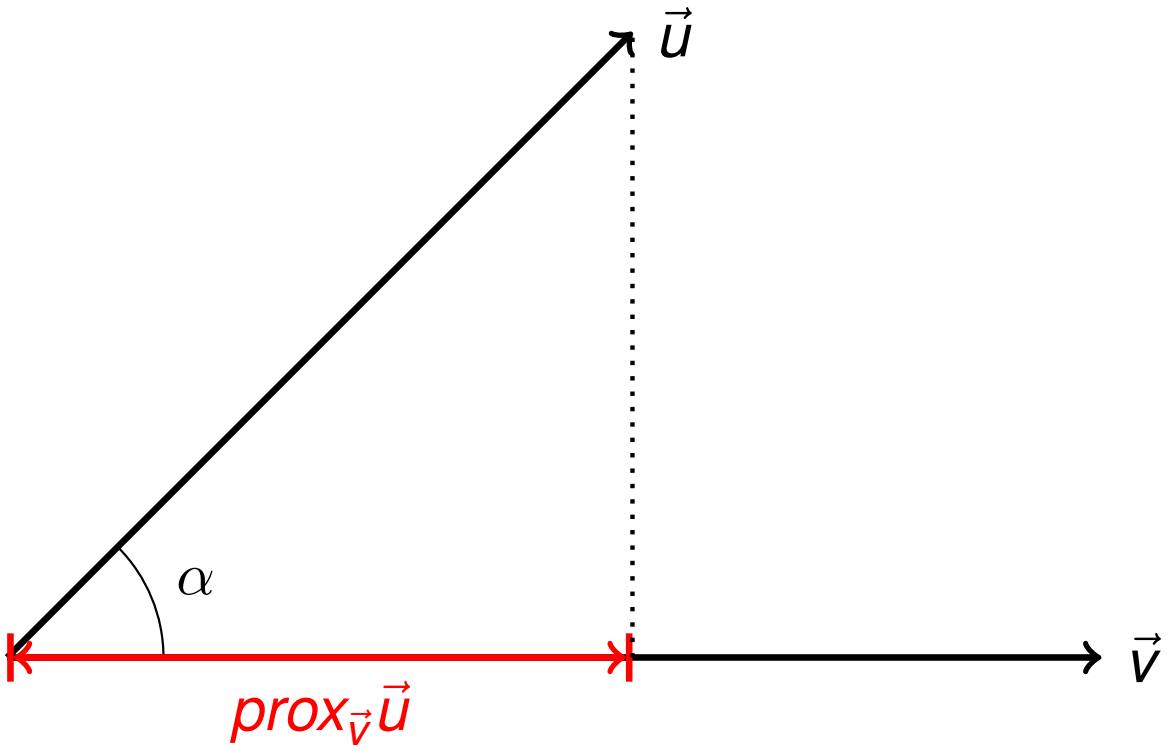
$$prox_{\vec{v}}\vec{u} = |\vec{u}|\cos\alpha \underbrace{=}_{\vec{u}\cdot\vec{v}=|\vec{u}||\vec{v}|\cos\alpha} \frac{|\vec{u}|\vec{u}\cdot\vec{v}}{|\vec{u}||\vec{v}|} = \frac{\vec{u}\cdot\vec{v}}{|\vec{v}|}$$

Proxección dun vector sobre outro



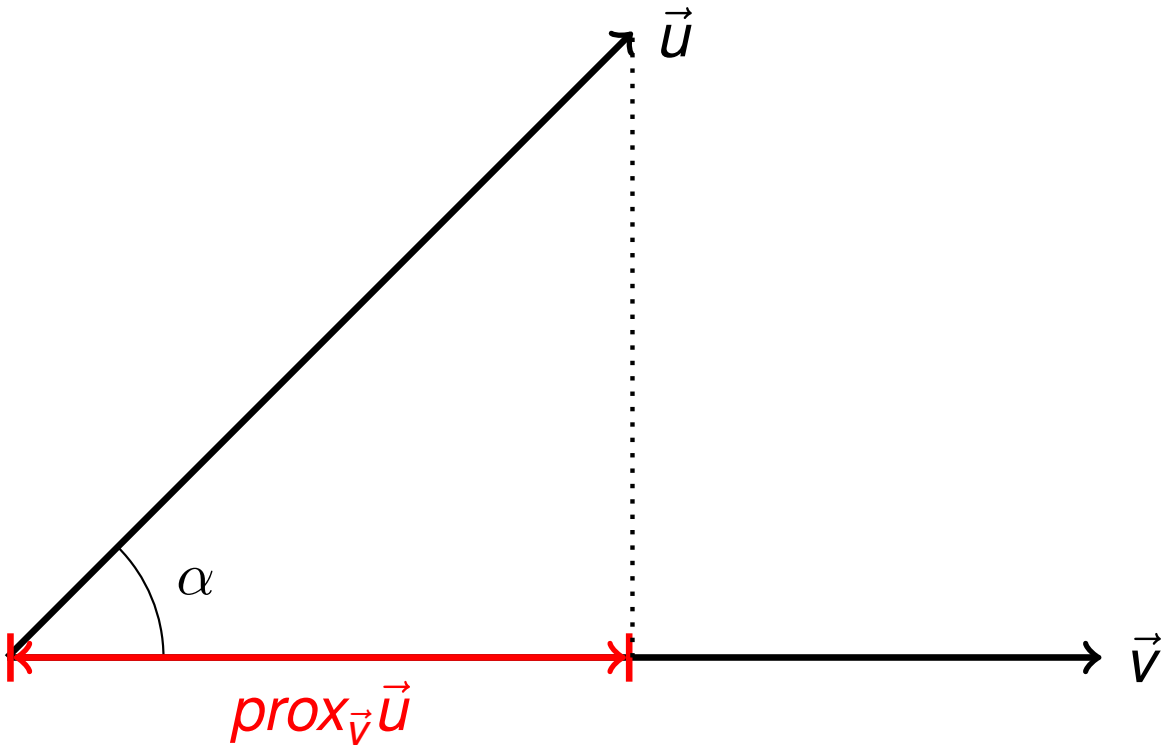
$$prox_{\vec{v}}\vec{u} = |\vec{u}| \cos\alpha \underbrace{=}_{\vec{u}\cdot\vec{v}=|\vec{u}||\vec{v}|\cos\alpha} \frac{|\vec{u}|\vec{u}\cdot\vec{v}}{|\vec{u}||\vec{v}|} = \frac{\vec{u}\cdot\vec{v}}{|\vec{v}|}$$

Proxección dun vector sobre outro



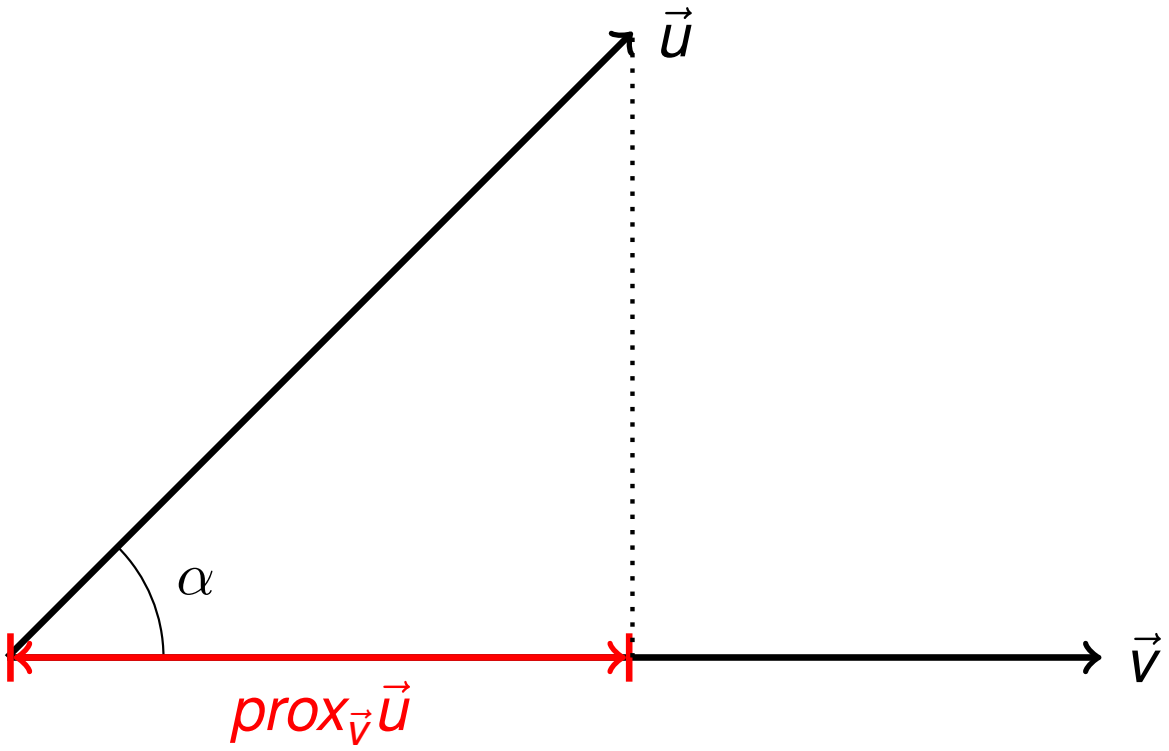
$$prox_{\vec{v}}\vec{u} = |\vec{u}| \cos\alpha \underbrace{=}_{\vec{u}\cdot\vec{v}=|\vec{u}||\vec{v}|\cos\alpha} \frac{|\vec{u}|\vec{u}\cdot\vec{v}}{|\vec{u}||\vec{v}|} = \frac{\vec{u}\cdot\vec{v}}{|\vec{v}|}$$

