MATEMÁTICAS II
MATRICES

Manuel Fernández López

IES María Sarmiento
Misericordia 58
Viveiro, Lugo

September 18, 2016

Outline

Outline

Definición de matriz

Definición de matriz

Unha matriz de dimensión $m \times n$ é un conxunto de $m \cdot n$ números dipostos en m filas e n columnas, da forma

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

- A matriz A tamén se pode denotar como

$$A = (a_{ij}), \text{ onde } i = 1, \cdots, m, j = 1, \cdots, n.$$

- Un elemento xenérico da matriz desígnase por a_{ij}, onde o subíndice i representa o número de fila que ocupa o elemento e o subíndice j o número de columna.

Definición de matriz

Definición de matriz

Unha matriz de dimensión $m \times n$ é un conxunto de $m \cdot n$ números dipostos en m filas e n columnas, da forma

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

- A matriz A tamén se pode denotar como

$$A = (a_{ij}), \text{ onde } i = 1, \cdots, m, j = 1, \cdots, n.$$

- Un elemento xenérico da matriz desígnase por a_{ij}, onde o subíndice i representa o número de fila que ocupa o elemento e o subíndice j o número de columna.

Definición de matriz

Definición de matriz

Unha matriz de dimensión $m \times n$ é un conxunto de $m \cdot n$ números dipostos en m filas e n columnas, da forma

$$A = \left(\begin{array}{ccccc} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \cdots & a_{mn} \end{array} \right)$$

- A matriz A tamén se pode denotar como

$$A = (a_{ij}), \text{ onde } i = 1, \cdots, m, j = 1, \cdots, n.$$

- Un elemento xenérico da matriz desígnase por a_{ij}, onde o subíndice i representa o número de fila que ocupa o elemento e o subíndice j o número de columna.

Igualdade de matrices

Dúas matrices son iguais se teñen a mesma dimensión e os elementos que ocupan o mesmo lugar son iguais.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}.$$

Non teñen a mesma dimensión.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & x \\ 0 & -5 & y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 7 \\ 0 & z & 1 \end{pmatrix} \Longleftrightarrow (x, y, z) = (7, 1, -5).$$

Igualdade de matrices

Dúas matrices son iguais se teñen a mesma dimensión e os elementos que ocupan o mesmo lugar son iguais.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}.$$

Non teñen a mesma dimensión.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & x \\ 0 & -5 & y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 7 \\ 0 & z & 1 \end{pmatrix} \iff (x, y, z) = (7, 1, -5).$$

Igualdade de matrices

Dúas matrices son iguais se teñen a mesma dimensión e os elementos que ocupan o mesmo lugar son iguais.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}.$$

Non teñen a mesma dimensión.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & x \\ 0 & -5 & y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 7 \\ 0 & z & 1 \end{pmatrix} \Longleftrightarrow (x, y, z) = (7, 1, -5).$$

Igualdade de matrices

Dúas matrices son iguais se teñen a mesma dimensión e os elementos que ocupan o mesmo lugar son iguais.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}.$$

Non teñen a mesma dimensión.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & x \\ 0 & -5 & y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 7 \\ 0 & z & 1 \end{pmatrix} \Longleftrightarrow (x, y, z) = (7, 1, -5).$$

Outline

1. Definicións básicas
   - Que é unha matriz?
   - Tipos de matrices
2. Operacións con matrices
   - Suma, resta e produto por un escalar
   - Produto de matrices
   - Propiedades das operacións con matrices
   - Matriz transposta
   - Matriz inversa
   - Propiedades da transposta e da inversa
3. Rango dunha matriz
   - Dependencia e indenpendencia lineal
   - Rango dunha matriz
   - Inversa por Gauss-Jordan

Matrices rectangulares

Unha **matriz rectangular** é unha matriz que ten distinto número de filas que de columnas ($m \neq n$).

Exemplos: A matriz A ten dimensión 2×5 e a matriz B ten dimensión 4×3 :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} -3 & -4 & 8 \\ 6 & 7 & 8 \\ 1 & 2 & 3 \\ -5 & 2 & 0 \end{pmatrix}.$$

Ao conxunto de todas as matrices rectangulares de dimensión $m \times n$ e con elementos reais denotarémolo por $\mathcal{M}_{m\times n}(\mathbb{R})$ ou $\mathcal{M}_{m\times n}$.

Para indicar que unha matriz A ten dimensión $m \times n$ escribiremos de forma abreviada $A \in \mathcal{M}_{m\times n}(\mathbb{R})$ ou $A \in \mathcal{M}_{m\times n}$ ou $A_{m\times n}$.

Matrices rectangulares

Unha **matriz rectangular** é unha matriz que ten distinto número de filas que de columnas ($m \neq n$).

Exemplos: A matriz A ten dimensión 2×5 e a matriz B ten dimensión 4×3 :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} -3 & -4 & 8 \\ 6 & 7 & 8 \\ 1 & 2 & 3 \\ -5 & 2 & 0 \end{pmatrix}.$$

Ao conxunto de todas as matrices rectangulares de dimensión $m \times n$ e con elementos reais denotarémolo por $\mathcal{M}_{m\times n}(\mathbb{R})$ ou $\mathcal{M}_{m\times n}$.

Para indicar que unha matriz A ten dimensión $m \times n$ escribiremos de forma abreviada $A \in \mathcal{M}_{m\times n}(\mathbb{R})$ ou $A \in \mathcal{M}_{m\times n}$ ou $A_{m\times n}$.

Matrices rectangulares

Unha **matriz rectangular** é unha matriz que ten distinto número de filas que de columnas ($m \neq n$).

Exemplos: A matriz A ten dimensión 2×5 e a matriz B ten dimensión 4×3 :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} -3 & -4 & 8 \\ 6 & 7 & 8 \\ 1 & 2 & 3 \\ -5 & 2 & 0 \end{pmatrix}.$$

Ao conxunto de todas as matrices rectangulares de dimensión $m \times n$ e con elementos reais denotarémolo por $\mathcal{M}_{m\times n}(\mathbb{R})$ ou $\mathcal{M}_{m\times n}$.

Para indicar que unha matriz A ten dimensión $m \times n$ escribiremos de forma abreviada $A \in \mathcal{M}_{m\times n}(\mathbb{R})$ ou $A \in \mathcal{M}_{m\times n}$ ou $A_{m\times n}$.

Matrices rectangulares

Unha **matriz rectangular** é unha matriz que ten distinto número de filas que de columnas ($m \neq n$).

