MATEMÁTICAS II
SISTEMAS DE ECUACIÓNS

Manuel Fernández López

IES María Sarmiento
Misericordia 58
Viveiro, Lugo

December 2, 2015

Outline

Ecuación lineal

Unha ecuación lineal, con n incógnitas, é unha ecuación da forma

$$a_1x_1 + a_2 + x_2 + \cdots + a_nx_n = b.$$

Os x_i chámanse incógnitas, os a_i coeficientes e b o termo independente.

$x + y - z = 0$, $2x - y + z - t = 3$ son ecuacións lineais

$x^2 + y^2 = 1$, $2\sqrt{x} - y = 3$ non son ecuacións lineais

Nesta unidade non imos tratar ecuacións non lineais.

Ecuacións lineais

Ecuación lineal

Unha ecuación lineal, con n incógnitas, é unha ecuación da forma

$$a_1x_1 + a_2 + x_2 + \cdots + a_nx_n = b.$$

Os x_i chámanse incógnitas, os a_i coeficientes e b o termo independente.

$x + y - z = 0$, $2x - y + z - t = 3$ son ecuacións lineais

$x^2 + y^2 = 1$, $2\sqrt{x} - y = 3$ non son ecuacións lineais

Nesta unidade non imos tratar ecuacións non lineais.

Ecuacións lineais

Ecuación lineal

Unha ecuación lineal, con n incógnitas, é unha ecuación da forma

$$a_1 x_1 + a_2 + x_2 + \cdots + a_n x_n = b.$$

Os x_i chámanse incógnitas, os a_i coeficientes e b o termo independente.

$x + y - z = 0$, $2x - y + z - t = 3$ son ecuacións lineais

$x^2 + y^2 = 1$, $2\sqrt{x} - y = 3$ non son ecuacións lineais

Nesta unidade non imos tratar ecuacións non lineais.

Ecuacións lineais

Ecuación lineal

Unha ecuación lineal, con n incógnitas, é unha ecuación da forma

$$a_1 x_1 + a_2 + x_2 + \cdots + a_n x_n = b.$$

Os x_i chámanse incógnitas, os a_i coeficientes e b o termo independente.

$x + y - z = 0$, $2x - y + z - t = 3$ son ecuacións lineais

$x^2 + y^2 = 1$, $2\sqrt{x} - y = 3$ non son ecuacións lineais

Nesta unidade non imos tratar ecuacións non lineais.

Ecuacións lineais

Ecuación lineal

Unha ecuación lineal, con n incógnitas, é unha ecuación da forma

$$a_1 x_1 + a_2 + x_2 + \cdots + a_n x_n = b.$$

Os x_i chámanse incógnitas, os a_i coeficientes e b o termo independente.

$x + y - z = 0$, $2x - y + z - t = 3$ son ecuacións lineais

$x^2 + y^2 = 1$, $2\sqrt{x} - y = 3$ non son ecuacións lineais

Nesta unidade non imos tratar ecuacións non lineais.

Sistema de ecuacións lineais

Sistema de cuacións lineais

Un sistema de m ecuacións lineais con n incógnitas escríbese de forma xenérica como

$$\left\{\begin{array}{ccccccccc} a_{11}x_1 & + & a_{12}x_2 & + & \cdots & + & a_{1n}x_n & = & b_1 \\ a_{21}x_1 & + & a_{22}x_2 & + & \cdots & + & a_{2n}x_n & = & b_2 \\ \cdots & & \cdots & & \cdots & & \cdots & = & \cdots \\ a_{m1}x_1 & + & a_{m2}x_2 & + & \cdots & + & a_{mn}x_n & = & b_m \end{array}\right.$$

Os x_i chámanse incógnitas, os a_{ij} coeficientes e os b_i termos independentes.

Exemplos:

$$\left\{\begin{array}{ccccccc} 2x & + & 3y & + & z & = & 1 \\ x & - & 2y & - & z & = & 7 \end{array}\right. \qquad \left\{\begin{array}{ccccccc} 2x & + & 3y & + & z & = & 1 \\ x & - & 2y & - & z & = & 7 \\ x & + & y & + & z & = & 0 \end{array}\right.$$

Sistema de ecuacións lineais

Sistema de cuacións lineais

Un sistema de m ecuacións lineais con n incógnitas escríbese de forma xenérica como

$$\left\{\begin{array}{ccccccccc} a_{11}x_1 & + & a_{12}x_2 & + & \cdots & + & a_{1n}x_n & = & b_1 \\ a_{21}x_1 & + & a_{22}x_2 & + & \cdots & + & a_{2n}x_n & = & b_2 \\ \cdots & & \cdots & & \cdots & & \cdots & = & \cdots \\ a_{m1}x_1 & + & a_{m2}x_2 & + & \cdots & + & a_{mn}x_n & = & b_m \end{array}\right.$$

Os x_i chámanse incógnitas, os a_{ij} coeficientes e os b_i termos independentes.

Exemplos:

$$\left\{\begin{array}{ccccccc} 2x & + & 3y & + & z & = & 1 \\ x & - & 2y & - & z & = & 7 \end{array}\right. \qquad \left\{\begin{array}{ccccccc} 2x & + & 3y & + & z & = & 1 \\ x & - & 2y & - & z & = & 7 \\ x & + & y & + & z & = & 0 \end{array}\right.$$

Sistema de cuacións lineais

Un sistema de m ecuacións lineais con n incógnitas escríbese de forma xenérica como

$$\left\{\begin{array}{ccccccccc} a_{11}x_1 & + & a_{12}x_2 & + & \cdots & + & a_{1n}x_n & = & b_1 \\ a_{21}x_1 & + & a_{22}x_2 & + & \cdots & + & a_{2n}x_n & = & b_2 \\ \cdots & & \cdots & & \cdots & & \cdots & = & \cdots \\ a_{m1}x_1 & + & a_{m2}x_2 & + & \cdots & + & a_{mn}x_n & = & b_m \end{array}\right.$$

Os x_i chámanse incógnitas, os a_{ij} coeficientes e os b_i termos independentes.

Exemplos:

$$\left\{\begin{array}{ccccccc} 2x & + & 3y & + & z & = & 1 \\ x & - & 2y & - & z & = & 7 \end{array}\right. \qquad \left\{\begin{array}{ccccccc} 2x & + & 3y & + & z & = & 1 \\ x & - & 2y & - & z & = & 7 \\ x & + & y & + & z & = & 0 \end{array}\right.$$

Notación matricial

O sistema

$$\begin{cases} a_{11}x_1 & + & a_{12}x_2 & + & \cdots & + & a_{1n}x_n & = & b_1 \\ a_{21}x_1 & + & a_{22}x_2 & + & \cdots & + & a_{2n}x_n & = & b_2 \\ \cdots & & \cdots & & \cdots & & \cdots & = & \cdots \\ a_{m1}x_1 & + & a_{m2}x_2 & + & \cdots & + & a_{mn}x_n & = & b_m \end{cases}$$

pode escribirse como

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdots \\ x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \cdots \\ b_m \end{pmatrix}$$

Abreviadamente escribimos $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$.

Notación matricial

O sistema

$$\left\{\begin{array}{ccccccccc} a_{11}x_1 & + & a_{12}x_2 & + & \cdots & + & a_{1n}x_n & = & b_1 \\ a_{21}x_1 & + & a_{22}x_2 & + & \cdots & + & a_{2n}x_n & = & b_2 \\ \cdots & & \cdots & & \cdots & & \cdots & = & \cdots \\ a_{m1}x_1 & + & a_{m2}x_2 & + & \cdots & + & a_{mn}x_n & = & b_m \end{array}\right.$$

pode escribirse como

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdots \\ x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \cdots \\ b_m \end{pmatrix}$$

Abreviadamente escribimos $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$.

Notación matricial

O sistema

$$\left\{\begin{array}{ccccccccc} a_{11}x_1 & + & a_{12}x_2 & + & \cdots & + & a_{1n}x_n & = & b_1 \\ a_{21}x_1 & + & a_{22}x_2 & + & \cdots & + & a_{2n}x_n & = & b_2 \\ \cdots & & \cdots & & \cdots & & \cdots & = & \cdots \\ a_{m1}x_1 & + & a_{m2}x_2 & + & \cdots & + & a_{mn}x_n & = & b_m \end{array}\right.$$

pode escribirse como

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdots \\ x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \cdots \\ b_m \end{pmatrix}$$

Abreviadamente escribimos $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$.

Notación matricial: exemplos

O sistema

$$\left\{\begin{array}{rcrcrcr} 2x & + & 3y & + & z & = & 1 \\ x & - & 2y & - & z & = & 7 \end{array}\right.$$

pode escribirse como

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & -2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 7 \end{pmatrix}$$

O sistema

$$\left\{\begin{array}{rcrcrcr} 2x & + & 3y & + & z & = & 1 \\ x & - & 2y & - & z & = & 7 \\ x & + & y & + & z & = & 0 \end{array}\right.$$

pode escribirse como

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & -2 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 7 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Notación matricial: exemplos

O sistema

$$\left\{\begin{array}{rcrcrcr} 2x & + & 3y & + & z & = & 1 \\ x & - & 2y & - & z & = & 7 \end{array}\right.$$

pode escribirse como

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & -2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 7 \end{pmatrix}$$

O sistema

$$\left\{\begin{array}{rcrcrcr} 2x & + & 3y & + & z & = & 1 \\ x & - & 2y & - & z & = & 7 \\ x & + & y & + & z & = & 0 \end{array}\right.$$

pode escribirse como

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & -2 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 7 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Notación por columnas

O sistema

$$\left\{\begin{array}{ccccccccc} a_{11}x_1 & + & a_{12}x_2 & + & \cdots & + & a_{1n}x_n & = & b_1 \\ a_{21}x_1 & + & a_{22}x_2 & + & \cdots & + & a_{2n}x_n & = & b_2 \\ \cdots & & \cdots & & \cdots & & \cdots & = & \cdots \\ a_{m1}x_1 & + & a_{m2}x_2 & + & \cdots & + & a_{mn}x_n & = & b_m \end{array}\right.$$

pode escribirse como

$$x_1 \begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \cdots \\ a_{m1} \end{pmatrix} + x_2 \begin{pmatrix} a_{12} \\ a_{22} \\ \cdots \\ a_{m2} \end{pmatrix} + \cdots + x_n \begin{pmatrix} a_{m1} \\ a_{m2} \\ \cdots \\ a_{mn} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \cdots \\ b_m \end{pmatrix}$$

O sistema ten solución $\Leftrightarrow$ **b** é combinación lineal de $\mathbf{C_1}, \mathbf{C_2}, \cdots, \mathbf{C_m}$.