Proxección dun vector sobre outro



$$prox_{\vec{v}}\vec{u} = |\vec{u}| \cos\alpha \underbrace{=}_{\vec{u}\cdot\vec{v}=|\vec{u}||\vec{v}|\cos\alpha} \frac{|\vec{u}|\vec{u}\cdot\vec{v}}{|\vec{u}||\vec{v}|} = \frac{\vec{u}\cdot\vec{v}}{|\vec{v}|}$$

Proxección dun vector sobre outro



$$prox_{\vec{v}}\vec{u} = |\vec{u}| \cos\alpha \underbrace{=}_{\vec{u}\cdot\vec{v}=|\vec{u}||\vec{v}|\cos\alpha} \frac{|\vec{u}|\vec{u}\cdot\vec{v}}{|\vec{u}||\vec{v}|} = \frac{\vec{u}\cdot\vec{v}}{|\vec{v}|}$$

Propiedades do produto escalar

- Propiedade conmutativa:

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{v} \cdot \vec{u}.$$

- Propiedade asociativa:

$$\lambda(\vec{u} \cdot \vec{v}) = (\lambda \vec{u}) \cdot \vec{v}.$$

- Propiedade distributiva:

$$\vec{u} \cdot (\vec{v} + \vec{w}) = \vec{u} \cdot \vec{v} + \vec{u} \cdot \vec{w}.$$

Propiedades do produto escalar

- Propiedade conmutativa:

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{v} \cdot \vec{u}.$$

- Propiedade asociativa:

$$\lambda(\vec{u} \cdot \vec{v}) = (\lambda \vec{u}) \cdot \vec{v}.$$

- Propiedade distributiva:

$$\vec{u} \cdot (\vec{v} + \vec{w}) = \vec{u} \cdot \vec{v} + \vec{u} \cdot \vec{w}.$$

Propiedades do produto escalar

- Propiedade conmutativa:

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{v} \cdot \vec{u}.$$

- Propiedade asociativa:

$$\lambda(\vec{u} \cdot \vec{v}) = (\lambda\vec{u}) \cdot \vec{v}.$$

- Propiedade distributiva:

$$\vec{u} \cdot (\vec{v} + \vec{w}) = \vec{u} \cdot \vec{v} + \vec{u} \cdot \vec{w}.$$

Contidos

Produto escalar en coordenadas

Dado o **sistema de referencia**

$$\{O(0,0,0), \vec{i} = (1,0,0), \vec{j} = (0,1,0), \vec{k} = (0,0,1)\}$$

temos que:

$$\vec{i} \cdot \vec{i} = \vec{j} \cdot \vec{j} = \vec{k} \cdot \vec{k} = 1$$

e

$$\vec{i} \cdot \vec{j} = \vec{i} \cdot \vec{k} = \vec{j} \cdot \vec{k} = 0.$$

Usando as propiedades do produto escalar obtemos a súa **expresión analítica**:

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = (x_1\vec{i} + y_1\vec{j} + z_1\vec{k}) \cdot (x_2\vec{i} + y_2\vec{j} + z_2\vec{k}) = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2.$$

Produto escalar en coordenadas

Dado o **sistema de referencia**

$$\{O(0,0,0), \vec{i} = (1,0,0), \vec{j} = (0,1,0), \vec{k} = (0,0,1)\}$$

temos que:

$$\vec{i} \cdot \vec{i} = \vec{j} \cdot \vec{j} = \vec{k} \cdot \vec{k} = 1$$

e

$$\vec{i} \cdot \vec{j} = \vec{i} \cdot \vec{k} = \vec{j} \cdot \vec{k} = 0.$$

Usando as propiedades do produto escalar obtemos a súa **expresión analítica**:

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = (x_1\vec{i} + y_1\vec{j} + z_1\vec{k}) \cdot (x_2\vec{i} + y_2\vec{j} + z_2\vec{k}) = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2.$$

Produto escalar en coordenadas

Dado o **sistema de referencia**

$$\{O(0,0,0), \vec{i} = (1,0,0), \vec{j} = (0,1,0), \vec{k} = (0,0,1)\}$$

temos que:

$$\vec{i} \cdot \vec{i} = \vec{j} \cdot \vec{j} = \vec{k} \cdot \vec{k} = 1$$

e

$$\vec{i} \cdot \vec{j} = \vec{i} \cdot \vec{k} = \vec{j} \cdot \vec{k} = 0.$$

Usando as propiedades do produto escalar obtemos a súa **expresión analítica**:

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = (x_1\vec{i} + y_1\vec{j} + z_1\vec{k}) \cdot (x_2\vec{i} + y_2\vec{j} + z_2\vec{k}) = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2.$$

Produto escalar en coordenadas

Dado o **sistema de referencia**

$$\{O(0,0,0), \vec{i} = (1,0,0), \vec{j} = (0,1,0), \vec{k} = (0,0,1)\}$$

temos que:

$$\vec{i} \cdot \vec{i} = \vec{j} \cdot \vec{j} = \vec{k} \cdot \vec{k} = 1$$

e

$$\vec{i} \cdot \vec{j} = \vec{i} \cdot \vec{k} = \vec{j} \cdot \vec{k} = 0.$$

Usando as propiedades do produto escalar obtemos a súa **expresión analítica**:

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = (x_1\vec{i} + y_1\vec{j} + z_1\vec{k}) \cdot (x_2\vec{i} + y_2\vec{j} + z_2\vec{k}) = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2.$$

Expresións en coordenadas

- O módulo dun vector:

$$|\vec{u}| = \sqrt{\vec{u} \cdot \vec{u}} = \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}.$$

- O ángulo que forman dous vectores non-nulos:

$$\cos(\widehat{\vec{u}, \vec{v}}) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}||\vec{v}|} = \frac{x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}.$$

- O vector proxección de $\vec{u}$ sobre $\vec{v}$:

$$prox_{\vec{v}}(\vec{u}) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{v}|} = \frac{x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2}{\sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}.$$

Expresións en coordenadas

- O módulo dun vector:

$$|\vec{u}| = \sqrt{\vec{u}\cdot\vec{u}} = \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}.$$

- O ángulo que forman dous vectores non-nulos:

$$\cos(\widehat{\vec{u},\vec{v}}) = \frac{\vec{u}\cdot\vec{v}}{|\vec{u}||\vec{v}|} = \frac{x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}\cdot\sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}.$$

- O vector proxección de $\vec{u}$ sobre $\vec{v}$:

$$prox_{\vec{v}}(\vec{u}) = \frac{\vec{u}\cdot\vec{v}}{|\vec{v}|} = \frac{x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2}{\sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}.$$

Expresións en coordenadas

- O módulo dun vector:

$$|\vec{u}| = \sqrt{\vec{u} \cdot \vec{u}} = \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}.$$

- O ángulo que forman dous vectores non-nulos:

$$\cos(\widehat{\vec{u}, \vec{v}}) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}||\vec{v}|} = \frac{x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}.$$

- O vector proxección de $\vec{u}$ sobre $\vec{v}$:

$$prox_{\vec{v}}(\vec{u}) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{v}|} = \frac{x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2}{\sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}.$$

Contidos

Produto vectorial

Produto vectorial

O produto vectorial de dous vectores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ é outro vector, que se denota por $\vec{u} \times \vec{v}$, que se define do seguinte modo:

- Se $\vec{u}$ e $\vec{v}$ son linearmente independentes, $\vec{u}$ e $\vec{v}$ é o vector que ten as seguintes características:
  - Módulo: $|\vec{u} \times \vec{v}| = |\vec{u}||\vec{v}| \sin(\widehat{\vec{u}, \vec{v}})$,
  - Dirección: perpendicular a $\vec{u}$ e a $\vec{v}$,
  - Sentido: O que marca o polgar da man dereita cando desprazamos a man de $\vec{u}$ a $\vec{v}$ polo camiño máis curto.
- Se $\vec{u}$ e $\vec{v}$ son linearmente dependentes, entón $\vec{u} \times \vec{v} = \vec{0}$. (Nótese que $\vec{u}$ e $\vec{v}$ son linearmente dependentes se algún deles é $\vec{0}$ ou se teñen a mesma dirección.)