Exemplos: A matriz A ten dimensión 2×5 e a matriz B ten dimensión 4×3 :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} -3 & -4 & 8 \\ 6 & 7 & 8 \\ 1 & 2 & 3 \\ -5 & 2 & 0 \end{pmatrix}.$$

Ao conxunto de todas as matrices rectangulares de dimensión $m \times n$ e con elementos reais denotarémolo por $\mathcal{M}_{m\times n}(\mathbb{R})$ ou $\mathcal{M}_{m\times n}$.

Para indicar que unha matriz A ten dimensión $m \times n$ escribiremos de forma abreviada $A \in \mathcal{M}_{m\times n}(\mathbb{R})$ ou $A \in \mathcal{M}_{m\times n}$ ou $A_{m\times n}$.

Matrices fila e columna

Unha **matriz fila** é unha matriz que só ten unha fila ($m = 1$). (Os vectores son un caso particular de matrices fila.)

Exemplos:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

Unha **matriz columna** é unha matriz que só ten unha columna ($n = 1$). (Os vectores son un caso particular de matrices columna.)
Exemplos:

$$A = \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Matrices fila e columna

Unha **matriz fila** é unha matriz que só ten unha fila ($m = 1$). (Os vectores son un caso particular de matrices fila.)

Exemplos:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

Unha **matriz columna** é unha matriz que só ten unha columna ($n = 1$). (Os vectores son un caso particular de matrices columna.)
Exemplos:

$$A = \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Matrices fila e columna

Unha **matriz fila** é unha matriz que só ten unha fila ($m = 1$). (Os vectores son un caso particular de matrices fila.)

Exemplos:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

Unha **matriz columna** é unha matriz que só ten unha columna ($n = 1$). (Os vectores son un caso particular de matrices columna.)

Exemplos:

$$A = \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Matrices fila e columna

Unha **matriz fila** é unha matriz que só ten unha fila ($m = 1$). (Os vectores son un caso particular de matrices fila.)

Exemplos:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

Unha **matriz columna** é unha matriz que só ten unha columna ($n = 1$). (Os vectores son un caso particular de matrices columna.)
Exemplos:

$$A = \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Matriz nula

Chámase **matriz nula** á matriz, posiblemente rectangular, que ten todos os elementos igual a 0.

Exemplos:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

A matriz nula é o analogo do 0 para a suma de matrices.

Matriz nula

Chámase **matriz nula** á matriz, posiblemente rectangular, que ten todos os elementos igual a 0.

Exemplos:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

A matriz nula é o analogo do 0 para a suma de matrices.

Chámase **matriz nula** á matriz, posiblemente rectangular, que ten todos os elementos igual a 0.

Exemplos:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

A matriz nula é o analogo do 0 para a suma de matrices.

Matrices cadradas

Unha **matriz cadrada** é unha matriz que ten igual número de filas que de columnas ($m = n$). En tal caso dise que a matriz A é de orde n.

Exemplos:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 6 & 7 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 6 & 7 & 8 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

Ao conxunto de todas as matrices cadradas de orde n e con elementos reais denotarémolo por $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$.

Para indicar que unha matriz A ten orde n escribiremos de forma abreviada $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$.

Matrices cadradas

Unha **matriz cadrada** é unha matriz que ten igual número de filas que de columnas ($m = n$). En tal caso dise que a matriz A é de orde n.

Exemplos:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 6 & 7 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 6 & 7 & 8 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

Ao conxunto de todas as matrices cadradas de orde n e con elementos reais denotarémolo por $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$.

Para indicar que unha matriz A ten orde n escribiremos de forma abreviada $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$.

Matrices cadradas

Unha **matriz cadrada** é unha matriz que ten igual número de filas que de columnas ($m = n$). En tal caso dise que a matriz A é de orde n.

Exemplos:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 6 & 7 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 6 & 7 & 8 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

Ao conxunto de todas as matrices cadradas de orde n e con elementos reais denotarémolo por $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$.

Para indicar que unha matriz A ten orde n escribiremos de forma abreviada $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$.

Matrices cadradas

Unha **matriz cadrada** é unha matriz que ten igual número de filas que de columnas ($m = n$). En tal caso dise que a matriz A é de orde n.

Exemplos:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 6 & 7 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 6 & 7 & 8 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

Ao conxunto de todas as matrices cadradas de orde n e con elementos reais denotarémolo por $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$.

Para indicar que unha matriz A ten orde n escribiremos de forma abreviada $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$.

Diagonais dunha matriz cadrada

Chámase **diagonal principal** dunha matriz cadrada A de orde n ao conxunto formado polos elementos da forma a_{ii}, $i = 1, \ldots, n$.

Exemplos:

$$A = \begin{pmatrix} \mathbf{1} & 2 \\ 6 & \mathbf{7} \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} \mathbf{1} & 2 & 3 \\ 6 & \mathbf{7} & 8 \\ 1 & 2 & \mathbf{3} \end{pmatrix}.$$

Chámase **diagonal secundaria** dunha matriz cadrada A ao conxunto formado polos elementos da forma a_{ij}, con $i + j = n + 1$.

Exemplos:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & \mathbf{1} \\ \mathbf{7} & -5 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \mathbf{3} \\ 6 & \mathbf{7} & 8 \\ \mathbf{1} & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

Diagonais dunha matriz cadrada

Chámase **diagonal principal** dunha matriz cadrada A de orde n ao conxunto formado polos elementos da forma a_{ii}, $i = 1, \ldots, n$.

Exemplos:

$$A = \begin{pmatrix} \mathbf{1} & 2 \\ 6 & \mathbf{7} \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} \mathbf{1} & 2 & 3 \\ 6 & \mathbf{7} & 8 \\ 1 & 2 & \mathbf{3} \end{pmatrix}.$$

Chámase **diagonal secundaria** dunha matriz cadrada A ao conxunto formado polos elementos da forma a_{ij}, con $i + j = n + 1$.

Exemplos:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & \mathbf{1} \\ \mathbf{7} & -5 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \mathbf{3} \\ 6 & \mathbf{7} & 8 \\ \mathbf{1} & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

Diagonais dunha matriz cadrada

Chámase **diagonal principal** dunha matriz cadrada A de orde n ao conxunto formado polos elementos da forma a_{ii}, $i = 1, \ldots, n$.

Exemplos:

$$A = \begin{pmatrix} \mathbf{1} & 2 \\ 6 & \mathbf{7} \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} \mathbf{1} & 2 & 3 \\ 6 & \mathbf{7} & 8 \\ 1 & 2 & \mathbf{3} \end{pmatrix}.$$

Chámase **diagonal secundaria** dunha matriz cadrada A ao conxunto formado polos elementos da forma a_{ij}, con $i + j = n + 1$.