Notación por columnas

O sistema

$$\left\{\begin{array}{ccccccccc} a_{11}x_1 & + & a_{12}x_2 & + & \cdots & + & a_{1n}x_n & = & b_1 \\ a_{21}x_1 & + & a_{22}x_2 & + & \cdots & + & a_{2n}x_n & = & b_2 \\ \cdots & & \cdots & & \cdots & & \cdots & = & \cdots \\ a_{m1}x_1 & + & a_{m2}x_2 & + & \cdots & + & a_{mn}x_n & = & b_m \end{array}\right.$$

pode escribirse como

$$x_1 \begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \cdots \\ a_{m1} \end{pmatrix} + x_2 \begin{pmatrix} a_{12} \\ a_{22} \\ \cdots \\ a_{m2} \end{pmatrix} + \cdots + x_n \begin{pmatrix} a_{m1} \\ a_{m2} \\ \cdots \\ a_{mn} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \cdots \\ b_m \end{pmatrix}$$

O sistema ten solución $\Leftrightarrow$ **b** é combinación lineal de $\mathbf{C_1}, \mathbf{C_2}, \cdots, \mathbf{C_m}$.

Clasificación dos sistemas segundo o número de solucións

Os sistemas de ecuacións clasifícanse segundo o número de solucións en

Clasificación

$$\left\{\begin{array}{l} \begin{array}{c}\text{Compatibles}\\ \text{(se teñen solución)}\end{array} \left\{\begin{array}{c} \text{Compatibles determinados}\\ \text{(se teñen unha única solución)}\\[1ex] \text{Compatibles indeterminados}\\ \text{(se teñen infinitas solucións)} \end{array}\right.\\[6ex] \begin{array}{c}\text{Incompatibles}\\ \text{(se non teñen solución)}\end{array} \end{array}\right.$$

Clasificación dos sistemas segundo o número de solucións

Os sistemas de ecuacións clasifícanse segundo o número de solucións en

Clasificación

$$\begin{cases} \begin{array}{c}\text{Compatibles} \\ \text{(se teñen solución)}\end{array} & \begin{cases} \begin{array}{c}\text{Compatibles determinados} \\ \text{(se teñen unha única solución)}\end{array} \\ \begin{array}{c}\text{Compatibles indeterminados} \\ \text{(se teñen infinitas solucións)}\end{array} \end{cases} \\ \\ \begin{array}{c}\text{Incompatibles} \\ \text{(se non teñen solución)}\end{array} & \end{cases}$$

Clasificación dos sistemas segundo o número de solucións

Os sistemas de ecuacións clasifícanse segundo o número de solucións en

Clasificación

$$
\left\{
\begin{array}{c}
\text{Compatibles} \\
\text{(se teñen solución)}
\end{array}
\left\{
\begin{array}{c}
\text{Compatibles determinados} \\
\text{(se teñen unha única solución)} \\
\\
\text{Compatibles indeterminados} \\
\text{(se teñen infinitas solucións)}
\end{array}
\right.
\right.
\\
\begin{array}{c}
\text{Incompatibles} \\
\text{(se non teñen solución)}
\end{array}
$$

Clasificación dos sistemas segundo o número de solucións: exemplos

O sistema $\left\{\begin{array}{rcrcr} x & + & y & = & 1 \\ x & + & y & = & 2 \end{array}\right.$ é incompatible (dúas rectas no plano paralelas e distintas).

O sistema $\left\{\begin{array}{rcrcr} x & + & y & = & 0 \\ x & - & y & = & 0 \end{array}\right.$ é compatible determinado (dúas rectas no plano que se cortan nun punto).

O sistema $\left\{\begin{array}{rcrcr} x & + & y & = & 1 \\ 2x & + & 2y & = & 2 \end{array}\right.$ é compatible indeterminado (dúas rectas no plano coincidentes).

Clasificación dos sistemas segundo o número de solucións: exemplos

O sistema $\left\{\begin{array}{rcrcr} x & + & y & = & 1 \\ x & + & y & = & 2 \end{array}\right.$ é incompatible (dúas rectas no plano paralelas e distintas).

O sistema $\left\{\begin{array}{rcrcr} x & + & y & = & 0 \\ x & - & y & = & 0 \end{array}\right.$ é compatible determinado (dúas rectas no plano que se cortan nun punto).

O sistema $\left\{\begin{array}{rcrcr} x & + & y & = & 1 \\ 2x & + & 2y & = & 2 \end{array}\right.$ é compatible indeterminado (dúas rectas no plano coincidentes).

Clasificación dos sistemas segundo o número de solucións: exemplos

O sistema $\left\{\begin{array}{rcrcr} x & + & y & = & 1 \\ x & + & y & = & 2 \end{array}\right.$ é incompatible (dúas rectas no plano paralelas e distintas).

O sistema $\left\{\begin{array}{rcrcr} x & + & y & = & 0 \\ x & - & y & = & 0 \end{array}\right.$ é compatible determinado (dúas rectas no plano que se cortan nun punto).

O sistema $\left\{\begin{array}{rcrcr} x & + & y & = & 1 \\ 2x & + & 2y & = & 2 \end{array}\right.$ é compatible indeterminado (dúas rectas no plano coincidentes).

Clasificación dos sistemas segundo o número de solucións: exemplos

O sistema $\left\{\begin{array}{ccccc} x & + & y & = & 1 \\ x & + & y & = & 2 \end{array}\right.$ é incompatible (dúas rectas no plano paralelas e distintas).

O sistema $\left\{\begin{array}{ccccc} x & + & y & = & 0 \\ x & - & y & = & 0 \end{array}\right.$ é compatible determinado (dúas rectas no plano que se cortan nun punto).

O sistema $\left\{\begin{array}{ccccc} x & + & y & = & 1 \\ 2x & + & 2y & = & 2 \end{array}\right.$ é compatible indeterminado (dúas rectas no plano coincidentes).

Clasificación dos sistemas segundo o número de solucións: exemplos

O sistema $\left\{\begin{array}{ccccc} x & + & y & = & 1 \\ x & + & y & = & 2 \end{array}\right.$ é incompatible (dúas rectas no plano paralelas e distintas).

O sistema $\left\{\begin{array}{ccccc} x & + & y & = & 0 \\ x & - & y & = & 0 \end{array}\right.$ é compatible determinado (dúas rectas no plano que se cortan nun punto).

O sistema $\left\{\begin{array}{ccccc} x & + & y & = & 1 \\ 2x & + & 2y & = & 2 \end{array}\right.$ é compatible indeterminado (dúas rectas no plano coincidentes).

Clasificación dos sistemas segundo o número de solucións: exemplos

O sistema $\left\{\begin{array}{rcrcl} x & + & y & = & 1 \\ x & + & y & = & 2 \end{array}\right.$ é incompatible (dúas rectas no plano paralelas e distintas).

O sistema $\left\{\begin{array}{rcrcl} x & + & y & = & 0 \\ x & - & y & = & 0 \end{array}\right.$ é compatible determinado (dúas rectas no plano que se cortan nun punto).

O sistema $\left\{\begin{array}{rcrcl} x & + & y & = & 1 \\ 2x & + & 2y & = & 2 \end{array}\right.$ é compatible indeterminado (dúas rectas no plano coincidentes).

Sistemas equivalentes

Dous sistemas de ecuacións son **equivalentes** se teñen as mesmas solucións.

As seguintes operacións realizadas nas ecuacións dun sistema dan lugar a un sistema equivalente

- Intercambiar as ecuacións i e j, que denotaremos por $E_i \leftrightarrow E_j$,
- Multiplicar a ecuación i por un número $k \neq 0$, que denotaremos por $kE_i \to E_i$,
- Sumar á ecuación i un múltiplo da ecuación j, que denotaremos por $E_i + kE_j \to E_i$.

Se nun sistema de ecuacións lineais unha ecuación depende linealmente das outras pódese suprimir e o sistema resultante é equivalente ao dado.

Sistemas equivalentes

Sistemas equivalentes

Dous sistemas de ecuacións son **equivalentes** se teñen as mesmas solucións.

As seguintes operacións realizadas nas ecuacións dun sistema dan lugar a un sistema equivalente

- Intercambiar as ecuacións i e j, que denotaremos por $E_i \leftrightarrow E_j$,
- Multiplicar a ecuación i por un número $k \neq 0$, que denotaremos por $kE_i \to E_i$,
- Sumar á ecuación i un múltiplo da ecuación j, que denotaremos por $E_i + kE_j \to E_i$.

Se nun sistema de ecuacións lineais unha ecuación depende linealmente das outras pódese suprimir e o sistema resultante é equivalente ao dado.

Sistemas equivalentes

Sistemas equivalentes

Dous sistemas de ecuacións son **equivalentes** se teñen as mesmas solucións.

As seguintes operacións realizadas nas ecuacións dun sistema dan lugar a un sistema equivalente

- Intercambiar as ecuacións i e j, que denotaremos por $E_i \leftrightarrow E_j$,
- Multiplicar a ecuación i por un número $k \neq 0$, que denotaremos por $kE_i \rightarrow E_i$,
- Sumar á ecuación i un múltiplo da ecuación j, que denotaremos por $E_i + kE_j \rightarrow E_i$.

Se nun sistema de ecuacións lineais unha ecuación depende linealmente das outras pódese suprimir e o sistema resultante é equivalente ao dado.

Sistemas equivalentes

Sistemas equivalentes

Dous sistemas de ecuacións son **equivalentes** se teñen as mesmas solucións.

As seguintes operacións realizadas nas ecuacións dun sistema dan lugar a un sistema equivalente

- Intercambiar as ecuacións i e j, que denotaremos por $E_i \leftrightarrow E_j$,
- Multiplicar a ecuación i por un número $k \neq 0$, que denotaremos por $kE_i \to E_i$,
- Sumar á ecuación i un múltiplo da ecuación j, que denotaremos por $E_i + kE_j \to E_i$.