Produto vectorial

Produto vectorial

O produto vectorial de dous vectores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ é outro vector, que se denota por $\vec{u} \times \vec{v}$, que se define do seguinte modo:

- Se $\vec{u}$ e $\vec{v}$ son linearmente independentes, $\vec{u}$ e $\vec{v}$ é o vector que ten as seguintes características:
  - Módulo: $|\vec{u} \times \vec{v}| = |\vec{u}||\vec{v}| \sin(\widehat{\vec{u}, \vec{v}})$,
  - Dirección: perpendicular a $\vec{u}$ e a $\vec{v}$,
  - Sentido: O que marca o polgar da man dereita cando desprazamos a man de $\vec{u}$ a $\vec{v}$ polo camiño máis curto.
- Se $\vec{u}$ e $\vec{v}$ son linearmente dependentes, entón $\vec{u} \times \vec{v} = \vec{0}$. (Nótese que $\vec{u}$ e $\vec{v}$ son linearmente dependentes se algún deles é $\vec{0}$ ou se teñen a mesma dirección.)

Produto vectorial

Produto vectorial

O produto vectorial de dous vectores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ é outro vector, que se denota por $\vec{u} \times \vec{v}$, que se define do seguinte modo:

- Se $\vec{u}$ e $\vec{v}$ son linearmente independentes, $\vec{u}$ e $\vec{v}$ é o vector que ten as seguintes características:
  - Módulo: $|\vec{u} \times \vec{v}| = |\vec{u}||\vec{v}| \sin(\widehat{\vec{u}, \vec{v}})$,
  - Dirección: perpendicular a $\vec{u}$ e a $\vec{v}$,
  - Sentido: O que marca o polgar da man dereita cando desprazamos a man de $\vec{u}$ a $\vec{v}$ polo camiño máis curto.
- Se $\vec{u}$ e $\vec{v}$ son linearmente dependentes, entón $\vec{u} \times \vec{v} = \vec{0}$. (Nótese que $\vec{u}$ e $\vec{v}$ son linearmente dependentes se algún deles é $\vec{0}$ ou se teñen a mesma dirección.)

Produto vectorial

Produto vectorial

O produto vectorial de dous vectores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ é outro vector, que se denota por $\vec{u} \times \vec{v}$, que se define do seguinte modo:

- Se $\vec{u}$ e $\vec{v}$ son linearmente independentes, $\vec{u}$ e $\vec{v}$ é o vector que ten as seguintes características:
  - Módulo: $|\vec{u} \times \vec{v}| = |\vec{u}||\vec{v}| \sin(\widehat{\vec{u}, \vec{v}})$,
  - Dirección: perpendicular a $\vec{u}$ e a $\vec{v}$,
  - Sentido: O que marca o polgar da man dereita cando desprazamos a man de $\vec{u}$ a $\vec{v}$ polo camiño máis curto.
- Se $\vec{u}$ e $\vec{v}$ son linearmente dependentes, entón $\vec{u} \times \vec{v} = \vec{0}$. (Nótese que $\vec{u}$ e $\vec{v}$ son linearmente dependentes se algún deles é $\vec{0}$ ou se teñen a mesma dirección.)

Produto vectorial

Produto vectorial

O produto vectorial de dous vectores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ é outro vector, que se denota por $\vec{u} \times \vec{v}$, que se define do seguinte modo:

- Se $\vec{u}$ e $\vec{v}$ son linearmente independentes, $\vec{u}$ e $\vec{v}$ é o vector que ten as seguintes características:
  - Módulo: $|\vec{u} \times \vec{v}| = |\vec{u}||\vec{v}| \sin(\widehat{\vec{u}, \vec{v}})$,
  - Dirección: perpendicular a $\vec{u}$ e a $\vec{v}$,
  - Sentido: O que marca o polgar da man dereita cando desprazamos a man de $\vec{u}$ a $\vec{v}$ polo camiño máis curto.
- Se $\vec{u}$ e $\vec{v}$ son linearmente dependentes, entón $\vec{u} \times \vec{v} = \vec{0}$. (Nótese que $\vec{u}$ e $\vec{v}$ son linearmente dependentes se algún deles é $\vec{0}$ ou se teñen a mesma dirección.)

Produto vectorial

Produto vectorial

O produto vectorial de dous vectores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ é outro vector, que se denota por $\vec{u} \times \vec{v}$, que se define do seguinte modo:

- Se $\vec{u}$ e $\vec{v}$ son linearmente independentes, $\vec{u}$ e $\vec{v}$ é o vector que ten as seguintes características:
  - Módulo: $|\vec{u} \times \vec{v}| = |\vec{u}||\vec{v}| \sin(\widehat{\vec{u}, \vec{v}})$,
  - Dirección: perpendicular a $\vec{u}$ e a $\vec{v}$,
  - Sentido: O que marca o polgar da man dereita cando desprazamos a man de $\vec{u}$ a $\vec{v}$ polo camiño máis curto.
- Se $\vec{u}$ e $\vec{v}$ son linearmente dependentes, entón $\vec{u} \times \vec{v} = \vec{0}$. (Nótese que $\vec{u}$ e $\vec{v}$ son linearmente dependentes se algún deles é $\vec{0}$ ou se teñen a mesma dirección.)

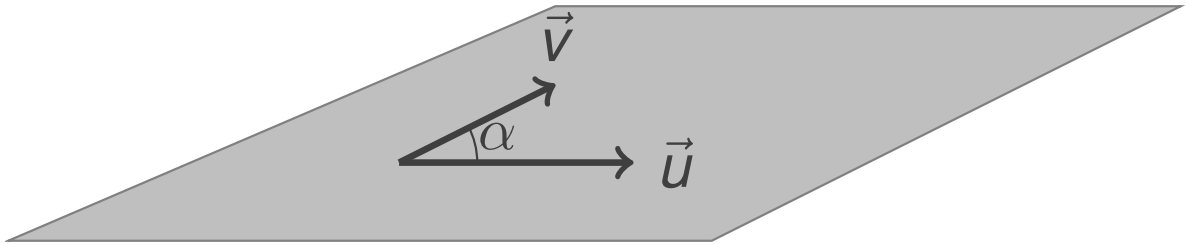
Produto vectorial

Produto vectorial

O produto vectorial de dous vectores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ é outro vector, que se denota por $\vec{u} \times \vec{v}$, que se define do seguinte modo:

- Se $\vec{u}$ e $\vec{v}$ son linearmente independentes, $\vec{u}$ e $\vec{v}$ é o vector que ten as seguintes características:
  - Módulo: $|\vec{u} \times \vec{v}| = |\vec{u}||\vec{v}| \sin(\widehat{\vec{u}, \vec{v}})$,
  - Dirección: perpendicular a $\vec{u}$ e a $\vec{v}$,
  - Sentido: O que marca o polgar da man dereita cando desprazamos a man de $\vec{u}$ a $\vec{v}$ polo camiño máis curto.
- Se $\vec{u}$ e $\vec{v}$ son linearmente dependentes, entón $\vec{u} \times \vec{v} = \vec{0}$. (Nótese que $\vec{u}$ e $\vec{v}$ son linearmente dependentes se algún deles é $\vec{0}$ ou se teñen a mesma dirección.)

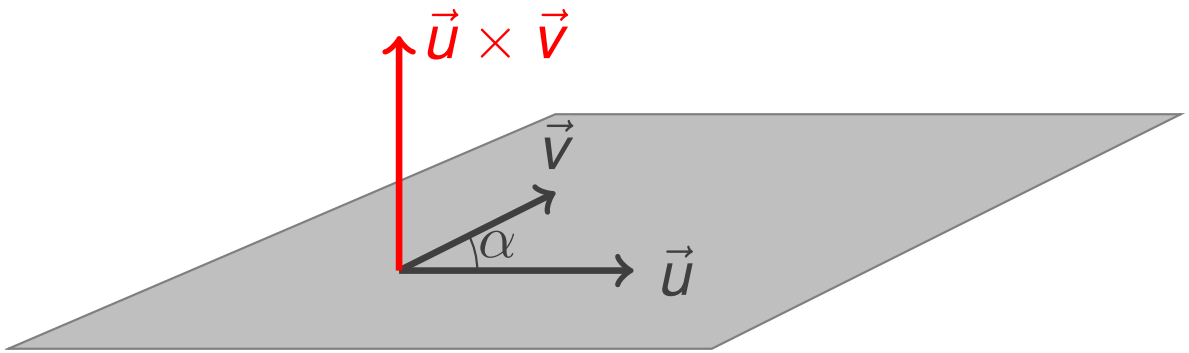
Produto vectorial: regra da man dereita



O módulo de $\vec{u} \times \vec{v}$ non está a escala real!!

FEITO FUNDAMENTAL: $\vec{u} \times \vec{v}$ é perpendicular a $\vec{u}$ e a $\vec{v}$.