Exemplos:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & \mathbf{1} \\ \mathbf{7} & -5 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \mathbf{3} \\ 6 & \mathbf{7} & 8 \\ \mathbf{1} & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

Diagonais dunha matriz cadrada

Chámase **diagonal principal** dunha matriz cadrada A de orde n ao conxunto formado polos elementos da forma a_{ii}, $i = 1, \ldots, n$.

Exemplos:

$$A = \begin{pmatrix} \mathbf{1} & 2 \\ 6 & \mathbf{7} \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} \mathbf{1} & 2 & 3 \\ 6 & \mathbf{7} & 8 \\ 1 & 2 & \mathbf{3} \end{pmatrix}.$$

Chámase **diagonal secundaria** dunha matriz cadrada A ao conxunto formado polos elementos da forma a_{ij}, con $i + j = n + 1$.

Exemplos:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & \mathbf{1} \\ \mathbf{7} & -5 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \mathbf{3} \\ 6 & \mathbf{7} & 8 \\ \mathbf{1} & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

Matrices triangulares

Unha **matriz triangular superior** é unha matriz cadrada na que todos os elementos situados por debaixo da diagonal principal son nulos ($a_{ij} = 0$ se $i > j$).

Exemplos:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 7 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 7 & 8 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

Unha **matriz triangular inferior** é unha matriz cadrada na que todos os elementos situados por encima da diagonal principal son nulos ($a_{ij} = 0$ se $i < j$).

Exemplos:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -3 & 7 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -5 & 7 & 0 \\ 3 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

Matrices triangulares

Unha **matriz triangular superior** é unha matriz cadrada na que todos os elementos situados por debaixo da diagonal principal son nulos ($a_{ij} = 0$ se $i > j$).

Exemplos:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 7 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 7 & 8 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

Unha **matriz triangular inferior** é unha matriz cadrada na que todos os elementos situados por encima da diagonal principal son nulos ($a_{ij} = 0$ se $i < j$).

Exemplos:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -3 & 7 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -5 & 7 & 0 \\ 3 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

Matrices triangulares

Unha **matriz triangular superior** é unha matriz cadrada na que todos os elementos situados por debaixo da diagonal principal son nulos ($a_{ij} = 0$ se $i > j$).

Exemplos:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 7 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 7 & 8 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

Unha **matriz triangular inferior** é unha matriz cadrada na que todos os elementos situados por encima da diagonal principal son nulos ($a_{ij} = 0$ se $i < j$).

Exemplos:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -3 & 7 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -5 & 7 & 0 \\ 3 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

Matrices triangulares

Unha **matriz triangular superior** é unha matriz cadrada na que todos os elementos situados por debaixo da diagonal principal son nulos ($a_{ij} = 0$ se $i > j$).

Exemplos:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 7 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 7 & 8 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

Unha **matriz triangular inferior** é unha matriz cadrada na que todos os elementos situados por encima da diagonal principal son nulos ($a_{ij} = 0$ se $i < j$).

Exemplos:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -3 & 7 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -5 & 7 & 0 \\ 3 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

Matrices diagonal e escalar

Unha **matriz diagonal** é unha matriz cadrada na que todos os elementos non situados na diagonal principal son nulos ($a_{ij} = 0$ se $i \neq j$).

Exemplos:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 7 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

Unha **matriz escalar** é unha matriz diagonal que ten todos os elementos situados na diagonal principal iguais.

Exemplos:

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 0 \\ 0 & 7 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}.$$

Matrices diagonal e escalar

Unha **matriz diagonal** é unha matriz cadrada na que todos os elementos non situados na diagonal principal son nulos ($a_{ij} = 0$ se $i \neq j$).

Exemplos:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 7 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

Unha **matriz escalar** é unha matriz diagonal que ten todos os elementos situados na diagonal principal iguais.

Exemplos:

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 0 \\ 0 & 7 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}.$$

Matrices diagonal e escalar

Unha **matriz diagonal** é unha matriz cadrada na que todos os elementos non situados na diagonal principal son nulos ($a_{ij} = 0$ se $i \neq j$).

Exemplos:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 7 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

Unha **matriz escalar** é unha matriz diagonal que ten todos os elementos situados na diagonal principal iguais.

Exemplos:

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 0 \\ 0 & 7 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}.$$

Matrices diagonal e escalar

Unha **matriz diagonal** é unha matriz cadrada na que todos os elementos non situados na diagonal principal son nulos ($a_{ij} = 0$ se $i \neq j$).

Exemplos:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 7 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

Unha **matriz escalar** é unha matriz diagonal que ten todos os elementos situados na diagonal principal iguais.

Exemplos:

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 0 \\ 0 & 7 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}.$$

Matriz identidade

Chámase **matriz identidade** ou **matriz unidade** á matriz escalar que ten todos os elementos situados na diagonal principal igual a 1.

Exemplos:

$$I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \qquad I_4 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

É o analogo do número 1 para a multiplicación de matrices.

Matriz identidade

Chámase **matriz identidade** ou **matriz unidade** á matriz escalar que ten todos os elementos situados na diagonal principal igual a 1.

Exemplos:

$$I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \qquad I_4 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

É o analogo do número 1 para a multiplicación de matrices.

Matriz identidade

Chámase **matriz identidade** ou **matriz unidade** á matriz escalar que ten todos os elementos situados na diagonal principal igual a 1.

Exemplos:

$$I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \qquad I_4 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

É o analogo do número 1 para a multiplicación de matrices.

Outline

Suma de matrices

Suma de matrices

A suma de dúas matrices $A = (a_{ij})$ e $B = (b_{ij})$ da mesma dimensión $m \times n$, que se denota por $A + B$, é a matriz de dimensión $m \times n$ cuxos elementos se obteñen sumando os elementos que ocupan o mesmo lugar nas dúas matrices. Simbolicamente

$$A + B = (a_{ij}) + (b_{ij}) = (a_{ij} + b_{ij}).$$

Exemplo:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 1 & -3 \\ 4 & -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & 6 \end{pmatrix}.$$

Suma de matrices

Suma de matrices

A suma de dúas matrices $A = (a_{ij})$ e $B = (b_{ij})$ da mesma dimensión $m \times n$, que se denota por $A + B$, é a matriz de dimensión $m \times n$ cuxos elementos se obteñen sumando os elementos que ocupan o mesmo lugar nas dúas matrices. Simbolicamente

$$A + B = (a_{ij}) + (b_{ij}) = (a_{ij} + b_{ij}).$$

Exemplo:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 1 & -3 \\ 4 & -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & 6 \end{pmatrix}.$$