Se nun sistema de ecuacións lineais unha ecuación depende linealmente das outras pódese suprimir e o sistema resultante é equivalente ao dado.

Sistemas equivalentes

Sistemas equivalentes

Dous sistemas de ecuacións son **equivalentes** se teñen as mesmas solucións.

As seguintes operacións realizadas nas ecuacións dun sistema dan lugar a un sistema equivalente

- Intercambiar as ecuacións i e j, que denotaremos por $E_i \leftrightarrow E_j$,
- Multiplicar a ecuación i por un número $k \neq 0$, que denotaremos por $kE_i \rightarrow E_i$,
- Sumar á ecuación i un múltiplo da ecuación j, que denotaremos por $E_i + kE_j \rightarrow E_i$.

Se nun sistema de ecuacións lineais unha ecuación depende linealmente das outras pódese suprimir e o sistema resultante é equivalente ao dado.

Resolución de sistemas: Método de Gauss

Igual que para determinar o rango dunha matriz usando o método de Gauss, transformamos o sistema nun sistema equivalente escalonado. Pódense presentar os seguintes casos:

- Aparece unha ecuación da forma $0 = d$, con $d \neq 0$. Neste caso o sistema é incompatible.
- Noutro caso o sistema é compatible e distínguense os casos:
  - Se o número de ecuacións coincide co número de incógnitas, o sistema é compatible determinado.
  - Se o número de ecuacións é menor ca o número de incógnitas, o sistema é compatible indeterminado.

Por que non pode ser o número de ecuacións maior ca o número de incógnitas?

Resolución de sistemas: Método de Gauss

Igual que para determinar o rango dunha matriz usando o método de Gauss, transformamos o sistema nun sistema equivalente escalonado. Pódense presentar os seguintes casos:

- Aparece unha ecuación da forma $0 = d$, con $d \neq 0$. Neste caso o sistema é incompatible.
- Noutro caso o sistema é compatible e distínguense os casos:
  - Se o número de ecuacións coincide co número de incógnitas, o sistema é compatible determinado.
  - Se o número de ecuacións é menor ca o número de incógnitas, o sistema é compatible indeterminado.

Por que non pode ser o número de ecuacións maior ca o número de incógnitas?

Resolución de sistemas: Método de Gauss

Igual que para determinar o rango dunha matriz usando o método de Gauss, transformamos o sistema nun sistema equivalente escalonado. Pódense presentar os seguintes casos:

- Aparece unha ecuación da forma $0 = d$, con $d \neq 0$. Neste caso o sistema é incompatible.
- Noutro caso o sistema é compatible e distínguense os casos:
  - Se o número de ecuacións coincide co número de incógnitas, o sistema é compatible determinado.
  - Se o número de ecuacións é menor ca o número de incógnitas, o sistema é compatible indeterminado.

Por que non pode ser o número de ecuacións maior ca o número de incógnitas?

Resolución de sistemas: Método de Gauss

Igual que para determinar o rango dunha matriz usando o método de Gauss, transformamos o sistema nun sistema equivalente escalonado. Pódense presentar os seguintes casos:

- Aparece unha ecuación da forma $0 = d$, con $d \neq 0$. Neste caso o sistema é incompatible.
- Noutro caso o sistema é compatible e distínguense os casos:
  - Se o número de ecuacións coincide co número de incógnitas, o sistema é compatible determinado.
  - Se o número de ecuacións é menor ca o número de incógnitas, o sistema é compatible indeterminado.

Por que non pode ser o número de ecuacións maior ca o número de incógnitas?

Resolución de sistemas: Método de Gauss

Igual que para determinar o rango dunha matriz usando o método de Gauss, transformamos o sistema nun sistema equivalente escalonado. Pódense presentar os seguintes casos:

- Aparece unha ecuación da forma $0 = d$, con $d \neq 0$. Neste caso o sistema é incompatible.
- Noutro caso o sistema é compatible e distínguense os casos:
    - Se o número de ecuacións coincide co número de incógnitas, o sistema é compatible determinado.
    - Se o número de ecuacións é menor ca o número de incógnitas, o sistema é compatible indeterminado.

Por que non pode ser o número de ecuacións maior ca o número de incógnitas?

Resolución de sistemas: Método de Gauss

Igual que para determinar o rango dunha matriz usando o método de Gauss, transformamos o sistema nun sistema equivalente escalonado. Pódense presentar os seguintes casos:

- Aparece unha ecuación da forma $0 = d$, con $d \neq 0$. Neste caso o sistema é incompatible.
- Noutro caso o sistema é compatible e distínguense os casos:
  - Se o número de ecuacións coincide co número de incógnitas, o sistema é compatible determinado.
  - Se o número de ecuacións é menor ca o número de incógnitas, o sistema é compatible indeterminado.

Por que non pode ser o número de ecuacións maior ca o número de incógnitas?

Resolución de sistemas: Método de Gauss

Igual que para determinar o rango dunha matriz usando o método de Gauss, transformamos o sistema nun sistema equivalente escalonado. Pódense presentar os seguintes casos:

- Aparece unha ecuación da forma $0 = d$, con $d \neq 0$. Neste caso o sistema é incompatible.
- Noutro caso o sistema é compatible e distínguense os casos:
  - Se o número de ecuacións coincide co número de incógnitas, o sistema é compatible determinado.
  - Se o número de ecuacións é menor ca o número de incógnitas, o sistema é compatible indeterminado.

Por que non pode ser o número de ecuacións maior ca o número de incógnitas?

Método de Gauss: Sistema Incompatible

Resolver o sistema $\left\{\begin{array}{rcrcrcl} x & - & y & - & z & = & 1 \\ 2x & + & y & + & z & = & 4 \\ x & + & 2y & + & 2z & = & 0 \end{array}\right.$

$$\left(\begin{array}{rrr|r} 1 & -1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 4 \\ 1 & 2 & 2 & 0 \end{array}\right) \underbrace{\longrightarrow}_{F_2-2F_1\to F_2} \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 2 & 0 \end{array}\right)$$

$$\underbrace{\longrightarrow}_{F_3-F_1\to F_3} \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & 3 & 2 \\ 0 & 3 & 3 & -1 \end{array}\right) \underbrace{\longrightarrow}_{F_3-F_2\to F_3} \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & -3 \end{array}\right)$$

O sistema é incompatible.

Método de Gauss: Sistema Incompatible

Resolver o sistema $\left\{\begin{array}{rcrcrcr} x & - & y & - & z & = & 1 \\ 2x & + & y & + & z & = & 4 \\ x & + & 2y & + & 2z & = & 0 \end{array}\right.$

$$\left(\begin{array}{rrr|r} 1 & -1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 4 \\ 1 & 2 & 2 & 0 \end{array}\right) \underbrace{\longrightarrow}_{F_2-2F_1\to F_2} \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 2 & 0 \end{array}\right)$$

$$\underbrace{\longrightarrow}_{F_3-F_1\to F_3} \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & 3 & 2 \\ 0 & 3 & 3 & -1 \end{array}\right) \underbrace{\longrightarrow}_{F_3-F_2\to F_3} \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & -3 \end{array}\right)$$

O sistema é incompatible.

Método de Gauss: Sistema Incompatible

Resolver o sistema $\left\{\begin{array}{rcrcrcr} x & - & y & - & z & = & 1 \\ 2x & + & y & + & z & = & 4 \\ x & + & 2y & + & 2z & = & 0 \end{array}\right.$

$$\left(\begin{array}{rrr|r} 1 & -1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 4 \\ 1 & 2 & 2 & 0 \end{array}\right) \underbrace{\longrightarrow}_{F_2 - 2F_1 \to F_2} \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 2 & 0 \end{array}\right)$$

$$\underbrace{\longrightarrow}_{F_3 - F_1 \to F_3} \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & 3 & 2 \\ 0 & 3 & 3 & -1 \end{array}\right) \underbrace{\longrightarrow}_{F_3 - F_2 \to F_3} \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & -3 \end{array}\right)$$

O sistema é incompatible.

Método de Gauss: Sistema Incompatible

Resolver o sistema $\left\{\begin{array}{rcrcrcl} x & - & y & - & z & = & 1 \\ 2x & + & y & + & z & = & 4 \\ x & + & 2y & + & 2z & = & 0 \end{array}\right.$

$$\left(\begin{array}{rrr|r} 1 & -1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 4 \\ 1 & 2 & 2 & 0 \end{array}\right) \underbrace{\longrightarrow}_{F_2-2F_1\to F_2} \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 2 & 0 \end{array}\right)$$

$$\underbrace{\longrightarrow}_{F_3-F_1\to F_3} \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & 3 & 2 \\ 0 & 3 & 3 & -1 \end{array}\right) \underbrace{\longrightarrow}_{F_3-F_2\to F_3} \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & -3 \end{array}\right)$$

O sistema é incompatible.

Método de Gauss: Sistema Incompatible

Resolver o sistema $\left\{\begin{array}{rcrcrcr} x & - & y & - & z & = & 1 \\ 2x & + & y & + & z & = & 4 \\ x & + & 2y & + & 2z & = & 0 \end{array}\right.$

$$\left(\begin{array}{rrr|r} 1 & -1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 4 \\ 1 & 2 & 2 & 0 \end{array}\right) \underbrace{\longrightarrow}_{F_2-2F_1\to F_2} \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 2 & 0 \end{array}\right)$$

$$\underbrace{\longrightarrow}_{F_3-F_1\to F_3} \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & 3 & 2 \\ 0 & 3 & 3 & -1 \end{array}\right) \underbrace{\longrightarrow}_{F_3-F_2\to F_3} \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & -3 \end{array}\right)$$

O sistema é incompatible.

Método de Gauss: Sistema Incompatible

Resolver o sistema $\left\{\begin{array}{rcrcrcr} x & - & y & - & z & = & 1 \\ 2x & + & y & + & z & = & 4 \\ x & + & 2y & + & 2z & = & 0 \end{array}\right.$

$$\left(\begin{array}{rrr|r} 1 & -1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 4 \\ 1 & 2 & 2 & 0 \end{array}\right) \underbrace{\longrightarrow}_{F_2-2F_1\to F_2} \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 2 & 0 \end{array}\right)$$

$$\underbrace{\longrightarrow}_{F_3-F_1\to F_3} \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & 3 & 2 \\ 0 & 3 & 3 & -1 \end{array}\right) \underbrace{\longrightarrow}_{F_3-F_2\to F_3} \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & -3 \end{array}\right)$$

O sistema é incompatible.