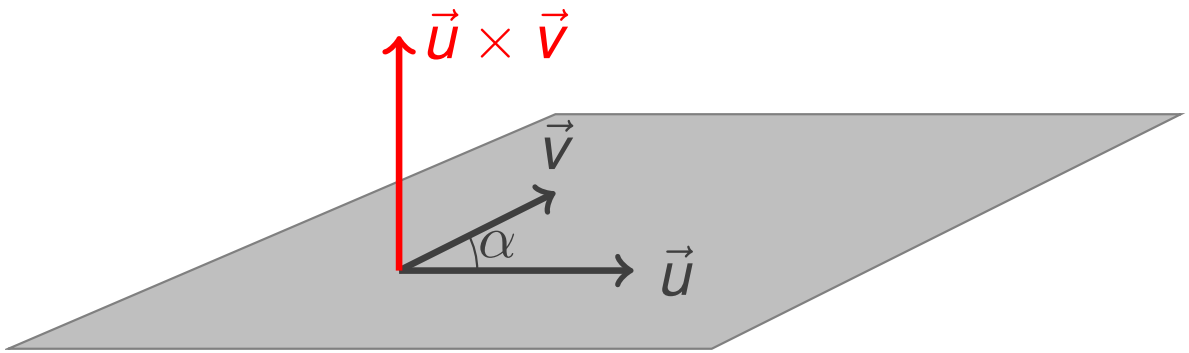
Produto vectorial: regra da man dereita



O módulo de $\vec{u} \times \vec{v}$ non está a escala real!!

FEITO FUNDAMENTAL: $\vec{u} \times \vec{v}$ é perpendicular a $\vec{u}$ e a $\vec{v}$.

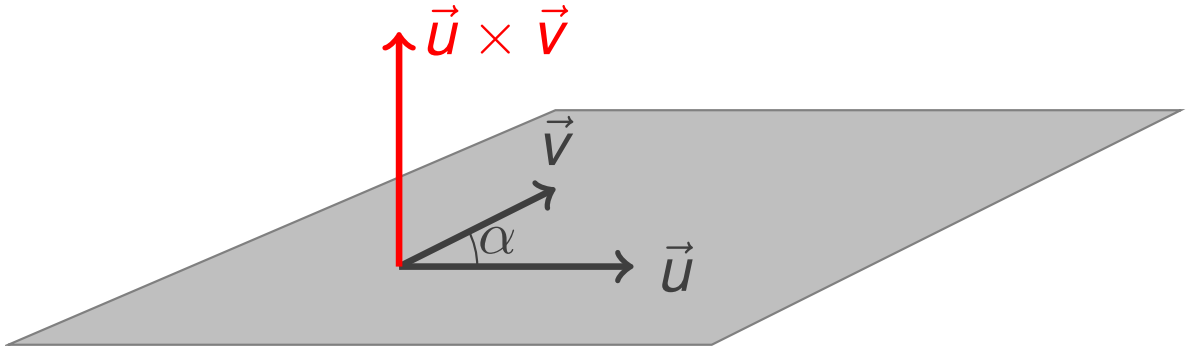
Produto vectorial: regra da man dereita



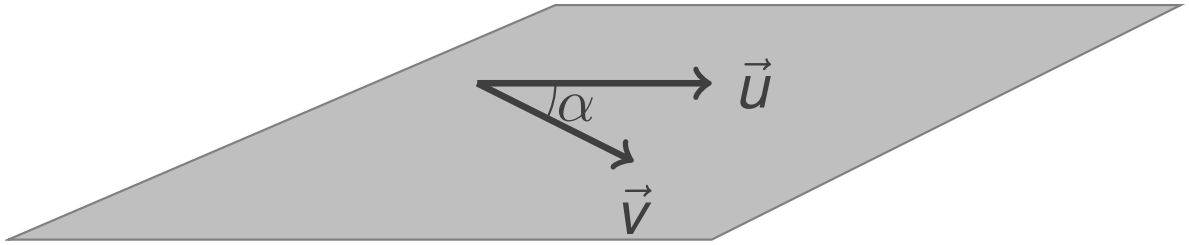
O módulo de $\vec{u} \times \vec{v}$ non está a escala real!!

FEITO FUNDAMENTAL: $\vec{u} \times \vec{v}$ é perpendicular a $\vec{u}$ e a $\vec{v}$.

Produto vectorial: regra da man dereita

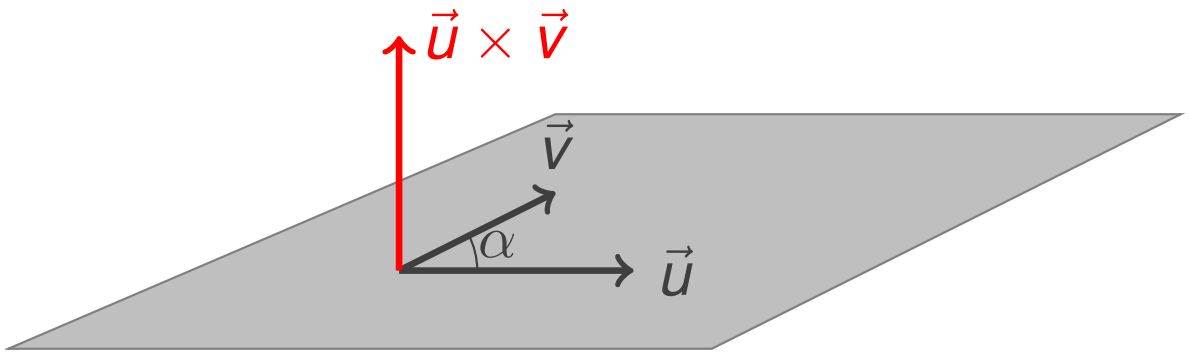


O módulo de $\vec{u} \times \vec{v}$ non está a escala real!!

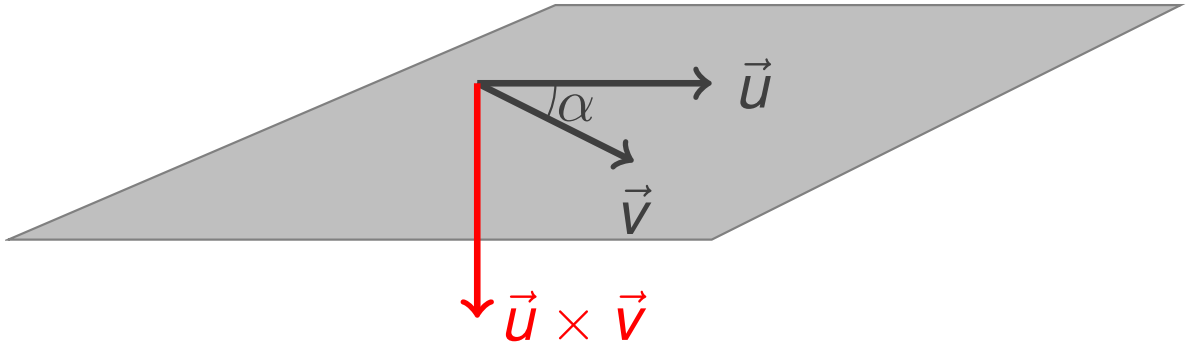


FEITO FUNDAMENTAL: $\vec{u} \times \vec{v}$ é perpendicular a $\vec{u}$ e a $\vec{v}$.

Produto vectorial: regra da man dereita

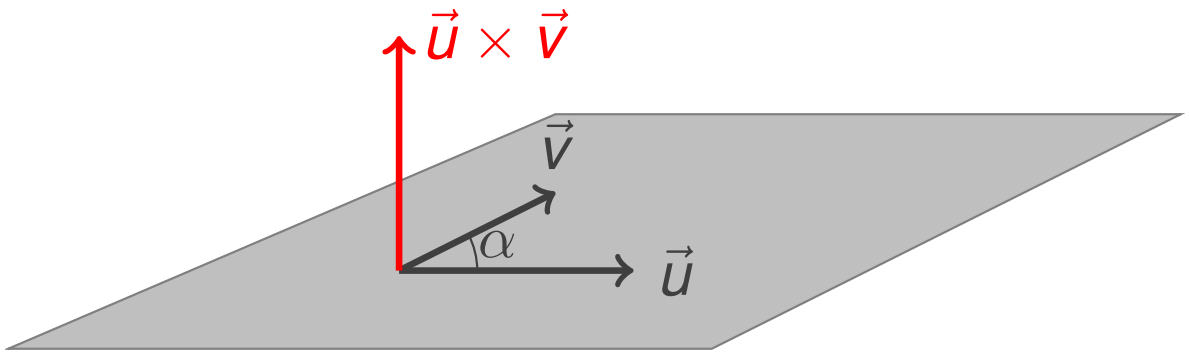


O módulo de $\vec{u} \times \vec{v}$ non está a escala real!!