Suma de matrices

Suma de matrices

A suma de dúas matrices $A = (a_{ij})$ e $B = (b_{ij})$ da mesma dimensión $m \times n$, que se denota por $A + B$, é a matriz de dimensión $m \times n$ cuxos elementos se obteñen sumando os elementos que ocupan o mesmo lugar nas dúas matrices. Simbolicamente

$$A + B = (a_{ij}) + (b_{ij}) = (a_{ij} + b_{ij}).$$

Exemplo:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 1 & -3 \\ 4 & -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & 6 \end{pmatrix}.$$

Produto dunha matriz por un escalar

Produto por un escalar

Dado un número real λ e unha matriz $A = (a_{ij})$ de dimensión $m \times n$ o produto de λ por A, que se denota por $\lambda \cdot A$, é a matriz de dimensión $m \times n$ cuxos elementos se obteñen multiplicando cada elemento da matriz por λ. Simbolicamente

$$\lambda \cdot A = \lambda \cdot (a_{ij}) = (\lambda \cdot a_{ij}).$$

Exemplo:

$$3 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 9 \\ 0 & 3 & 12 \end{pmatrix}.$$

Produto dunha matriz por un escalar

Produto por un escalar

Dado un número real λ e unha matriz $A = (a_{ij})$ de dimensión $m \times n$ o produto de λ por A, que se denota por $\lambda \cdot A$, é a matriz de dimensión $m \times n$ cuxos elementos se obteñen multiplicando cada elemento da matriz por λ. Simbolicamente

$$\lambda \cdot A = \lambda \cdot (a_{ij}) = (\lambda \cdot a_{ij}).$$

Exemplo:

$$3 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 9 \\ 0 & 3 & 12 \end{pmatrix}.$$

Produto dunha matriz por un escalar

Produto por un escalar

Dado un número real λ e unha matriz $A = (a_{ij})$ de dimensión $m \times n$ o produto de λ por A, que se denota por $\lambda \cdot A$, é a matriz de dimensión $m \times n$ cuxos elementos se obteñen multiplicando cada elemento da matriz por λ. Simbolicamente

$$\lambda \cdot A = \lambda \cdot (a_{ij}) = (\lambda \cdot a_{ij}).$$

Exemplo:

$$3 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 9 \\ 0 & 3 & 12 \end{pmatrix}.$$

Matriz oposta dunha matriz

Matriz oposta

Dada unha matriz $A = (a_{ij})$ de dimensión $m \times n$ a matriz oposta de A, que se denota por $-A$, é a matriz de dimensión $m \times n$ cuxos elementos son os opostos dos elmentos da matriz A. Simbolicamente

$$-A = (-a_{ij}).$$

Exemplo:

$$-\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & -3 \\ 0 & -1 & -4 \end{pmatrix}.$$

Matriz oposta dunha matriz

Matriz oposta

Dada unha matriz $A = (a_{ij})$ de dimensión $m \times n$ a matriz oposta de A, que se denota por $-A$, é a matriz de dimensión $m \times n$ cuxos elementos son os opostos dos elmentos da matriz A. Simbolicamente

$$-A = (-a_{ij}).$$

Exemplo:

$$-\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & -3 \\ 0 & -1 & -4 \end{pmatrix}.$$

Matriz oposta dunha matriz

Matriz oposta

Dada unha matriz $A = (a_{ij})$ de dimensión $m \times n$ a matriz oposta de A, que se denota por $-A$, é a matriz de dimensión $m \times n$ cuxos elementos son os opostos dos elmentos da matriz A. Simbolicamente

$$-A = (-a_{ij}).$$

Exemplo:

$$-\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & -3 \\ 0 & -1 & -4 \end{pmatrix}.$$

Resta de matrices

Resta de matrices

A diferenza de dúas matrices $A = (a_{ij})$ e $B = (b_{ij})$ da mesma dimensión $m \times n$, que se denota por $A - B$, é a matriz de dimensión $m \times n$ cuxos elementos se obteñen restando os elementos que ocupan o mesmo lugar nas dúas matrices. Simbolicamente

$$A - B = (a_{ij}) - (b_{ij}) = (a_{ij} - b_{ij}).$$

Alternativamente $A - B = A + (-B)$. (Restar unha matriz é o mesmo que sumar a oposta.)

Exemplo:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 & 1 & -3 \\ 4 & -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & -1 & 6 \\ -4 & 2 & 2 \end{pmatrix}.$$

Resta de matrices

Resta de matrices

A diferenza de dúas matrices $A = (a_{ij})$ e $B = (b_{ij})$ da mesma dimensión $m \times n$, que se denota por $A - B$, é a matriz de dimensión $m \times n$ cuxos elementos se obteñen restando os elementos que ocupan o mesmo lugar nas dúas matrices. Simbolicamente

$$A - B = (a_{ij}) - (b_{ij}) = (a_{ij} - b_{ij}).$$

Alternativamente $A - B = A + (-B)$. (Restar unha matriz é o mesmo que sumar a oposta.)

Exemplo:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 & 1 & -3 \\ 4 & -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & -1 & 6 \\ -4 & 2 & 2 \end{pmatrix}.$$

Resta de matrices

Resta de matrices

A diferenza de dúas matrices $A = (a_{ij})$ e $B = (b_{ij})$ da mesma dimensión $m \times n$, que se denota por $A - B$, é a matriz de dimensión $m \times n$ cuxos elementos se obteñen restando os elementos que ocupan o mesmo lugar nas dúas matrices. Simbolicamente

$$A - B = (a_{ij}) - (b_{ij}) = (a_{ij} - b_{ij}).$$

Alternativamente $A - B = A + (-B)$. (Restar unha matriz é o mesmo que sumar a oposta.)

Exemplo:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 & 1 & -3 \\ 4 & -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & -1 & 6 \\ -4 & 2 & 2 \end{pmatrix}.$$

Resta de matrices

Resta de matrices

A diferenza de dúas matrices $A = (a_{ij})$ e $B = (b_{ij})$ da mesma dimensión $m \times n$, que se denota por $A - B$, é a matriz de dimensión $m \times n$ cuxos elementos se obteñen restando os elementos que ocupan o mesmo lugar nas dúas matrices. Simbolicamente

$$A - B = (a_{ij}) - (b_{ij}) = (a_{ij} - b_{ij}).$$

Alternativamente $A - B = A + (-B)$. (Restar unha matriz é o mesmo que sumar a oposta.)