Método de Gauss: Sistema Compatible Determinado

Resolver o sistema $\left\{\begin{array}{rcrcrcr} x & + & y & + & z & = & 3 \\ x & + & 2y & - & z & = & 2 \\ 2x & - & 3y & + & 5z & = & 4 \end{array}\right.$

$$\left(\begin{array}{rrr|r} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & -1 & 2 \\ 2 & -3 & 5 & 4 \end{array}\right) \underbrace{\longrightarrow}_{F_2-F_1\to F_2} \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & -2 & -1 \\ 2 & -3 & 5 & 4 \end{array}\right)$$

$$\underbrace{\longrightarrow}_{F_3-2F_1\to F_3} \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & -2 & -1 \\ 0 & -5 & 3 & -2 \end{array}\right) \underbrace{\longrightarrow}_{F_3+5F_2\to F_3} \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & -7 & -7 \end{array}\right)$$

A solución é $x = 1, y = 1, z = 1$.

Método de Gauss: Sistema Compatible Determinado

Resolver o sistema $\left\{ \begin{array}{rcrcrcl} x & + & y & + & z & = & 3 \\ x & + & 2y & - & z & = & 2 \\ 2x & - & 3y & + & 5z & = & 4 \end{array} \right.$

$$\left(\begin{array}{rrr|r} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & -1 & 2 \\ 2 & -3 & 5 & 4 \end{array}\right) \underbrace{\longrightarrow}_{F_2-F_1\to F_2} \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & -2 & -1 \\ 2 & -3 & 5 & 4 \end{array}\right)$$

$$\underbrace{\longrightarrow}_{F_3-2F_1\to F_3} \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & -2 & -1 \\ 0 & -5 & 3 & -2 \end{array}\right) \underbrace{\longrightarrow}_{F_3+5F_2\to F_3} \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & -7 & -7 \end{array}\right)$$

A solución é $x = 1, y = 1, z = 1.$

Método de Gauss: Sistema Compatible Determinado

Resolver o sistema $\left\{\begin{array}{rcrcrcr} x & + & y & + & z & = & 3 \\ x & + & 2y & - & z & = & 2 \\ 2x & - & 3y & + & 5z & = & 4 \end{array}\right.$

$$\left(\begin{array}{rrr|r} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & -1 & 2 \\ 2 & -3 & 5 & 4 \end{array}\right) \underbrace{\longrightarrow}_{F_2 - F_1 \to F_2} \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & -2 & -1 \\ 2 & -3 & 5 & 4 \end{array}\right)$$

$$\underbrace{\longrightarrow}_{F_3 - 2F_1 \to F_3} \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & -2 & -1 \\ 0 & -5 & 3 & -2 \end{array}\right) \underbrace{\longrightarrow}_{F_3 + 5F_2 \to F_3} \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & -7 & -7 \end{array}\right)$$

A solución é $x = 1, y = 1, z = 1$.

Método de Gauss: Sistema Compatible Determinado

Resolver o sistema $\left\{\begin{array}{rcrcrcr} x & + & y & + & z & = & 3 \\ x & + & 2y & - & z & = & 2 \\ 2x & - & 3y & + & 5z & = & 4 \end{array}\right.$

$$\left(\begin{array}{rrr|r} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & -1 & 2 \\ 2 & -3 & 5 & 4 \end{array}\right) \underbrace{\longrightarrow}_{F_2 - F_1 \to F_2} \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & -2 & -1 \\ 2 & -3 & 5 & 4 \end{array}\right)$$

$$\underbrace{\longrightarrow}_{F_3 - 2F_1 \to F_3} \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & -2 & -1 \\ 0 & -5 & 3 & -2 \end{array}\right) \underbrace{\longrightarrow}_{F_3 + 5F_2 \to F_3} \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & -7 & -7 \end{array}\right)$$

A solución é $x = 1, y = 1, z = 1$.

Método de Gauss: Sistema Compatible Determinado

Resolver o sistema $\left\{\begin{array}{rcrcrcr} x & + & y & + & z & = & 3 \\ x & + & 2y & - & z & = & 2 \\ 2x & - & 3y & + & 5z & = & 4 \end{array}\right.$

$$\left(\begin{array}{rrr|r} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & -1 & 2 \\ 2 & -3 & 5 & 4 \end{array}\right) \underbrace{\longrightarrow}_{F_2 - F_1 \to F_2} \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & -2 & -1 \\ 2 & -3 & 5 & 4 \end{array}\right)$$

$$\underbrace{\longrightarrow}_{F_3 - 2F_1 \to F_3} \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & -2 & -1 \\ 0 & -5 & 3 & -2 \end{array}\right) \underbrace{\longrightarrow}_{F_3 + 5F_2 \to F_3} \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & -7 & -7 \end{array}\right)$$

A solución é $x = 1, y = 1, z = 1$.

Método de Gauss: Sistema Compatible Determinado

Resolver o sistema $\left\{\begin{array}{rcrcrcr} x & + & y & + & z & = & 3 \\ x & + & 2y & - & z & = & 2 \\ 2x & - & 3y & + & 5z & = & 4 \end{array}\right.$

$$\left(\begin{array}{rrr|r} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & -1 & 2 \\ 2 & -3 & 5 & 4 \end{array}\right) \underbrace{\longrightarrow}_{F_2-F_1\to F_2} \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & -2 & -1 \\ 2 & -3 & 5 & 4 \end{array}\right)$$

$$\underbrace{\longrightarrow}_{F_3-2F_1\to F_3} \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & -2 & -1 \\ 0 & -5 & 3 & -2 \end{array}\right) \underbrace{\longrightarrow}_{F_3+5F_2\to F_3} \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & -7 & -7 \end{array}\right)$$

A solución é $x = 1, y = 1, z = 1.$

Método de Gauss: Sistama Compatible Indeterminado

Resolver o sistema $\left\{\begin{array}{rcrcrcr} x & + & y & + & z & = & 1 \\ x & - & 3y & - & z & = & -1 \\ x & + & 5y & + & 3z & = & 3 \end{array}\right.$

$$\left(\begin{array}{rrr|r} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -3 & -1 & -1 \\ 1 & 5 & 3 & 3 \end{array}\right) \underbrace{\longrightarrow}_{F_2-F_1\to F_2} \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -4 & -2 & -2 \\ 1 & 5 & 3 & 3 \end{array}\right)$$

$$\underbrace{\longrightarrow}_{F_3-F_1\to F_3} \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -4 & -2 & -2 \\ 0 & 4 & 2 & 2 \end{array}\right) \underbrace{\longrightarrow}_{F_3+F_2\to F_3} \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -4 & -2 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

O sistema é equivalente a $\left\{\begin{array}{rcrcrcr} x & + & y & + & z & = & 1 \\ & & 2y & + & z & = & 1 \end{array}\right.$

Método de Gauss: Sistama Compatible Indeterminado

Resolver o sistema $\left\{\begin{array}{rcrcrcr} x & + & y & + & z & = & 1 \\ x & - & 3y & - & z & = & -1 \\ x & + & 5y & + & 3z & = & 3 \end{array}\right.$

$$\left(\begin{array}{rrr|r} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -3 & -1 & -1 \\ 1 & 5 & 3 & 3 \end{array}\right) \underbrace{\longrightarrow}_{F_2 - F_1 \to F_2} \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -4 & -2 & -2 \\ 1 & 5 & 3 & 3 \end{array}\right)$$

$$\underbrace{\longrightarrow}_{F_3 - F_1 \to F_3} \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -4 & -2 & -2 \\ 0 & 4 & 2 & 2 \end{array}\right) \underbrace{\longrightarrow}_{F_3 + F_2 \to F_3} \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -4 & -2 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

O sistema é equivalente a $\left\{\begin{array}{rcrcrcr} x & + & y & + & z & = & 1 \\ & & 2y & + & z & = & 1 \end{array}\right.$

Método de Gauss: Sistama Compatible Indeterminado

Resolver o sistema $\left\{\begin{array}{rcrcrcr} x & + & y & + & z & = & 1 \\ x & - & 3y & - & z & = & -1 \\ x & + & 5y & + & 3z & = & 3 \end{array}\right.$

$$\left(\begin{array}{rrr|r} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -3 & -1 & -1 \\ 1 & 5 & 3 & 3 \end{array}\right) \underbrace{\longrightarrow}_{F_2 - F_1 \to F_2} \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -4 & -2 & -2 \\ 1 & 5 & 3 & 3 \end{array}\right)$$

$$\underbrace{\longrightarrow}_{F_3 - F_1 \to F_3} \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -4 & -2 & -2 \\ 0 & 4 & 2 & 2 \end{array}\right) \underbrace{\longrightarrow}_{F_3 + F_2 \to F_3} \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -4 & -2 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

O sistema é equivalente a $\left\{\begin{array}{rcrcrcr} x & + & y & + & z & = & 1 \\ & & 2y & + & z & = & 1 \end{array}\right.$

Método de Gauss: Sistama Compatible Indeterminado

Resolver o sistema $\left\{\begin{array}{rcrcrcr} x & + & y & + & z & = & 1 \\ x & - & 3y & - & z & = & -1 \\ x & + & 5y & + & 3z & = & 3 \end{array}\right.$

$$\left(\begin{array}{rrr|r} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -3 & -1 & -1 \\ 1 & 5 & 3 & 3 \end{array}\right) \underbrace{\longrightarrow}_{F_2-F_1\to F_2} \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -4 & -2 & -2 \\ 1 & 5 & 3 & 3 \end{array}\right)$$

$$\underbrace{\longrightarrow}_{F_3-F_1\to F_3} \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -4 & -2 & -2 \\ 0 & 4 & 2 & 2 \end{array}\right) \underbrace{\longrightarrow}_{F_3+F_2\to F_3} \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -4 & -2 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

O sistema é equivalente a $\left\{\begin{array}{rcrcrcr} x & + & y & + & z & = & 1 \\ & & 2y & + & z & = & 1 \end{array}\right.$