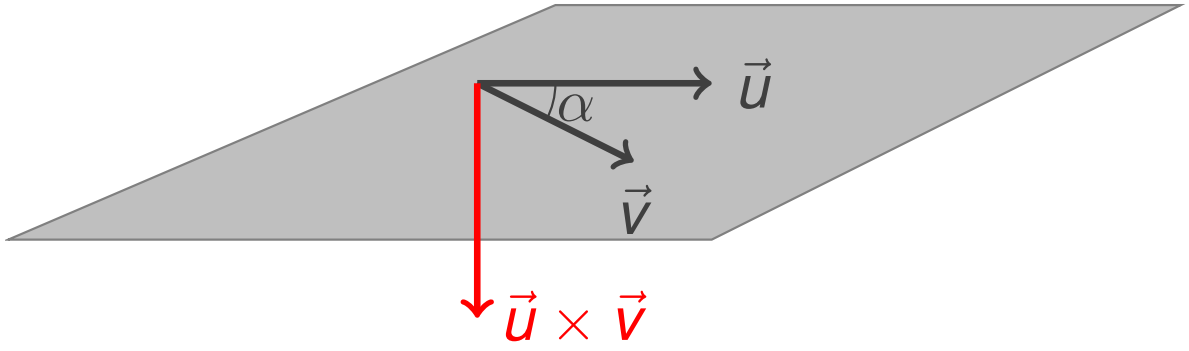


FEITO FUNDAMENTAL: $\vec{u} \times \vec{v}$ é perpendicular a $\vec{u}$ e a $\vec{v}$.

Produto vectorial: regra da man dereita



O módulo de $\vec{u} \times \vec{v}$ non está a escala real!!



FEITO FUNDAMENTAL: $\vec{u} \times \vec{v}$ é perpendicular a $\vec{u}$ e a $\vec{v}$.

Contidos

Propiedades

- $\vec{u} \times \vec{u} = \vec{0}$ para calquera vector $\vec{u}$;
- $\vec{u} \times \vec{v} = \vec{0}$ se $\vec{u}$ e $\vec{v}$ son paralelos;
- anticomutativa: $\vec{u} \times \vec{v} = -\vec{v} \times \vec{u}$;
- asociativa: $k(\vec{u} \times \vec{v}) = (k\vec{u}) \times \vec{v} = \vec{u} \times (k\vec{v})$ onde $k \in \mathbb{R}$;
- distributiva I: $\vec{u} \times (\vec{v} + \vec{w}) = \vec{u} \times \vec{v} + \vec{u} \times \vec{w}$.
- distributiva II: $(\vec{u} + \vec{v}) \times \vec{w}) = \vec{u} \times \vec{w} + \vec{v} \times \vec{w}$.

Propiedades

- $\vec{u} \times \vec{u} = \vec{0}$ para calquera vector $\vec{u}$;
- $\vec{u} \times \vec{v} = \vec{0}$ se $\vec{u}$ e $\vec{v}$ son paralelos;
- anticomutativa: $\vec{u} \times \vec{v} = -\vec{v} \times \vec{u}$;
- asociativa: $k(\vec{u} \times \vec{v}) = (k\vec{u}) \times \vec{v} = \vec{u} \times (k\vec{v})$ onde $k \in \mathbb{R}$;
- distributiva I: $\vec{u} \times (\vec{v} + \vec{w}) = \vec{u} \times \vec{v} + \vec{u} \times \vec{w}$.
- distributiva II: $(\vec{u} + \vec{v}) \times \vec{w}) = \vec{u} \times \vec{w} + \vec{v} \times \vec{w}$.

Propiedades

- $\vec{u} \times \vec{u} = \vec{0}$ para calquera vector $\vec{u}$;
- $\vec{u} \times \vec{v} = \vec{0}$ se $\vec{u}$ e $\vec{v}$ son paralelos;
- anticomutativa: $\vec{u} \times \vec{v} = -\vec{v} \times \vec{u}$;
- asociativa: $k(\vec{u} \times \vec{v}) = (k\vec{u}) \times \vec{v} = \vec{u} \times (k\vec{v})$ onde $k \in \mathbb{R}$;
- distributiva I: $\vec{u} \times (\vec{v} + \vec{w}) = \vec{u} \times \vec{v} + \vec{u} \times \vec{w}$.
- distributiva II: $(\vec{u} + \vec{v}) \times \vec{w}) = \vec{u} \times \vec{w} + \vec{v} \times \vec{w}$.

Propiedades

- $\vec{u} \times \vec{u} = \vec{0}$ para calquera vector $\vec{u}$;
- $\vec{u} \times \vec{v} = \vec{0}$ se $\vec{u}$ e $\vec{v}$ son paralelos;
- anticomutativa: $\vec{u} \times \vec{v} = -\vec{v} \times \vec{u}$;
- asociativa: $k(\vec{u} \times \vec{v}) = (k\vec{u}) \times \vec{v} = \vec{u} \times (k\vec{v})$ onde $k \in \mathbb{R}$;
- distributiva I: $\vec{u} \times (\vec{v} + \vec{w}) = \vec{u} \times \vec{v} + \vec{u} \times \vec{w}$.
- distributiva II: $(\vec{u} + \vec{v}) \times \vec{w}) = \vec{u} \times \vec{w} + \vec{v} \times \vec{w}$.

Propiedades

- $\vec{u} \times \vec{u} = \vec{0}$ para calquera vector $\vec{u}$;
- $\vec{u} \times \vec{v} = \vec{0}$ se $\vec{u}$ e $\vec{v}$ son paralelos;
- anticomutativa: $\vec{u} \times \vec{v} = -\vec{v} \times \vec{u}$;
- asociativa: $k(\vec{u} \times \vec{v}) = (k\vec{u}) \times \vec{v} = \vec{u} \times (k\vec{v})$ onde $k \in \mathbb{R}$;
- distributiva I: $\vec{u} \times (\vec{v} + \vec{w}) = \vec{u} \times \vec{v} + \vec{u} \times \vec{w}$.
- distributiva II: $(\vec{u} + \vec{v}) \times \vec{w}) = \vec{u} \times \vec{w} + \vec{v} \times \vec{w}$.

Propiedades

- $\vec{u} \times \vec{u} = \vec{0}$ para calquera vector $\vec{u}$;
- $\vec{u} \times \vec{v} = \vec{0}$ se $\vec{u}$ e $\vec{v}$ son paralelos;
- anticomutativa: $\vec{u} \times \vec{v} = -\vec{v} \times \vec{u}$;
- asociativa: $k(\vec{u} \times \vec{v}) = (k\vec{u}) \times \vec{v} = \vec{u} \times (k\vec{v})$ onde $k \in \mathbb{R}$;
- distributiva I: $\vec{u} \times (\vec{v} + \vec{w}) = \vec{u} \times \vec{v} + \vec{u} \times \vec{w}$.
- distributiva II: $(\vec{u} + \vec{v}) \times \vec{w}) = \vec{u} \times \vec{w} + \vec{v} \times \vec{w}$.

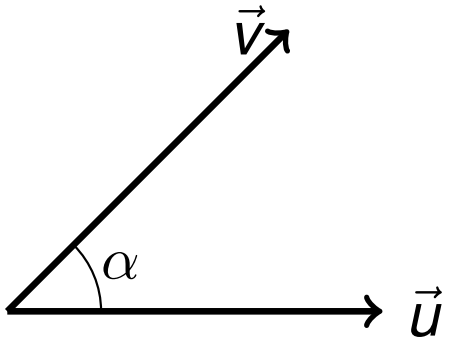
Produto vectorial: Aplicacións

O modulo do produto vectorial de dous vectores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ coincide coa área do paralelogramo determinado por eles.

A área do triángulo determinado polos vectores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ é $\frac{1}{2}|\vec{u} \times \vec{v}|$.

Produto vectorial: Aplicacións

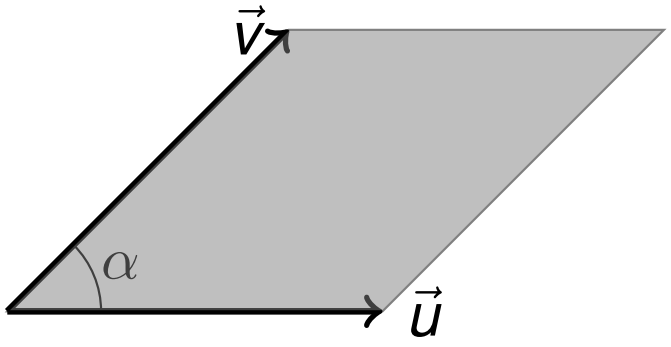
O modulo do produto vectorial de dous vectores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ coincide coa área do paralelogramo determinado por eles.



A área do triángulo determinado polos vectores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ é $\frac{1}{2}|\vec{u} \times \vec{v}|$.

Produto vectorial: Aplicacións

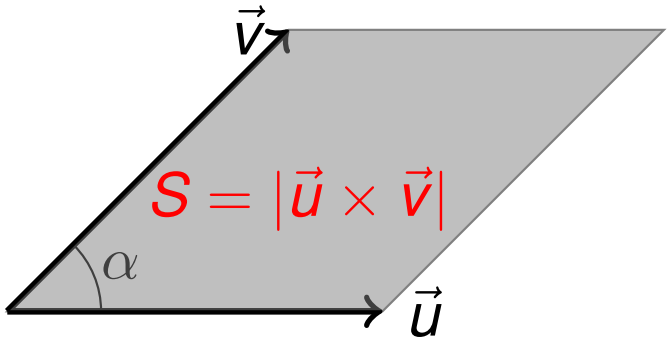
O modulo do produto vectorial de dous vectores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ coincide coa área do paralelogramo determinado por eles.