Exemplo:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 & 1 & -3 \\ 4 & -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & -1 & 6 \\ -4 & 2 & 2 \end{pmatrix}.$$

Resta de matrices

Resta de matrices

A diferenza de dúas matrices $A = (a_{ij})$ e $B = (b_{ij})$ da mesma dimensión $m \times n$, que se denota por $A - B$, é a matriz de dimensión $m \times n$ cuxos elementos se obteñen restando os elementos que ocupan o mesmo lugar nas dúas matrices. Simbolicamente

$$A - B = (a_{ij}) - (b_{ij}) = (a_{ij} - b_{ij}).$$

Alternativamente $A - B = A + (-B)$. (Restar unha matriz é o mesmo que sumar a oposta.)

Exemplo:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 & 1 & -3 \\ 4 & -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & -1 & 6 \\ -4 & 2 & 2 \end{pmatrix}.$$

Outline

Produto de matrices

Produto de matrices

O produto dunha matriz $A = (a_{ij})$ de dimensión $m \times n$ e unha matriz $B = (b_{ij})$ de dimensión $n \times p$, que se denota por $A \cdot B$, é a matriz de dimensión $m \times p$ tal que o elemento que ocupa a fila i e a columna j é o produto escalar da fila i de A pola columna j de B. Simbolicamente

$$A_{m\times n} \cdot B_{n\times p} = (a_{ij})_{m\times n} \cdot (b_{ij})_{n\times p} = (a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \cdots + a_{in}b_{nj})_{m\times p}.$$

Exemplo:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}_{2\times 3} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}_{3\times 2} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}_{2\times 2}.$$

Produto de matrices

O produto dunha matriz $A = (a_{ij})$ de dimensión $m \times n$ e unha matriz $B = (b_{ij})$ de dimensión $n \times p$, que se denota por $A \cdot B$, é a matriz de dimensión $m \times p$ tal que o elemento que ocupa a fila i e a columna j é o produto escalar da fila i de A pola columna j de B. Simbolicamente

$$A_{m\times n} \cdot B_{n\times p} = (a_{ij})_{m\times n} \cdot (b_{ij})_{n\times p} = (a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \cdots + a_{in}b_{nj})_{m\times p}.$$

Exemplo:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}_{2\times 3} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}_{3\times 2} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}_{2\times 2}.$$

Produto de matrices

O produto dunha matriz $A = (a_{ij})$ de dimensión $m \times n$ e unha matriz $B = (b_{ij})$ de dimensión $n \times p$, que se denota por $A \cdot B$, é a matriz de dimensión $m \times p$ tal que o elemento que ocupa a fila i e a columna j é o produto escalar da fila i de A pola columna j de B. Simbolicamente

$$A_{m\times n} \cdot B_{n\times p} = (a_{ij})_{m\times n} \cdot (b_{ij})_{n\times p} = (a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \cdots + a_{in}b_{nj})_{m\times p}.$$

Exemplo:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}_{2\times 3} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}_{3\times 2} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}_{2\times 2}.$$

Produto de matrices

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}_{2\times 3} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}_{3\times 2} = \begin{pmatrix} 2\cdot 1+1\cdot 1+0\cdot 1 & ? \\ ? & ? \end{pmatrix}_{2\times 2}.$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}_{2\times 3} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}_{3\times 2} = \begin{pmatrix} ? & 2\cdot 0+1\cdot 1+0\cdot 3 \\ ? & ? \end{pmatrix}_{2\times 2}.$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}_{2\times 3} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}_{3\times 2} = \begin{pmatrix} ? & ? \\ 3\cdot 1+1\cdot 1+2\cdot 1 & ? \end{pmatrix}_{2\times 2}.$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}_{2\times 3} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}_{3\times 2} = \begin{pmatrix} ? & ? \\ ? & 3\cdot 0+1\cdot 1+2\cdot 3 \end{pmatrix}_{2\times 2}.$$

Produto de matrices

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}_{2\times 3} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}_{3\times 2} = \begin{pmatrix} 2\cdot 1 + 1\cdot 1 + 0\cdot 1 & ? \\ ? & ? \end{pmatrix}_{2\times 2}.$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}_{2\times 3} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}_{3\times 2} = \begin{pmatrix} ? & 2\cdot 0 + 1\cdot 1 + 0\cdot 3 \\ ? & ? \end{pmatrix}_{2\times 2}.$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}_{2\times 3} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}_{3\times 2} = \begin{pmatrix} ? & ? \\ 3\cdot 1 + 1\cdot 1 + 2\cdot 1 & ? \end{pmatrix}_{2\times 2}.$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}_{2\times 3} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}_{3\times 2} = \begin{pmatrix} ? & ? \\ ? & 3\cdot 0 + 1\cdot 1 + 2\cdot 3 \end{pmatrix}_{2\times 2}.$$

Produto de matrices

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}_{2\times 3} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}_{3\times 2} = \begin{pmatrix} 2\cdot 1 + 1\cdot 1 + 0\cdot 1 & ? \\ ? & ? \end{pmatrix}_{2\times 2}.$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}_{2\times 3} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}_{3\times 2} = \begin{pmatrix} ? & 2\cdot 0 + 1\cdot 1 + 0\cdot 3 \\ ? & ? \end{pmatrix}_{2\times 2}.$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}_{2\times 3} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}_{3\times 2} = \begin{pmatrix} ? & ? \\ 3\cdot 1 + 1\cdot 1 + 2\cdot 1 & ? \end{pmatrix}_{2\times 2}.$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}_{2\times 3} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}_{3\times 2} = \begin{pmatrix} ? & ? \\ ? & 3\cdot 0 + 1\cdot 1 + 2\cdot 3 \end{pmatrix}_{2\times 2}.$$

Produto de matrices

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}_{2\times 3} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}_{3\times 2} = \begin{pmatrix} 2\cdot 1 + 1\cdot 1 + 0\cdot 1 & ? \\ ? & ? \end{pmatrix}_{2\times 2}.$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}_{2\times 3} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}_{3\times 2} = \begin{pmatrix} ? & \color{red}{2\cdot 0 + 1\cdot 1 + 0\cdot 3} \\ ? & ? \end{pmatrix}_{2\times 2}.$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}_{2\times 3} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}_{3\times 2} = \begin{pmatrix} ? & ? \\ 3\cdot 1 + 1\cdot 1 + 2\cdot 1 & ? \end{pmatrix}_{2\times 2}.$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}_{2\times 3} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}_{3\times 2} = \begin{pmatrix} ? & ? \\ ? & 3\cdot 0 + 1\cdot 1 + 2\cdot 3 \end{pmatrix}_{2\times 2}.$$