Método de Gauss: Sistama Compatible Indeterminado

Resolver o sistema $\left\{\begin{array}{rcrcrcr} x & + & y & + & z & = & 1 \\ x & - & 3y & - & z & = & -1 \\ x & + & 5y & + & 3z & = & 3 \end{array}\right.$

$$\left(\begin{array}{rrr|r} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -3 & -1 & -1 \\ 1 & 5 & 3 & 3 \end{array}\right) \underbrace{\longrightarrow}_{F_2-F_1\to F_2} \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -4 & -2 & -2 \\ 1 & 5 & 3 & 3 \end{array}\right)$$

$$\underbrace{\longrightarrow}_{F_3-F_1\to F_3} \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -4 & -2 & -2 \\ 0 & 4 & 2 & 2 \end{array}\right) \underbrace{\longrightarrow}_{F_3+F_2\to F_3} \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -4 & -2 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

O sistema é equivalente a $\left\{\begin{array}{rcrcrcr} x & + & y & + & z & = & 1 \\ & & 2y & + & z & = & 1 \end{array}\right.$

Método de Gauss: Sistama Compatible Indeterminado

Resolver o sistema $\left\{\begin{array}{rcrcrcr} x & + & y & + & z & = & 1 \\ x & - & 3y & - & z & = & -1 \\ x & + & 5y & + & 3z & = & 3 \end{array}\right.$

$$\left(\begin{array}{rrr|r} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -3 & -1 & -1 \\ 1 & 5 & 3 & 3 \end{array}\right) \underbrace{\longrightarrow}_{F_2-F_1\to F_2} \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -4 & -2 & -2 \\ 1 & 5 & 3 & 3 \end{array}\right)$$

$$\underbrace{\longrightarrow}_{F_3-F_1\to F_3} \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -4 & -2 & -2 \\ 0 & 4 & 2 & 2 \end{array}\right) \underbrace{\longrightarrow}_{F_3+F_2\to F_3} \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -4 & -2 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

O sistema é equivalente a $\left\{\begin{array}{rcrcrcr} x & + & y & + & z & = & 1 \\ & & 2y & + & z & = & 1 \end{array}\right.$

Método de Gauss: Sistema Compatible Indeterminado

O sistema é equivalente a $\left\{\begin{array}{rcrcrcr} x & + & y & + & z & = & 1 \\ & & 2y & + & z & = & 1 \end{array}\right.$

Dúas ecuacións e tres incógnitas!!! Chamamos $z = \lambda$ e escribimos

$$\left\{\begin{array}{rcrcl} x & + & y & = & 1-\lambda \\ & & 2y & = & 1-\lambda \end{array}\right.$$

A solución é $x = \frac{1-\lambda}{2}, y = \frac{1-\lambda}{2}, z = \lambda; \lambda \in \mathbb{R}$.

Dúas ecuacións e tres incógnitas!!! Chamamos $y = \lambda$ e escribimos

$$\left\{\begin{array}{rcrcr} x & + & z & = & 1-\lambda \\ & & z & = & 1-2\lambda \end{array}\right.$$

A solución é $x = \lambda, y = \lambda, z = 1-2\lambda; \lambda \in \mathbb{R}$.

Método de Gauss: Sistema Compatible Indeterminado

O sistema é equivalente a $\left\{\begin{array}{rcrcrcr} x & + & y & + & z & = & 1 \\ & & 2y & + & z & = & 1 \end{array}\right.$

Dúas ecuacións e tres incógnitas!!! Chamamos $z = \lambda$ e escribimos

$$\left\{\begin{array}{rcrcl} x & + & y & = & 1-\lambda \\ & & 2y & = & 1-\lambda \end{array}\right.$$

A solución é $x = \frac{1-\lambda}{2}, y = \frac{1-\lambda}{2}, z = \lambda; \lambda \in \mathbb{R}$.

Dúas ecuacións e tres incógnitas!!! Chamamos $y = \lambda$ e escribimos

$$\left\{\begin{array}{rcrcr} x & + & z & = & 1-\lambda \\ & & z & = & 1-2\lambda \end{array}\right.$$

A solución é $x = \lambda, y = \lambda, z = 1-2\lambda; \lambda \in \mathbb{R}$.

Método de Gauss: Sistema Compatible Indeterminado

O sistema é equivalente a $\left\{\begin{array}{rcrcrcr} x & + & y & + & z & = & 1 \\ & & 2y & + & z & = & 1 \end{array}\right.$

Dúas ecuacións e tres incógnitas!!! Chamamos $z = \lambda$ e escribimos

$$\left\{\begin{array}{rcrcl} x & + & y & = & 1-\lambda \\ & & 2y & = & 1-\lambda \end{array}\right.$$

A solución é $x = \frac{1-\lambda}{2}, y = \frac{1-\lambda}{2}, z = \lambda; \lambda \in \mathbb{R}$.

Dúas ecuacións e tres incógnitas!!! Chamamos $y = \lambda$ e escribimos

$$\left\{\begin{array}{rcrcr} x & + & z & = & 1-\lambda \\ & & z & = & 1-2\lambda \end{array}\right.$$

A solución é $x = \lambda, y = \lambda, z = 1-2\lambda; \lambda \in \mathbb{R}$.

Método de Gauss: Sistema Compatible Indeterminado

O sistema é equivalente a $\left\{\begin{array}{rcrcrcl} x & + & y & + & z & = & 1 \\ & & 2y & + & z & = & 1 \end{array}\right.$

Dúas ecuacións e tres incógnitas!!! Chamamos $z = \lambda$ e escribimos
$\left\{\begin{array}{rcrcl} x & + & y & = & 1-\lambda \\ & & 2y & = & 1-\lambda \end{array}\right.$

A solución é $x = \frac{1-\lambda}{2}, y = \frac{1-\lambda}{2}, z = \lambda; \lambda \in \mathbb{R}$.

Dúas ecuacións e tres incógnitas!!! Chamamos $y = \lambda$ e escribimos
$\left\{\begin{array}{rcrcr} x & + & z & = & 1-\lambda \\ & & z & = & 1-2\lambda \end{array}\right.$

A solución é $x = \lambda, y = \lambda, z = 1-2\lambda; \lambda \in \mathbb{R}$.

Método de Gauss: Sistema Compatible Indeterminado

O sistema é equivalente a $\left\{\begin{array}{rcrcrcl} x & + & y & + & z & = & 1 \\ & & 2y & + & z & = & 1 \end{array}\right.$

Dúas ecuacións e tres incógnitas!!! Chamamos $z = \lambda$ e escribimos

$$\left\{\begin{array}{rcrcl} x & + & y & = & 1-\lambda \\ & & 2y & = & 1-\lambda \end{array}\right.$$

A solución é $x = \frac{1-\lambda}{2}, y = \frac{1-\lambda}{2}, z = \lambda; \lambda \in \mathbb{R}$.

Dúas ecuacións e tres incógnitas!!! Chamamos $y = \lambda$ e escribimos

$$\left\{\begin{array}{rcrcr} x & + & z & = & 1-\lambda \\ & & z & = & 1-2\lambda \end{array}\right.$$

A solución é $x = \lambda, y = \lambda, z = 1-2\lambda; \lambda \in \mathbb{R}$.

Teorema de Rouché-Fröbenius

Dado o sistema de ecuacións lineais

$$\left\{\begin{array}{ccccccccc} a_{11}x_1 & + & a_{12}x_2 & + & \cdots & + & a_{1n}x_n & = & b_1 \\ a_{21}x_1 & + & a_{22}x_2 & + & \cdots & + & a_{2n}x_n & = & b_2 \\ \cdots & & \cdots & & \cdots & & \cdots & = & \cdots \\ a_{m1}x_1 & + & a_{m2}x_2 & + & \cdots & + & a_{mn}x_n & = & b_m \end{array}\right.$$

chamamos matriz de coeficientes a

$$C = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

e matriz ampliada a

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} & b_2 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} & b_m \end{pmatrix}$$

Teorema de Rouché-Fröbenius

Dado o sistema de ecuacións lineais

$$\left\{\begin{array}{ccccccccc} a_{11}x_1 & + & a_{12}x_2 & + & \cdots & + & a_{1n}x_n & = & b_1 \\ a_{21}x_1 & + & a_{22}x_2 & + & \cdots & + & a_{2n}x_n & = & b_2 \\ \cdots & & \cdots & & \cdots & & \cdots & = & \cdots \\ a_{m1}x_1 & + & a_{m2}x_2 & + & \cdots & + & a_{mn}x_n & = & b_m \end{array}\right.$$

chamamos matriz de coeficientes a

$$C = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

e matriz ampliada a

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} & b_2 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} & b_m \end{pmatrix}$$

Teorema de Rouché-Fröbenius

Dado o sistema de ecuacións lineais

$$\left\{\begin{array}{ccccccccc} a_{11}x_1 & + & a_{12}x_2 & + & \cdots & + & a_{1n}x_n & = & b_1 \\ a_{21}x_1 & + & a_{22}x_2 & + & \cdots & + & a_{2n}x_n & = & b_2 \\ \cdots & & \cdots & & \cdots & & \cdots & = & \cdots \\ a_{m1}x_1 & + & a_{m2}x_2 & + & \cdots & + & a_{mn}x_n & = & b_m \end{array}\right.$$

chamamos matriz de coeficientes a

$$C = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

e matriz ampliada a

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} & b_2 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} & b_m \end{pmatrix}$$

Teorema de Rouché-Fröbenius

O sistema de ecuacións lineais

$$\left\{\begin{array}{ccccccccc} a_{11}x_1 & + & a_{12}x_2 & + & \cdots & + & a_{1n}x_n & = & b_1 \\ a_{21}x_1 & + & a_{22}x_2 & + & \cdots & + & a_{2n}x_n & = & b_2 \\ \dots & & \dots & & \dots & & \dots & = & \dots \\ a_{m1}x_1 & + & a_{m2}x_2 & + & \cdots & + & a_{mn}x_n & = & b_m \end{array}\right.$$

é compatible se e soamente se

$$\operatorname{ran}\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix} = \operatorname{ran}\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} & b_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} & b_m \end{pmatrix}$$

Teorema de Rouché-Fröbenius

Un sistema de ecuacións lineais é compatible se e soamente se o rango da matriz de coeficientes do sistema coincide co rango da matriz de coeficientes ampliada coa columna dos termos independentes.