A área do triángulo determinado polos vectores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ é $\frac{1}{2}|\vec{u} \times \vec{v}|$.

Produto vectorial: Aplicacións

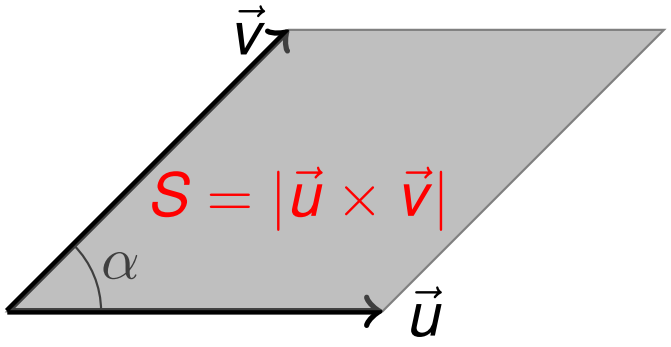
O modulo do produto vectorial de dous vectores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ coincide coa área do paralelogramo determinado por eles.



A área do triángulo determinado polos vectores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ é $\frac{1}{2}|\vec{u} \times \vec{v}|$.

Produto vectorial: Aplicacións

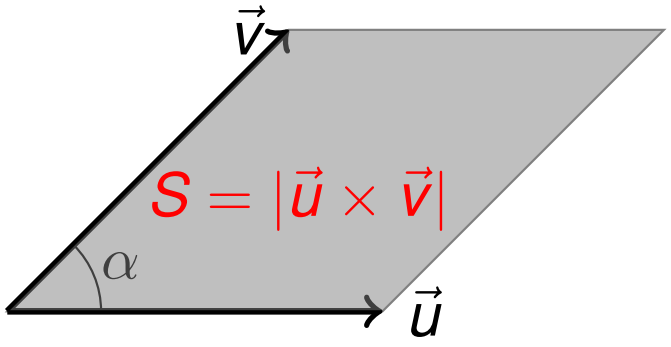
O modulo do produto vectorial de dous vectores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ coincide coa área do paralelogramo determinado por eles.



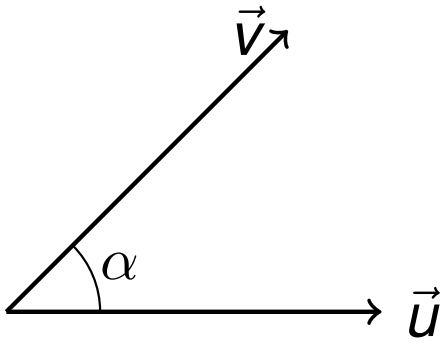
A área do triángulo determinado polos vectores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ é $\frac{1}{2}|\vec{u} \times \vec{v}|$.

Produto vectorial: Aplicacións

O modulo do produto vectorial de dous vectores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ coincide coa área do paralelogramo determinado por eles.

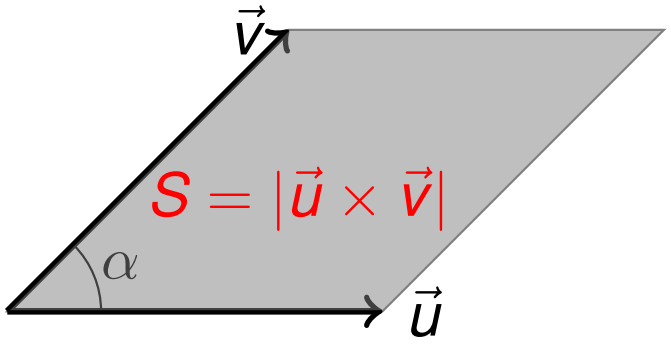


A área do triángulo determinado polos vectores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ é $\frac{1}{2}|\vec{u} \times \vec{v}|$.

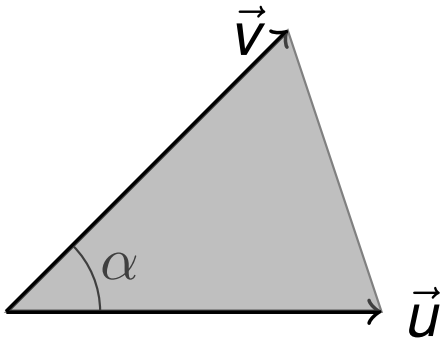


Produto vectorial: Aplicacións

O modulo do produto vectorial de dous vectores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ coincide coa área do paralelogramo determinado por eles.

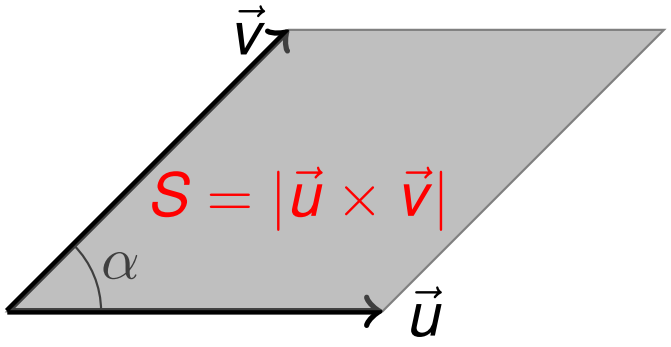


A área do triángulo determinado polos vectores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ é $\frac{1}{2}|\vec{u} \times \vec{v}|$.

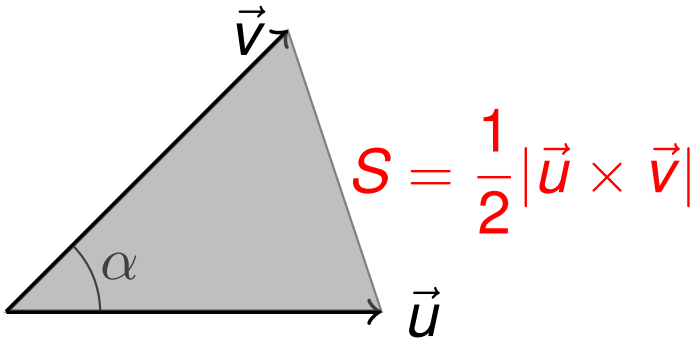


Produto vectorial: Aplicacións

O modulo do produto vectorial de dous vectores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ coincide coa área do paralelogramo determinado por eles.



A área do triángulo determinado polos vectores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ é $\frac{1}{2}|\vec{u} \times \vec{v}|$.



Produto vectorial

A expresión analítica do produto vectorial de dous vectores $\vec{u} = (x_1, y_1, z_1)$ e $\vec{v} = (x_2, y_2, z_2)$ obtense da seguinte forma:

$$\vec{u} \times \vec{v} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix}$$

Desenvolvendo pola primeria fila queda:

$$\vec{u} \times \vec{v} = \left(\begin{vmatrix} y_1 & z_1 \\ y_2 & z_2 \end{vmatrix}, - \begin{vmatrix} x_1 & z_1 \\ x_2 & z_2 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix} \right)$$

Se $\vec{u} \neq \vec{0}$ e $\vec{v} \neq \vec{0}$ entón $\vec{u} \times \vec{v} \perp \vec{u}$ e $\vec{u} \times \vec{v} \perp \vec{v}$.

Produto vectorial

A expresión analítica do produto vectorial de dous vectores $\vec{u} = (x_1, y_1, z_1)$ e $\vec{v} = (x_2, y_2, z_2)$ obtense da seguinte forma:

$$\vec{u} \times \vec{v} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix}$$

Desenvolvendo pola primeria fila queda:

$$\vec{u} \times \vec{v} = \left(\begin{vmatrix} y_1 & z_1 \\ y_2 & z_2 \end{vmatrix}, - \begin{vmatrix} x_1 & z_1 \\ x_2 & z_2 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix} \right)$$

Se $\vec{u} \neq \vec{0}$ e $\vec{v} \neq \vec{0}$ entón $\vec{u} \times \vec{v} \perp \vec{u}$ e $\vec{u} \times \vec{v} \perp \vec{v}$.

Produto vectorial

A expresión analítica do produto vectorial de dous vectores $\vec{u} = (x_1, y_1, z_1)$ e $\vec{v} = (x_2, y_2, z_2)$ obtense da seguinte forma:

$$\vec{u} \times \vec{v} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix}$$

Desenvolvendo pola primeria fila queda:

$$\vec{u} \times \vec{v} = \left(\begin{vmatrix} y_1 & z_1 \\ y_2 & z_2 \end{vmatrix}, - \begin{vmatrix} x_1 & z_1 \\ x_2 & z_2 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix} \right)$$

Se $\vec{u} \neq \vec{0}$ e $\vec{v} \neq \vec{0}$ entón $\vec{u} \times \vec{v} \perp \vec{u}$ e $\vec{u} \times \vec{v} \perp \vec{v}$.