Produto de matrices

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}_{2\times 3} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}_{3\times 2} = \begin{pmatrix} 2\cdot 1 + 1\cdot 1 + 0\cdot 1 & ? \\ ? & ? \end{pmatrix}_{2\times 2}.$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}_{2\times 3} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}_{3\times 2} = \begin{pmatrix} ? & 2\cdot 0 + 1\cdot 1 + 0\cdot 3 \\ ? & ? \end{pmatrix}_{2\times 2}.$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}_{2\times 3} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}_{3\times 2} = \begin{pmatrix} ? & ? \\ 3\cdot 1 + 1\cdot 1 + 2\cdot 1 & ? \end{pmatrix}_{2\times 2}.$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}_{2\times 3} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}_{3\times 2} = \begin{pmatrix} ? & ? \\ ? & 3\cdot 0 + 1\cdot 1 + 2\cdot 3 \end{pmatrix}_{2\times 2}.$$

Produto de matrices

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}_{2\times 3} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}_{3\times 2} = \begin{pmatrix} 2\cdot 1 + 1\cdot 1 + 0\cdot 1 & ? \\ ? & ? \end{pmatrix}_{2\times 2}.$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}_{2\times 3} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}_{3\times 2} = \begin{pmatrix} ? & 2\cdot 0 + 1\cdot 1 + 0\cdot 3 \\ ? & ? \end{pmatrix}_{2\times 2}.$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}_{2\times 3} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}_{3\times 2} = \begin{pmatrix} ? & ? \\ 3\cdot 1 + 1\cdot 1 + 2\cdot 1 & ? \end{pmatrix}_{2\times 2}.$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}_{2\times 3} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}_{3\times 2} = \begin{pmatrix} ? & ? \\ ? & 3\cdot 0 + 1\cdot 1 + 2\cdot 3 \end{pmatrix}_{2\times 2}.$$

Produto de matrices

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}_{2\times 3} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}_{3\times 2} = \begin{pmatrix} 2\cdot 1 + 1\cdot 1 + 0\cdot 1 & ? \\ ? & ? \end{pmatrix}_{2\times 2}.$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}_{2\times 3} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}_{3\times 2} = \begin{pmatrix} ? & 2\cdot 0 + 1\cdot 1 + 0\cdot 3 \\ ? & ? \end{pmatrix}_{2\times 2}.$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}_{2\times 3} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}_{3\times 2} = \begin{pmatrix} ? & ? \\ 3\cdot 1 + 1\cdot 1 + 2\cdot 1 & ? \end{pmatrix}_{2\times 2}.$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}_{2\times 3} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}_{3\times 2} = \begin{pmatrix} ? & ? \\ ? & 3\cdot 0 + 1\cdot 1 + 2\cdot 3 \end{pmatrix}_{2\times 2}.$$

Produto de matrices

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}_{2\times 3} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}_{3\times 2} = \begin{pmatrix} 2\cdot 1+1\cdot 1+0\cdot 1 & ? \\ ? & ? \end{pmatrix}_{2\times 2}.$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}_{2\times 3} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}_{3\times 2} = \begin{pmatrix} ? & 2\cdot 0+1\cdot 1+0\cdot 3 \\ ? & ? \end{pmatrix}_{2\times 2}.$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}_{2\times 3} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}_{3\times 2} = \begin{pmatrix} ? & ? \\ 3\cdot 1+1\cdot 1+2\cdot 1 & ? \end{pmatrix}_{2\times 2}.$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}_{2\times 3} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}_{3\times 2} = \begin{pmatrix} ? & ? \\ ? & 3\cdot 0+1\cdot 1+2\cdot 3 \end{pmatrix}_{2\times 2}.$$

Outline

Propiedades da suma de matrices

As **propiedades da suma de matrices de dimensión** $m \times n$ son:

- $A + (B + C) = (A + B) + C$ (propiedade asociativa).
- $A + B = B + A$ (propiedade conmutativa).
- $A + 0 = A$ (existencia de elemento neutro, onde 0 denota a matriz nula).
- Para cada matriz A existe unha matriz $-A$ de forma que $A + (-A) = 0 = (-A) + A$ (existencia de elemento oposto).

Propiedades da suma de matrices

As **propiedades da suma de matrices de dimensión** $m \times n$ son:

- $A + (B + C) = (A + B) + C$ (propiedade asociativa).
- $A + B = B + A$ (propiedade conmutativa).
- $A + 0 = A$ (existencia de elemento neutro, onde 0 denota a matriz nula).
- Para cada matriz A existe unha matriz $-A$ de forma que $A + (-A) = 0 = (-A) + A$ (existencia de elemento oposto).

Propiedades da suma de matrices

As **propiedades da suma de matrices de dimensión** $m \times n$ son:

- $A + (B + C) = (A + B) + C$ (propiedade asociativa).
- $A + B = B + A$ (propiedade conmutativa).
- $A + 0 = A$ (existencia de elemento neutro, onde 0 denota a matriz nula).
- Para cada matriz A existe unha matriz $-A$ de forma que $A + (-A) = 0 = (-A) + A$ (existencia de elemento oposto).

Propiedades da suma de matrices

As **propiedades da suma de matrices de dimensión** $m \times n$ son:

- $A + (B + C) = (A + B) + C$ (propiedade asociativa).
- $A + B = B + A$ (propiedade conmutativa).
- $A + 0 = A$ (existencia de elemento neutro, onde 0 denota a matriz nula).
- Para cada matriz A existe unha matriz $-A$ de forma que $A + (-A) = 0 = (-A) + A$ (existencia de elemento oposto).

Propiedades da suma de matrices

As **propiedades da suma de matrices de dimensión** $m \times n$ son:

- $A + (B + C) = (A + B) + C$ (propiedade asociativa).
- $A + B = B + A$ (propiedade conmutativa).
- $A + 0 = A$ (existencia de elemento neutro, onde 0 denota a matriz nula).
- Para cada matriz A existe unha matriz $-A$ de forma que $A + (-A) = 0 = (-A) + A$ (existencia de elemento oposto).

Propiedades do produto dun escalar por unha matriz

As **propiedades do produto dun escalar por unha matriz** son:

- $\lambda(A+B) = \lambda A + \lambda B$, sendo A e B matrices da mesma dimensión (propiedade distributiva).
- $(\lambda + \mu)A = \lambda A + \mu A$ (propiedade distributiva).
- $\lambda(\mu A) = (\lambda\mu)A$ (propiedade asociativa mixta).
- $1 \cdot A = A = A \cdot 1$ (existencia de elemento neutro).