Consecuencias do teorema de Rouché-Fröbenius

- Se $ran(C) = ran(A) =$ número de incógnitas o sistema é compatible determinado.
- Se $ran(C) = ran(A) <$ número de incógnitas o sistema é compatible indeterminado.
- Se $ran(C) \neq ran(A) =$ o sistema é incompatible.

Teorema de Rouché-Fröbenius

Teorema de Rouché-Fröbenius

Un sistema de ecuacións lineais é compatible se e soamente se o rango da matriz de coeficientes do sistema coincide co rango da matriz de coeficientes ampliada coa columna dos termos independentes.

Consecuencias do teorema de Rouché-Fröbenius

Se $ran(C) = ran(A) =$ número de incógnitas o sistema é compatible determinado.

Se $ran(C) = ran(A) <$ número de incógnitas o sistema é compatible indeterminado.

Se $ran(C) \neq ran(A) =$ o sistema é incompatible.

Teorema de Rouché-Fröbenius

Teorema de Rouché-Fröbenius

Un sistema de ecuacións lineais é compatible se e soamente se o rango da matriz de coeficientes do sistema coincide co rango da matriz de coeficientes ampliada coa columna dos termos independentes.

Consecuencias do teorema de Rouché-Fröbenius

- Se $ran(C) = ran(A) =$ número de incógnitas o sistema é compatible determinado.
- Se $ran(C) = ran(A) <$ número de incógnitas o sistema é compatible indeterminado.
- Se $ran(C) \neq ran(A) =$ o sistema é incompatible.

Teorema de Rouché-Fröbenius

Teorema de Rouché-Fröbenius

Un sistema de ecuacións lineais é compatible se e soamente se o rango da matriz de coeficientes do sistema coincide co rango da matriz de coeficientes ampliada coa columna dos termos independentes.

Consecuencias do teorema de Rouché-Fröbenius

Se $ran(C) = ran(A) =$ número de incógnitas o sistema é compatible determinado.

Se $ran(C) = ran(A) <$ número de incógnitas o sistema é compatible indeterminado.

Se $ran(C) \neq ran(A) =$ o sistema é incompatible.

Demostración do teorema de Rouché-Fröbenius

$\Rightarrow$

O sistema ten solución $\Rightarrow$ existen $(x_1, \cdots, x_n)$ tales que

$$x_1 \begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \cdots \\ a_{m1} \end{pmatrix} + x_2 \begin{pmatrix} a_{12} \\ a_{22} \\ \cdots \\ a_{m2} \end{pmatrix} + \cdots + x_n \begin{pmatrix} a_{m1} \\ a_{m2} \\ \cdots \\ a_{mn} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \cdots \\ b_m \end{pmatrix}$$

$\Rightarrow$ b depende linealmente de $C_1, \cdots, C_n \Rightarrow$

ran$(C_1, \cdots, C_n)$ =ran$(C_1, \cdots, C_n, b)$.

Demostración do teorema de Rouché-Fröbenius

$\Rightarrow$

O sistema ten solución $\Rightarrow$ existen $(x_1, \cdots, x_n)$ tales que

$$x_1 \begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \cdots \\ a_{m1} \end{pmatrix} + x_2 \begin{pmatrix} a_{12} \\ a_{22} \\ \cdots \\ a_{m2} \end{pmatrix} + \cdots + x_n \begin{pmatrix} a_{m1} \\ a_{m2} \\ \cdots \\ a_{mn} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \cdots \\ b_m \end{pmatrix}$$

$\Rightarrow$ b depende linealmente de $C_1, \cdots, C_n \Rightarrow$

ran$(C_1, \cdots, C_n)$ =ran$(C_1, \cdots, C_n, b)$.

Demostración do teorema de Rouché-Fröbenius

$\Rightarrow$

O sistema ten solución $\Rightarrow$ existen $(x_1, \cdots, x_n)$ tales que

$$x_1 \begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \dots \\ a_{m1} \end{pmatrix} + x_2 \begin{pmatrix} a_{12} \\ a_{22} \\ \dots \\ a_{m2} \end{pmatrix} + \dots + x_n \begin{pmatrix} a_{m1} \\ a_{m2} \\ \dots \\ a_{mn} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_m \end{pmatrix}$$

$\Rightarrow$ b depende linealmente de $C_1, \cdots, C_n \Rightarrow$

$\mathrm{ran}(C_1, \cdots, C_n) = \mathrm{ran}(C_1, \cdots, C_n, b)$.

Demostración do teorema de Rouché-Fröbenius

$\Rightarrow$

O sistema ten solución $\Rightarrow$ existen $(x_1, \cdots, x_n)$ tales que

$$x_1 \begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \cdots \\ a_{m1} \end{pmatrix} + x_2 \begin{pmatrix} a_{12} \\ a_{22} \\ \cdots \\ a_{m2} \end{pmatrix} + \cdots + x_n \begin{pmatrix} a_{m1} \\ a_{m2} \\ \cdots \\ a_{mn} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \cdots \\ b_m \end{pmatrix}$$

$\Rightarrow$ b depende linealmente de $C_1, \cdots, C_n \Rightarrow$

$\text{ran}(C_1, \cdots, C_n) = \text{ran}(C_1, \cdots, C_n, b)$.

Demostración do teorema de Rouché-Fröbenius

$\Rightarrow$

O sistema ten solución $\Rightarrow$ existen $(x_1, \cdots, x_n)$ tales que

$$x_1 \begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \dots \\ a_{m1} \end{pmatrix} + x_2 \begin{pmatrix} a_{12} \\ a_{22} \\ \dots \\ a_{m2} \end{pmatrix} + \cdots + x_n \begin{pmatrix} a_{m1} \\ a_{m2} \\ \dots \\ a_{mn} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_m \end{pmatrix}$$

$\Rightarrow$ b depende linealmente de $C_1, \cdots, C_n \Rightarrow$

$\mathrm{ran}(C_1, \cdots, C_n) = \mathrm{ran}(C_1, \cdots, C_n, b)$.

Demostración do teorema de Rouché-Fröbenius

$\Leftarrow$

ran$(C_1, \cdots, C_n)$ =ran$(C_1, \cdots, C_n, b) \Rightarrow b$ depende linealmente de $C_1, \cdots, C_n \Rightarrow$ existen $(x_1, \cdots, x_n)$ tales que

$$x_1 \begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \cdots \\ a_{m1} \end{pmatrix} + x_2 \begin{pmatrix} a_{12} \\ a_{22} \\ \cdots \\ a_{m2} \end{pmatrix} + \cdots + x_n \begin{pmatrix} a_{m1} \\ a_{m2} \\ \cdots \\ a_{mn} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \cdots \\ b_m \end{pmatrix}$$

$\Rightarrow$ o sistema ten solución.

Demostración do teorema de Rouché-Fröbenius

$\Leftarrow$

$\text{ran}(C_1, \cdots, C_n) = \text{ran}(C_1, \cdots, C_n, b) \Rightarrow b$ depende linealmente de $C_1, \cdots, C_n \Rightarrow$ existen $(x_1, \cdots, x_n)$ tales que

$$x_1 \begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \cdots \\ a_{m1} \end{pmatrix} + x_2 \begin{pmatrix} a_{12} \\ a_{22} \\ \cdots \\ a_{m2} \end{pmatrix} + \cdots + x_n \begin{pmatrix} a_{m1} \\ a_{m2} \\ \cdots \\ a_{mn} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \cdots \\ b_m \end{pmatrix}$$

$\Rightarrow$ o sistema ten solución.

Demostración do teorema de Rouché-Fröbenius

$\Leftarrow$

ran$(C_1, \cdots, C_n)$ =ran$(C_1, \cdots, C_n, b) \Rightarrow b$ depende linealmente de $C_1, \cdots, C_n \Rightarrow$ existen $(x_1, \cdots, x_n)$ tales que

$$x_1 \begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \cdots \\ a_{m1} \end{pmatrix} + x_2 \begin{pmatrix} a_{12} \\ a_{22} \\ \cdots \\ a_{m2} \end{pmatrix} + \cdots + x_n \begin{pmatrix} a_{m1} \\ a_{m2} \\ \cdots \\ a_{mn} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \cdots \\ b_m \end{pmatrix}$$

$\Rightarrow$ o sistema ten solución.

Demostración do teorema de Rouché-Fröbenius

$\Leftarrow$

ran$(C_1, \cdots, C_n) =$ran$(C_1, \cdots, C_n, b) \Rightarrow b$ depende linealmente de $C_1, \cdots, C_n \Rightarrow$ existen $(x_1, \cdots, x_n)$ tales que

$$x_1 \begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \dots \\ a_{m1} \end{pmatrix} + x_2 \begin{pmatrix} a_{12} \\ a_{22} \\ \dots \\ a_{m2} \end{pmatrix} + \cdots + x_n \begin{pmatrix} a_{m1} \\ a_{m2} \\ \dots \\ a_{mn} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_m \end{pmatrix}$$

$\Rightarrow$ o sistema ten solución.

Demostración do teorema de Rouché-Fröbenius

$\Leftarrow$

ran$(C_1, \cdots, C_n)$ =ran$(C_1, \cdots, C_n, b) \Rightarrow b$ depende linealmente de $C_1, \cdots, C_n \Rightarrow$ existen $(x_1, \cdots, x_n)$ tales que

$$x_1 \begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \cdots \\ a_{m1} \end{pmatrix} + x_2 \begin{pmatrix} a_{12} \\ a_{22} \\ \cdots \\ a_{m2} \end{pmatrix} + \cdots + x_n \begin{pmatrix} a_{m1} \\ a_{m2} \\ \cdots \\ a_{mn} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \cdots \\ b_m \end{pmatrix}$$

$\Rightarrow$ o sistema ten solución.

Consecuencias do teorema de Rouché-Fröbenius

Dado un sistema de ecuacións lineais, denotemos por C a matriz de coeficientes e por A a matriz ampliada.

Se $ran(C) \neq ran(A)$ o sistema é INCOMPATIBLE.

Se $ran(C) = ran(A) =$ número de incógnitas o sistema é COMPATIBLE DETERMINADO.