Produto vectorial

A expresión analítica do produto vectorial de dous vectores $\vec{u} = (x_1, y_1, z_1)$ e $\vec{v} = (x_2, y_2, z_2)$ obtense da seguinte forma:

$$\vec{u} \times \vec{v} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix}$$

Desenvolvendo pola primeria fila queda:

$$\vec{u} \times \vec{v} = \left(\begin{vmatrix} y_1 & z_1 \\ y_2 & z_2 \end{vmatrix}, - \begin{vmatrix} x_1 & z_1 \\ x_2 & z_2 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix} \right)$$

Se $\vec{u} \neq \vec{0}$ e $\vec{v} \neq \vec{0}$ entón $\vec{u} \times \vec{v} \perp \vec{u}$ e $\vec{u} \times \vec{v} \perp \vec{v}$.

Contidos

Produto mixto

Produto mixto

Chámase produto mixto de tres vectores $\vec{u}$, $\vec{v}$ e $\vec{w}$, e denótase por $[\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}]$, ao número que se obtén do cálculo

$$[\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}] = \vec{u} \cdot (\vec{v} \times \vec{w}).$$

A expresión analítica do produto mixto de tres vectores $\vec{u} = (x_1, y_1, z_1)$, $\vec{v} = (x_2, y_2, z_2)$ e $\vec{w} = (x_3, y_3, z_3)$ obtense da seguinte forma:

$$[\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}] = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{vmatrix}$$

Produto mixto

Produto mixto

Chámase produto mixto de tres vectores $\vec{u}$, $\vec{v}$ e $\vec{w}$, e denótase por $[\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}]$, ao número que se obtén do cálculo

$$[\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}] = \vec{u} \cdot (\vec{v} \times \vec{w}).$$

A expresión analítica do produto mixto de tres vectores $\vec{u} = (x_1, y_1, z_1)$, $\vec{v} = (x_2, y_2, z_2)$ e $\vec{w} = (x_3, y_3, z_3)$ obtense da seguinte forma:

$$[\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}] = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{vmatrix}$$

Contidos

Propiedades

$$[\vec{u},\vec{v},\vec{w}] = [\vec{v},\vec{w},\vec{u}] = [\vec{w},\vec{u},\vec{v}] = -[\vec{w},\vec{v},\vec{u}] = -[\vec{v},\vec{u},\vec{w}] = -[\vec{u},\vec{w},\vec{v}]$$

- $[\vec{u},\vec{v},\vec{w}] = 0$ se e só se $\vec{u},\vec{v},\vec{w}$ son linearmente dependentes.
- $[x\vec{u},y\vec{v},z\vec{w}] = xyz[\vec{u},\vec{v},\vec{w}]$ onde $x,y,z \in \mathbb{R}$.

Se lembramos as propiedades dos determinates lembramos as anteriores propiedades.

Propiedades

$[\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}] = [\vec{v}, \vec{w}, \vec{u}] = [\vec{w}, \vec{u}, \vec{v}] = -[\vec{w}, \vec{v}, \vec{u}] = -[\vec{v}, \vec{u}, \vec{w}] = -[\vec{u}, \vec{w}, \vec{v}]$

- $[\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}] = 0$ se e só se $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ son linearmente dependentes.
- $[x\vec{u}, y\vec{v}, z\vec{w}] = xyz[\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}]$ onde $x, y, z \in \mathbb{R}$.

Se lembramos as propiedades dos determinates lembramos as anteriores propiedades.

Propiedades

$[\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}] = [\vec{v}, \vec{w}, \vec{u}] = [\vec{w}, \vec{u}, \vec{v}] = -[\vec{w}, \vec{v}, \vec{u}] = -[\vec{v}, \vec{u}, \vec{w}] = -[\vec{u}, \vec{w}, \vec{v}]$

- $[\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}] = 0$ se e só se $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ son linearmente dependentes.
- $[x\vec{u}, y\vec{v}, z\vec{w}] = xyz[\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}]$ onde $x, y, z \in \mathbb{R}$.

Se lembramos as propiedades dos determinates lembramos as anteriores propiedades.

Propiedades

$[\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}] = [\vec{v}, \vec{w}, \vec{u}] = [\vec{w}, \vec{u}, \vec{v}] = -[\vec{w}, \vec{v}, \vec{u}] = -[\vec{v}, \vec{u}, \vec{w}] = -[\vec{u}, \vec{w}, \vec{v}]$

- $[\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}] = 0$ se e só se $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ son linearmente dependentes.
- $[x\vec{u}, y\vec{v}, z\vec{w}] = xyz[\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}]$ onde $x, y, z \in \mathbb{R}$.

Se lembramos as propiedades dos determinates lembramos as anteriores propiedades.

Produto mixto: volume dun paralelepípedo

O volume do paralelepípedo determinado por tres vectores $\vec{u}$, $\vec{v}$ e $\vec{w}$, é

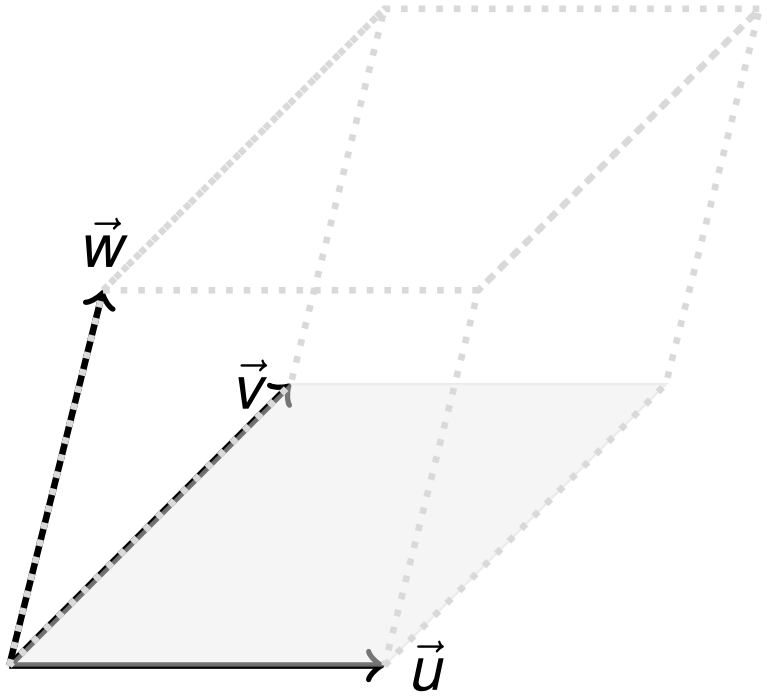
$$V = |[\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}]| = |\vec{u} \cdot (\vec{v} \times \vec{w})|.$$

$$V = |[\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}]|$$

Produto mixto: volume dun paralelepípedo

O volume do paralelepípedo determinado por tres vectores $\vec{u}$, $\vec{v}$ e $\vec{w}$, é

$$V = |[\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}]| = |\vec{u} \cdot (\vec{v} \times \vec{w})|.$$

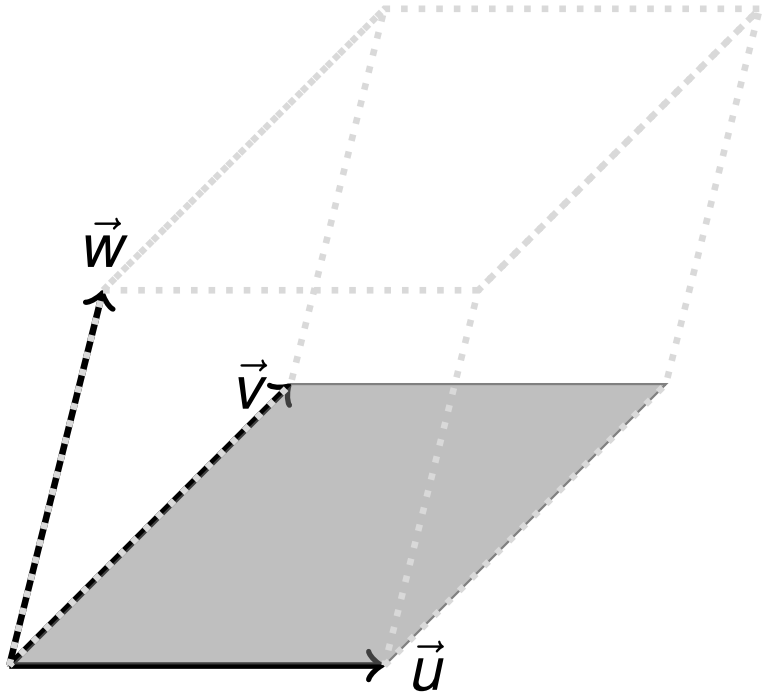


$$V = |[\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}]|$$

Produto mixto: volume dun paralelepípedo

O volume do paralelepípedo determinado por tres vectores $\vec{u}$, $\vec{v}$ e $\vec{w}$, é

$$V = |[\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}]| = |\vec{u} \cdot (\vec{v} \times \vec{w})|.$$