Propiedades do produto dun escalar por unha matriz

As **propiedades do produto dun escalar por unha matriz** son:

- $\lambda(A+B) = \lambda A + \lambda B$, sendo A e B matrices da mesma dimensión (propiedade distributiva).
- $(\lambda+\mu)A = \lambda A + \mu A$ (propiedade distributiva).
- $\lambda(\mu A) = (\lambda\mu)A$ (propiedade asociativa mixta).
- $1 \cdot A = A = A \cdot 1$ (existencia de elemento neutro).

Propiedades do produto dun escalar por unha matriz

As **propiedades do produto dun escalar por unha matriz** son:

- $\lambda(A+B) = \lambda A + \lambda B$, sendo A e B matrices da mesma dimensión (propiedade distributiva).
- $(\lambda + \mu)A = \lambda A + \mu A$ (propiedade distributiva).
- $\lambda(\mu A) = (\lambda\mu)A$ (propiedade asociativa mixta).
- $1 \cdot A = A = A \cdot 1$ (existencia de elemento neutro).

Propiedades do produto dun escalar por unha matriz

As **propiedades do produto dun escalar por unha matriz** son:

- $\lambda(A+B) = \lambda A + \lambda B$, sendo A e B matrices da mesma dimensión (propiedade distributiva).
- $(\lambda + \mu)A = \lambda A + \mu A$ (propiedade distributiva).
- $\lambda(\mu A) = (\lambda\mu)A$ (propiedade asociativa mixta).
- $1 \cdot A = A = A \cdot 1$ (existencia de elemento neutro).

Propiedades do produto dun escalar por unha matriz

As **propiedades do produto dun escalar por unha matriz** son:

- $\lambda(A + B) = \lambda A + \lambda B$, sendo A e B matrices da mesma dimensión (propiedade distributiva).
- $(\lambda + \mu)A = \lambda A + \mu A$ (propiedade distributiva).
- $\lambda(\mu A) = (\lambda\mu)A$ (propiedade asociativa mixta).
- $1 \cdot A = A = A \cdot 1$ (existencia de elemento neutro).

Propiedades do produto de matrices

As **propiedades do produto de matrices** son:

- Dadas tres matrices $A_{m,n}$, $B_{n,p}$ e $C_{p,q}$ cúmprese $(AB)C = A(BC)$ (propiedade asociativa).
- Dadas tres matrices $A_{m,n}$, $B_{n,p}$ e $C_{n,p}$ cúmprese $A(B + C) = AB + AC$ (propiedade distributiva do produto respecto da suma).
- Dadas tres matrices $A_{m,n}$, $B_{m,n}$ e $C_{n,p}$ cúmprese $(A + B)C = AC + BC$ (propiedade distributiva do produto respecto da suma).
- Se A é unha matriz cadrada de orde n entón $AI_n = I_nA = A$ (existencia de elemento neutro).
- O produto de matrices non é conmutativo, é dicir, existen matrices A e B tales que $AB \neq BA$.
- Dada unha matriz A de orde n non sempre existe unha matriz B de orde n tal que $AB = BA = I_n$ (non existencia de elemento inverso).

Propiedades do produto de matrices

As **propiedades do produto de matrices** son:

- Dadas tres matrices $A_{m,n}$, $B_{n,p}$ e $C_{p,q}$ cúmprese $(AB)C = A(BC)$ (propiedade asociativa).
- Dadas tres matrices $A_{m,n}$, $B_{n,p}$ e $C_{n,p}$ cúmprese $A(B+C) = AB + AC$ (propiedade distributiva do produto respecto da suma).
- Dadas tres matrices $A_{m,n}$, $B_{m,n}$ e $C_{n,p}$ cúmprese $(A+B)C = AC + BC$ (propiedade distributiva do produto respecto da suma).
- Se A é unha matriz cadrada de orde n entón $AI_n = I_nA = A$ (existencia de elemento neutro).
- O produto de matrices non é conmutativo, é dicir, existen matrices A e B tales que $AB \neq BA$.
- Dada unha matriz A de orde n non sempre existe unha matriz B de orde n tal que $AB = BA = I_n$ (non existencia de elemento inverso).

Propiedades do produto de matrices

As **propiedades do produto de matrices** son:

- Dadas tres matrices $A_{m,n}$, $B_{n,p}$ e $C_{p,q}$ cúmprese $(AB)C = A(BC)$ (propiedade asociativa).
- Dadas tres matrices $A_{m,n}$, $B_{n,p}$ e $C_{n,p}$ cúmprese $A(B+C) = AB + AC$ (propiedade distributiva do produto respecto da suma).
- Dadas tres matrices $A_{m,n}$, $B_{m,n}$ e $C_{n,p}$ cúmprese $(A+B)C = AC + BC$ (propiedade distributiva do produto respecto da suma).
- Se A é unha matriz cadrada de orde n entón $AI_n = I_nA = A$ (existencia de elemento neutro).
- O produto de matrices non é conmutativo, é dicir, existen matrices A e B tales que $AB \neq BA$.
- Dada unha matriz A de orde n non sempre existe unha matriz B de orde n tal que $AB = BA = I_n$ (non existencia de elemento inverso).

Propiedades do produto de matrices

As **propiedades do produto de matrices** son:

- Dadas tres matrices $A_{m,n}$, $B_{n,p}$ e $C_{p,q}$ cúmprese $(AB)C = A(BC)$ (propiedade asociativa).
- Dadas tres matrices $A_{m,n}$, $B_{n,p}$ e $C_{n,p}$ cúmprese $A(B+C) = AB + AC$ (propiedade distributiva do produto respecto da suma).
- Dadas tres matrices $A_{m,n}$, $B_{m,n}$ e $C_{n,p}$ cúmprese $(A+B)C = AC + BC$ (propiedade distributiva do produto respecto da suma).
- Se A é unha matriz cadrada de orde n entón $AI_n = I_nA = A$ (existencia de elemento neutro).
- O produto de matrices non é conmutativo, é dicir, existen matrices A e B tales que $AB \neq BA$.
- Dada unha matriz A de orde n non sempre existe unha matriz B de orde n tal que $AB = BA = I_n$ (non existencia de elemento inverso).