Se $ran(C) = ran(A) <$ número de incógnitas o sistema é COMPATIBLE INDETERMINADO.

Consecuencias do teorema de Rouché-Fröbenius

Dado un sistema de ecuacións lineais, denotemos por C a matriz de coeficientes e por A a matriz ampliada.

Se $ran(C) \neq ran(A)$ o sistema é INCOMPATIBLE.

Se $ran(C) = ran(A) =$ número de incógnitas o sistema é COMPATIBLE DETERMINADO.

Se $ran(C) = ran(A) <$ número de incógnitas o sistema é COMPATIBLE INDETERMINADO.

Consecuencias do teorema de Rouché-Fröbenius

Dado un sistema de ecuacións lineais, denotemos por C a matriz de coeficientes e por A a matriz ampliada.

Se $ran(C) \neq ran(A)$ o sistema é INCOMPATIBLE.

Se $ran(C) = ran(A) =$ número de incógnitas o sistema é COMPATIBLE DETERMINADO.

Se $ran(C) = ran(A) <$ número de incógnitas o sistema é COMPATIBLE INDETERMINADO.

Consecuencias do teorema de Rouché-Fröbenius

Dado un sistema de ecuacións lineais, denotemos por C a matriz de coeficientes e por A a matriz ampliada.

Se $ran(C) \neq ran(A)$ o sistema é INCOMPATIBLE.

Se $ran(C) = ran(A) =$ número de incógnitas o sistema é COMPATIBLE DETERMINADO.

Se $ran(C) = ran(A) <$ número de incógnitas o sistema é COMPATIBLE INDETERMINADO.

Discusión dun sistema

Discutir o sistema $\left\{\begin{array}{rcrcrcr} mx & + & y & + & z & = & 4 \\ x & + & y & + & z & = & m \\ x & - & y & + & mz & = & 2 \end{array}\right.$

As matrices de coeficientes e ampliada son

$$C = \begin{pmatrix} m & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & m \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} m & 1 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & m \\ 1 & -1 & m & 2 \end{pmatrix}.$$

Calculamos o rango da matriz de coeficientes:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} \neq 0 \Rightarrow ran(C) \geq 2, \quad |C| = \begin{vmatrix} m & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & m \end{vmatrix} = m^2 - 1$$

$|C| = 0 \Leftrightarrow m = \pm 1.$

Polo tanto, $\left\{\begin{array}{l} m = \pm 1 \Rightarrow ran(C) = 2 \\ m \neq \pm 1 \Rightarrow ran(C) = 3 \end{array}\right.$

Discusión dun sistema

Discutir o sistema $\left\{\begin{array}{rcrcrcr} mx & + & y & + & z & = & 4 \\ x & + & y & + & z & = & m \\ x & - & y & + & mz & = & 2 \end{array}\right.$

As matrices de coeficientes e ampliada son

$$C = \begin{pmatrix} m & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & m \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} m & 1 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & m \\ 1 & -1 & m & 2 \end{pmatrix}.$$

Calculamos o rango da matriz de coeficientes:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} \neq 0 \Rightarrow ran(C) \geq 2, \quad |C| = \begin{vmatrix} m & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & m \end{vmatrix} = m^2 - 1$$

$|C| = 0 \Leftrightarrow m = \pm 1.$

Polo tanto, $\left\{\begin{array}{l} m = \pm 1 \Rightarrow ran(C) = 2 \\ m \neq \pm 1 \Rightarrow ran(C) = 3 \end{array}\right.$

Discusión dun sistema

Discutir o sistema $\left\{\begin{array}{rcrcrcr} mx & + & y & + & z & = & 4 \\ x & + & y & + & z & = & m \\ x & - & y & + & mz & = & 2 \end{array}\right.$

As matrices de coeficientes e ampliada son

$$C = \begin{pmatrix} m & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & m \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} m & 1 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & m \\ 1 & -1 & m & 2 \end{pmatrix}.$$

Calculamos o rango da matriz de coeficientes:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} \neq 0 \Rightarrow ran(C) \geq 2, \quad |C| = \begin{vmatrix} m & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & m \end{vmatrix} = m^2 - 1$$

$|C| = 0 \Leftrightarrow m = \pm 1.$

Polo tanto, $\left\{\begin{array}{l} m = \pm 1 \Rightarrow ran(C) = 2 \\ m \neq \pm 1 \Rightarrow ran(C) = 3 \end{array}\right.$

Discusión dun sistema

Discutir o sistema $\left\{\begin{array}{rcrcrcr} mx & + & y & + & z & = & 4 \\ x & + & y & + & z & = & m \\ x & - & y & + & mz & = & 2 \end{array}\right.$

As matrices de coeficientes e ampliada son

$$C = \begin{pmatrix} m & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & m \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} m & 1 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & m \\ 1 & -1 & m & 2 \end{pmatrix}.$$

Calculamos o rango da matriz de coeficientes:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} \neq 0 \Rightarrow ran(C) \geq 2, \quad |C| = \begin{vmatrix} m & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & m \end{vmatrix} = m^2 - 1$$

$|C| = 0 \Leftrightarrow m = \pm 1.$

Polo tanto, $\left\{\begin{array}{l} m = \pm 1 \Rightarrow ran(C) = 2 \\ m \neq \pm 1 \Rightarrow ran(C) = 3 \end{array}\right.$

Discusión dun sistema

Discutir o sistema $\left\{\begin{array}{rcrcrcr} mx & + & y & + & z & = & 4 \\ x & + & y & + & z & = & m \\ x & - & y & + & mz & = & 2 \end{array}\right.$

As matrices de coeficientes e ampliada son

$$C = \begin{pmatrix} m & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & m \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} m & 1 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & m \\ 1 & -1 & m & 2 \end{pmatrix}.$$

Calculamos o rango da matriz de coeficientes:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} \neq 0 \Rightarrow ran(C) \geq 2, \quad |C| = \begin{vmatrix} m & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & m \end{vmatrix} = m^2 - 1$$

$|C| = 0 \Leftrightarrow m = \pm 1.$

Polo tanto, $\left\{\begin{array}{l} m = \pm 1 \Rightarrow ran(C) = 2 \\ m \neq \pm 1 \Rightarrow ran(C) = 3 \end{array}\right.$

Discusión dun sistema

Discutir o sistema $\left\{\begin{array}{rcrcrcr} mx & + & y & + & z & = & 4 \\ x & + & y & + & z & = & m \\ x & - & y & + & mz & = & 2 \end{array}\right.$

As matrices de coeficientes e ampliada son

$$C = \begin{pmatrix} m & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & m \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} m & 1 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & m \\ 1 & -1 & m & 2 \end{pmatrix}.$$

Calculamos o rango da matriz de coeficientes:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} \neq 0 \Rightarrow ran(C) \geq 2, \quad |C| = \begin{vmatrix} m & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & m \end{vmatrix} = m^2 - 1$$

$|C| = 0 \Leftrightarrow m = \pm 1.$

Polo tanto, $\left\{\begin{array}{l} m = \pm 1 \Rightarrow ran(C) = 2 \\ m \neq \pm 1 \Rightarrow ran(C) = 3 \end{array}\right.$

Discusión dun sistema

Calculamos o rango da matriz ampliada:

Se $m \neq \pm 1$ entón ran$(A) = 3$ xa que $3 = ran(C) \leq ran(A) \leq 3$.

Para $m = 1$, orlando coa cuarta columna,

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \end{vmatrix} = -6 \neq 0 \Rightarrow ran(A) = 3.$$

Para $m = -1$, orlando coa cuarta columna,

$$\begin{vmatrix} -1 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{vmatrix} = -12 \neq 0 \Rightarrow ran(A) = 3.$$

DISCUSIÓN:

Se $m \neq \pm 1$ entón o sistema é compatible determinado, xa que $ran(C) = ran(A) = 3 =$ número de incógnitas.

Se $m = \pm 1$ entón o sistema é incompatible, xa que $2 = ran(C) \neq ran(A) = 3$.

Discusión dun sistema

Calculamos o rango da matriz ampliada:

Se $m \neq \pm 1$ entón ran$(A) = 3$ xa que $3 = ran(C) \leq ran(A) \leq 3$.

Para $m = 1$, orlando coa cuarta columna,

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \end{vmatrix} = -6 \neq 0 \Rightarrow ran(A) = 3.$$

Para $m = -1$, orlando coa cuarta columna,

$$\begin{vmatrix} -1 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{vmatrix} = -12 \neq 0 \Rightarrow ran(A) = 3.$$

DISCUSIÓN:

Se $m \neq \pm 1$ entón o sistema é compatible determinado, xa que $ran(C) = ran(A) = 3 =$ número de incógnitas.

Se $m = \pm 1$ entón o sistema é incompatible, xa que $2 = ran(C) \neq ran(A) = 3$.

Discusión dun sistema

Calculamos o rango da matriz ampliada:

Se $m \neq \pm 1$ entón ran$(A) = 3$ xa que $3 = ran(C) \leq ran(A) \leq 3$.

Para $m = 1$, orlando coa cuarta columna,

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \end{vmatrix} = -6 \neq 0 \Rightarrow ran(A) = 3.$$

Para $m = -1$, orlando coa cuarta columna,

$$\begin{vmatrix} -1 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{vmatrix} = -12 \neq 0 \Rightarrow ran(A) = 3.$$

DISCUSIÓN:

Se $m \neq \pm 1$ entón o sistema é compatible determinado, xa que $ran(C) = ran(A) = 3 =$ número de incógnitas.

Se $m = \pm 1$ entón o sistema é incompatible, xa que $2 = ran(C) \neq ran(A) = 3$.

Discusión dun sistema

Calculamos o rango da matriz ampliada:

Se $m \neq \pm 1$ entón ran$(A) = 3$ xa que $3 = ran(C) \leq ran(A) \leq 3$.

Para $m = 1$, orlando coa cuarta columna,

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \end{vmatrix} = -6 \neq 0 \Rightarrow ran(A) = 3.$$

Para $m = -1$, orlando coa cuarta columna,

$$\begin{vmatrix} -1 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{vmatrix} = -12 \neq 0 \Rightarrow ran(A) = 3.$$

DISCUSIÓN:

Se $m \neq \pm 1$ entón o sistema é compatible determinado, xa que $ran(C) = ran(A) = 3 =$ número de incógnitas.