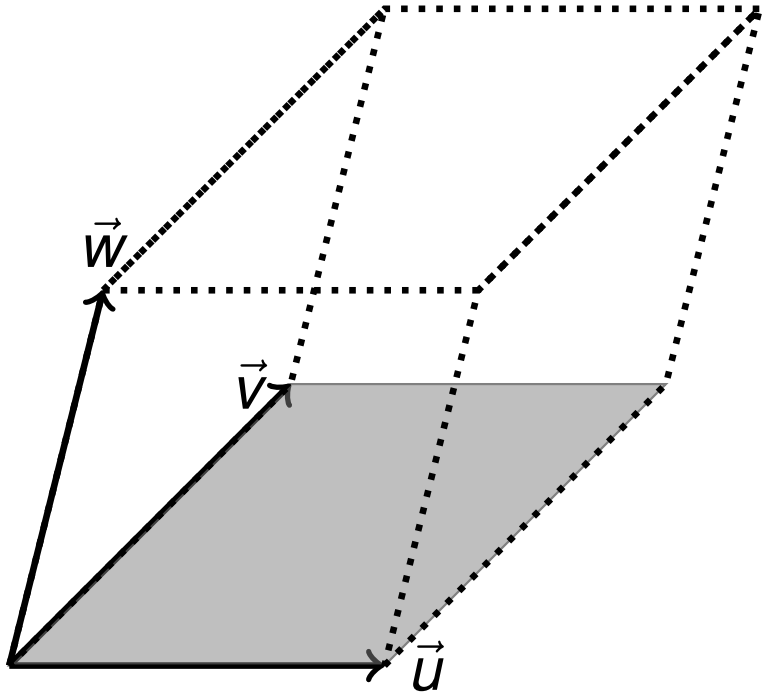


$$V = |[\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}]|$$

Produto mixto: volume dun paralelepípedo

O volume do paralelepípedo determinado por tres vectores $\vec{u}$, $\vec{v}$ e $\vec{w}$, é

$$V = |[\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}]| = |\vec{u} \cdot (\vec{v} \times \vec{w})|.$$

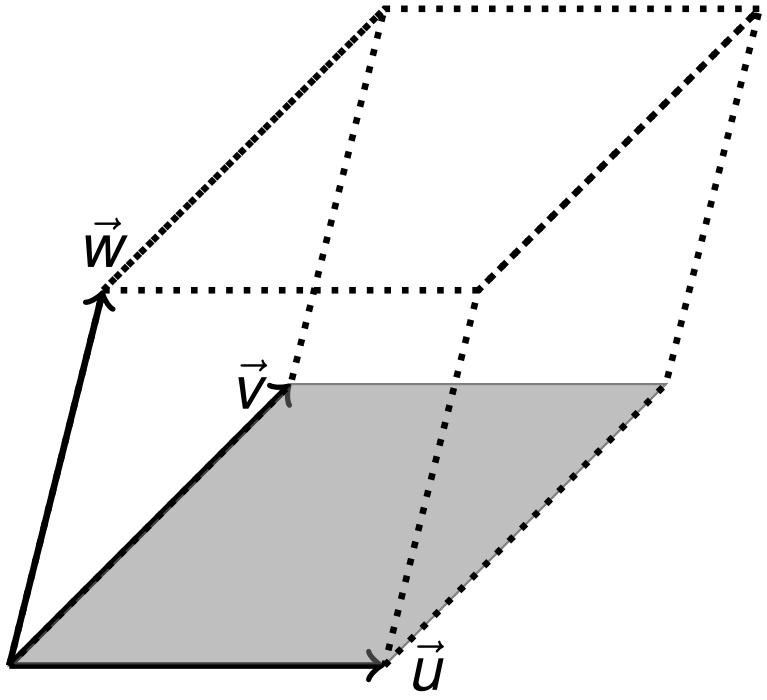


$$V = |[\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}]|$$

Produto mixto: volume dun paralelepípedo

O volume do paralelepípedo determinado por tres vectores $\vec{u}$, $\vec{v}$ e $\vec{w}$, é

$$V = |[\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}]| = |\vec{u} \cdot (\vec{v} \times \vec{w})|.$$



$$V = |[\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}]|$$

Produto mixto: volume dun tetraedro

O volume do tetraedro determinado por tres vectores $\vec{u}, \vec{v}$ e $\vec{w}$, é

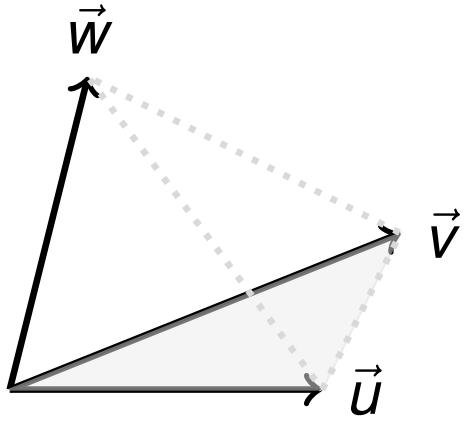
$$V = \frac{1}{6}|[\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}]| = \frac{1}{6}|\vec{u} \cdot (\vec{v} \times \vec{w})|.$$

$$V = \frac{1}{6}|[\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}]|$$

Produto mixto: volume dun tetraedro

O volume do tetraedro determinado por tres vectores $\vec{u}, \vec{v}$ e $\vec{w}$, é

$$V = \frac{1}{6}|[\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}]| = \frac{1}{6}|\vec{u} \cdot (\vec{v} \times \vec{w})|.$$

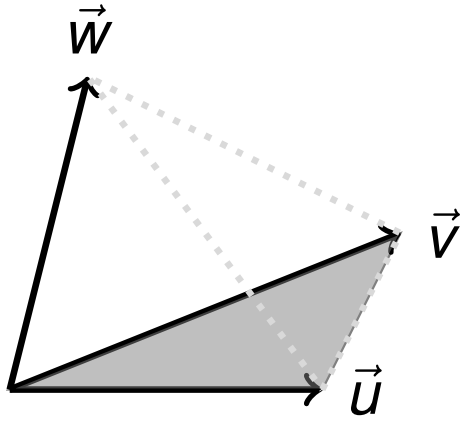


$$V = \frac{1}{6}|[\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}]|$$

Produto mixto: volume dun tetraedro

O volume do tetraedro determinado por tres vectores $\vec{u}, \vec{v}$ e $\vec{w}$, é

$$V = \frac{1}{6}|[\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}]| = \frac{1}{6}|\vec{u} \cdot (\vec{v} \times \vec{w})|.$$

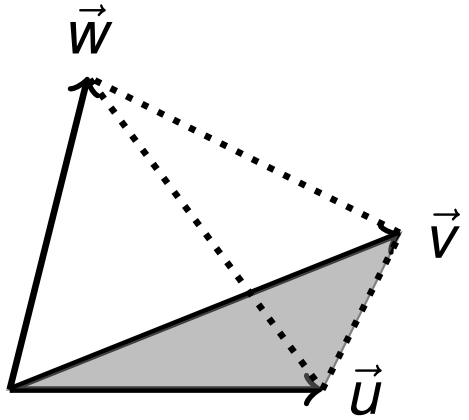


$$V = \frac{1}{6}|[\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}]|$$

Produto mixto: volume dun tetraedro

O volume do tetraedro determinado por tres vectores $\vec{u}, \vec{v}$ e $\vec{w}$, é

$$V = \frac{1}{6}|[\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}]| = \frac{1}{6}|\vec{u} \cdot (\vec{v} \times \vec{w})|.$$

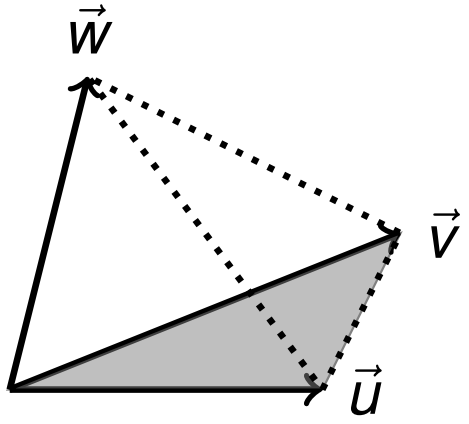


$$V = \frac{1}{6}|[\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}]|$$

Produto mixto: volume dun tetraedro

O volume do tetraedro determinado por tres vectores $\vec{u}, \vec{v}$ e $\vec{w}$, é

$$V = \frac{1}{6}|[\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}]| = \frac{1}{6}|\vec{u} \cdot (\vec{v} \times \vec{w})|.$$



$$V = \frac{1}{6}|[\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}]|$$