Se $m = \pm 1$ entón o sistema é incompatible, xa que $2 = ran(C) \neq ran(A) = 3$.

Sistema homoxéneo

Chámase **sistema homoxéneo** a un sistema de ecuacións cuxos termos independentes son todos cero.

Os sistemas homoxéneos son sempre compatibles: Unha solución é $x_1 = \cdots = x_n = 0$.

Son compatibles determinados se $ran(C) =$ número de incógnitas

Son compatibles indeterminados se $ran(C) <$ número de incógnitas

Sistema homoxéneo

Chámase **sistema homoxéneo** a un sistema de ecuacións cuxos termos independentes son todos cero.

Os sistemas homoxéneos son sempre compatibles: Unha solución é $x_1 = \cdots = x_n = 0$.

Son compatibles determinados se $ran(C) =$ número de incógnitas

Son compatibles indeterminados se $ran(C) <$ número de incógnitas

Sistema homoxéneo

Chámase **sistema homoxéneo** a un sistema de ecuacións cuxos termos independentes son todos cero.

Os sistemas homoxéneos son sempre compatibles: Unha solución é $x_1 = \cdots = x_n = 0$.

Son compatibles determinados se $ran(C) =$ número de incógnitas

Son compatibles indeterminados se $ran(C) <$ número de incógnitas

Sistema homoxéneo

Chámase **sistema homoxéneo** a un sistema de ecuacións cuxos termos independentes son todos cero.

Os sistemas homoxéneos son sempre compatibles: Unha solución é $x_1 = \cdots = x_n = 0$.

Son compatibles determinados se $ran(C) =$ número de incógnitas

Son compatibles indeterminados se $ran(C) <$ número de incógnitas

Sistema homoxéneo

Chámase **sistema homoxéneo** a un sistema de ecuacións cuxos termos independentes son todos cero.

Os sistemas homoxéneos son sempre compatibles: Unha solución é $x_1 = \cdots = x_n = 0$.

Son compatibles determinados se $ran(C) =$ número de incógnitas

Son compatibles indeterminados se $ran(C) <$ número de incógnitas

Regra de Cramer

Un sistema de n ecuacións con n incógnitas dise un sistema de Cramer se o determinante da matriz de coeficientes é non-nulo.

Un sistema de Cramer é compatible determinado.

Regra de Cramer

Sexa $Ax = b$ un sistema de Cramer con n ecuacións e n incógnitas. A súa solución vén dada por

$$x_i = \frac{det(C_1, \cdots, C_{i-1}, b, C_{i+1}, \cdots, C_n)}{det(C_1, \cdots, C_n)}, \quad i = 1, \cdots, n,$$

onde $A = (C_1, \cdots, C_n)$.

Regra de Cramer

Un sistema de n ecuacións con n incógnitas dise un sistema de Cramer se o determinante da matriz de coeficientes é non-nulo.

Un sistema de Cramer é compatible determinado.

Regra de Cramer

Sexa $Ax = b$ un sistema de Cramer con n ecuacións e n incógnitas. A súa solución vén dada por

$$x_i = \frac{det(C_1, \cdots, C_{i-1}, b, C_{i+1}, \cdots, C_n)}{det(C_1, \cdots, C_n)}, \quad i = 1, \cdots, n,$$

onde $A = (C_1, \cdots, C_n)$.

Regra de Cramer

Un sistema de n ecuacións con n incógnitas dise un sistema de Cramer se o determinante da matriz de coeficientes é non-nulo.

Un sistema de Cramer é compatible determinado.

Regra de Cramer

Sexa $Ax = b$ un sistema de Cramer con n ecuacións e n incógnitas. A súa solución vén dada por

$$x_i = \frac{det(C_1, \cdots, C_{i-1}, b, C_{i+1}, \cdots, C_n)}{det(C_1, \cdots, C_n)}, \quad i = 1, \cdots, n,$$

onde $A = (C_1, \cdots, C_n)$.

Regra de Cramer

Un sistema de n ecuacións con n incógnitas dise un sistema de Cramer se o determinante da matriz de coeficientes é non-nulo.

Un sistema de Cramer é compatible determinado.

Regra de Cramer

Sexa $Ax = b$ un sistema de Cramer con n ecuacións e n incógnitas. A súa solución vén dada por

$$x_i = \frac{det(C_1, \cdots, C_{i-1}, b, C_{i+1}, \cdots, C_n)}{det(C_1, \cdots, C_n)}, \; i = 1, \cdots, n,$$

onde $A = (C_1, \cdots, C_n)$.

Exemplo da regra de Cramer

Resolver o sistema $\left\{\begin{array}{rcrcrcl} x & + & y & + & z & = & 3 \\ x & + & 2y & - & z & = & 2 \\ 2x & - & 3y & + & 5z & = & 4 \end{array}\right.$

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 2 & -3 & 5 \end{vmatrix} = -7 \neq 0 \Rightarrow \text{Sistema de Cramer}$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} \mathbf{3} & 1 & 1 \\ \mathbf{2} & 2 & -1 \\ \mathbf{4} & -3 & 5 \end{vmatrix}}{-7}, \; y = \frac{\begin{vmatrix} 1 & \mathbf{3} & 1 \\ 1 & \mathbf{2} & -1 \\ 2 & \mathbf{4} & 5 \end{vmatrix}}{-7}, \; z = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 & \mathbf{3} \\ 1 & 2 & \mathbf{2} \\ 2 & -3 & \mathbf{4} \end{vmatrix}}{-7}.$$

Exemplo da regra de Cramer

Resolver o sistema $\left\{\begin{array}{rcrcrcl} x & + & y & + & z & = & 3 \\ x & + & 2y & - & z & = & 2 \\ 2x & - & 3y & + & 5z & = & 4 \end{array}\right.$

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 2 & -3 & 5 \end{vmatrix} = -7 \neq 0 \Rightarrow \text{Sistema de Cramer}$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} \mathbf{3} & 1 & 1 \\ \mathbf{2} & 2 & -1 \\ \mathbf{4} & -3 & 5 \end{vmatrix}}{-7},\ y = \frac{\begin{vmatrix} 1 & \mathbf{3} & 1 \\ 1 & \mathbf{2} & -1 \\ 2 & \mathbf{4} & 5 \end{vmatrix}}{-7},\ z = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 & \mathbf{3} \\ 1 & 2 & \mathbf{2} \\ 2 & -3 & \mathbf{4} \end{vmatrix}}{-7}.$$

Exemplo da regra de Cramer

Resolver o sistema $\left\{\begin{array}{rcrcrcr} x & + & y & + & z & = & 3 \\ x & + & 2y & - & z & = & 2 \\ 2x & - & 3y & + & 5z & = & 4 \end{array}\right.$

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 2 & -3 & 5 \end{vmatrix} = -7 \neq 0 \Rightarrow \text{Sistema de Cramer}$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} \mathbf{3} & 1 & 1 \\ \mathbf{2} & 2 & -1 \\ \mathbf{4} & -3 & 5 \end{vmatrix}}{-7}, \; y = \frac{\begin{vmatrix} 1 & \mathbf{3} & 1 \\ 1 & \mathbf{2} & -1 \\ 2 & \mathbf{4} & 5 \end{vmatrix}}{-7}, \; z = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 & \mathbf{3} \\ 1 & 2 & \mathbf{2} \\ 2 & -3 & \mathbf{4} \end{vmatrix}}{-7}.$$

Exemplo da regra de Cramer

Resolver o sistema $\left\{\begin{array}{rcrcrcr} x & + & y & + & z & = & 3 \\ x & + & 2y & - & z & = & 2 \\ 2x & - & 3y & + & 5z & = & 4 \end{array}\right.$

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 2 & -3 & 5 \end{vmatrix} = -7 \neq 0 \Rightarrow \text{Sistema de Cramer}$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} \mathbf{3} & 1 & 1 \\ \mathbf{2} & 2 & -1 \\ \mathbf{4} & -3 & 5 \end{vmatrix}}{-7},\ y = \frac{\begin{vmatrix} 1 & \mathbf{3} & 1 \\ 1 & \mathbf{2} & -1 \\ 2 & \mathbf{4} & 5 \end{vmatrix}}{-7},\ z = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 & \mathbf{3} \\ 1 & 2 & \mathbf{2} \\ 2 & -3 & \mathbf{4} \end{vmatrix}}{-7}.$$

Exemplo da regra de Cramer

Resolver o sistema $\left\{\begin{array}{rcrcrcr} x & + & y & + & z & = & 3 \\ x & + & 2y & - & z & = & 2 \\ 2x & - & 3y & + & 5z & = & 4 \end{array}\right.$

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 2 & -3 & 5 \end{vmatrix} = -7 \neq 0 \Rightarrow \text{Sistema de Cramer}$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} \mathbf{3} & 1 & 1 \\ \mathbf{2} & 2 & -1 \\ \mathbf{4} & -3 & 5 \end{vmatrix}}{-7},\ y = \frac{\begin{vmatrix} 1 & \mathbf{3} & 1 \\ 1 & \mathbf{2} & -1 \\ 2 & \mathbf{4} & 5 \end{vmatrix}}{-7},\ z = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 & \mathbf{3} \\ 1 & 2 & \mathbf{2} \\ 2 & -3 & \mathbf{4} \end{vmatrix}}{-7}.$$

Exemplo da regra de Cramer

Resolver o sistema $\left\{\begin{array}{rcrcrcr} x & + & y & + & z & = & 3 \\ x & + & 2y & - & z & = & 2 \\ 2x & - & 3y & + & 5z & = & 4 \end{array}\right.$

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 2 & -3 & 5 \end{vmatrix} = -7 \neq 0 \Rightarrow \text{Sistema de Cramer}$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} \mathbf{3} & 1 & 1 \\ \mathbf{2} & 2 & -1 \\ \mathbf{4} & -3 & 5 \end{vmatrix}}{-7}, \; y = \frac{\begin{vmatrix} 1 & \mathbf{3} & 1 \\ 1 & \mathbf{2} & -1 \\ 2 & \mathbf{4} & 5 \end{vmatrix}}{-7}, \; z = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 & \mathbf{3} \\ 1 & 2 & \mathbf{2} \\ 2 & -3 & \mathbf{4} \end{vmatrix}}{-7}.$$