Propiedades do produto de matrices

As **propiedades do produto de matrices** son:

- Dadas tres matrices $A_{m,n}$, $B_{n,p}$ e $C_{p,q}$ cúmprese $(AB)C = A(BC)$ (propiedade asociativa).
- Dadas tres matrices $A_{m,n}$, $B_{n,p}$ e $C_{n,p}$ cúmprese $A(B+C) = AB + AC$ (propiedade distributiva do produto respecto da suma).
- Dadas tres matrices $A_{m,n}$, $B_{m,n}$ e $C_{n,p}$ cúmprese $(A+B)C = AC + BC$ (propiedade distributiva do produto respecto da suma).
- Se A é unha matriz cadrada de orde n entón $AI_n = I_nA = A$ (existencia de elemento neutro).
- O produto de matrices non é conmutativo, é dicir, existen matrices A e B tales que $AB \neq BA$.
- Dada unha matriz A de orde n non sempre existe unha matriz B de orde n tal que $AB = BA = I_n$ (non existencia de elemento inverso).

Propiedades do produto de matrices

As **propiedades do produto de matrices** son:

- Dadas tres matrices $A_{m,n}$, $B_{n,p}$ e $C_{p,q}$ cúmprese $(AB)C = A(BC)$ (propiedade asociativa).
- Dadas tres matrices $A_{m,n}$, $B_{n,p}$ e $C_{n,p}$ cúmprese $A(B + C) = AB + AC$ (propiedade distributiva do produto respecto da suma).
- Dadas tres matrices $A_{m,n}$, $B_{m,n}$ e $C_{n,p}$ cúmprese $(A + B)C = AC + BC$ (propiedade distributiva do produto respecto da suma).
- Se A é unha matriz cadrada de orde n entón $AI_n = I_nA = A$ (existencia de elemento neutro).
- O produto de matrices non é conmutativo, é dicir, existen matrices A e B tales que $AB \neq BA$.
- Dada unha matriz A de orde n non sempre existe unha matriz B de orde n tal que $AB = BA = I_n$ (non existencia de elemento inverso).

Propiedades do produto de matrices

As **propiedades do produto de matrices** son:

- Dadas tres matrices $A_{m,n}$, $B_{n,p}$ e $C_{p,q}$ cúmprese $(AB)C = A(BC)$ (propiedade asociativa).
- Dadas tres matrices $A_{m,n}$, $B_{n,p}$ e $C_{n,p}$ cúmprese $A(B+C) = AB + AC$ (propiedade distributiva do produto respecto da suma).
- Dadas tres matrices $A_{m,n}$, $B_{m,n}$ e $C_{n,p}$ cúmprese $(A+B)C = AC + BC$ (propiedade distributiva do produto respecto da suma).
- Se A é unha matriz cadrada de orde n entón $AI_n = I_nA = A$ (existencia de elemento neutro).
- O produto de matrices non é conmutativo, é dicir, existen matrices A e B tales que $AB \neq BA$.
- Dada unha matriz A de orde n non sempre existe unha matriz B de orde n tal que $AB = BA = I_n$ (non existencia de elemento inverso).

Outline

Matriz transposta

Matriz transposta

Chámase matriz transposta dunha matriz A de dimensión $m \times n$, e denótase por A^t, á matriz de dimensión $n \times m$ que se obtén cambiando en A as filar por columnas.

Exemplos:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}_{2\times 3} \Longrightarrow A^t = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}_{3\times 2}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}^t_{2\times 3} = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}_{3\times 2}$$

Matriz transposta

Chámase matriz transposta dunha matriz A de dimensión $m \times n$, e denótase por A^t, á matriz de dimensión $n \times m$ que se obtén cambiando en A as filar por columnas.

Exemplos:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}_{2\times3} \Longrightarrow A^t = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}_{3\times2}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}^t_{2\times3} = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}_{3\times2}$$

Matriz transposta

Matriz transposta

Chámase matriz transposta dunha matriz A de dimensión $m \times n$, e denótase por A^t, á matriz de dimensión $n \times m$ que se obtén cambiando en A as filar por columnas.

Exemplos:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}_{2\times 3} \Longrightarrow A^t = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}_{3\times 2}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}^t_{2\times 3} = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}_{3\times 2}$$

Matriz transposta

Chámase matriz transposta dunha matriz A de dimensión $m \times n$, e denótase por A^t, á matriz de dimensión $n \times m$ que se obtén cambiando en A as filar por columnas.

Exemplos:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}_{2\times 3} \Longrightarrow A^t = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}_{3\times 2}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}^t_{2\times 3} = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}_{3\times 2}$$

Matrices simétrica e antisimétrica

Matriz simétrica

Chámase matriz simétrica a toda matriz (necesariamente cadrada) que coincide coa súa transposta, é dicir, $A^t = A$.

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 5 \\ 3 & 5 & 6 \end{pmatrix}.$$

Matriz antisimétrica

Chámase matriz antisimétrica a toda matriz (necesariamente cadrada) que coincide coa oposta da súa transposta, é dicir, $A^t = -A$.

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \\ -2 & 0 & -5 \\ -3 & 5 & 0 \end{pmatrix}.$$

Matrices simétrica e antisimétrica

Matriz simétrica

Chámase matriz simétrica a toda matriz (necesariamente cadrada) que coincide coa súa transposta, é dicir, $A^t = A$.

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}, \qquad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 5 \\ 3 & 5 & 6 \end{pmatrix}.$$

Matriz antisimétrica

Chámase matriz antisimétrica a toda matriz (necesariamente cadrada) que coincide coa oposta da súa transposta, é dicir, $A^t = -A$.

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \qquad \begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \\ -2 & 0 & -5 \\ -3 & 5 & 0 \end{pmatrix}.$$

Matrices simétrica e antisimétrica

Matriz simétrica

Chámase matriz simétrica a toda matriz (necesariamente cadrada) que coincide coa súa transposta, é dicir, $A^t = A$.

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 5 \\ 3 & 5 & 6 \end{pmatrix}.$$

Matriz antisimétrica

Chámase matriz antisimétrica a toda matriz (necesariamente cadrada) que coincide coa oposta da súa transposta, é dicir, $A^t = -A$.

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \\ -2 & 0 & -5 \\ -3 & 5 & 0 \end{pmatrix}.$$

Matrices simétrica e antisimétrica

Matriz simétrica

Chámase matriz simétrica a toda matriz (necesariamente cadrada) que coincide coa súa transposta, é dicir, $A^t = A$.

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}, \qquad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 5 \\ 3 & 5 & 6 \end{pmatrix}.$$

Matriz antisimétrica

Chámase matriz antisimétrica a toda matriz (necesariamente cadrada) que coincide coa oposta da súa transposta, é dicir, $A^t = -A$.

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \qquad \begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \\ -2 & 0 & -5 \\ -3 & 5 & 0 \end{pmatrix}.$$

Outline

Matriz inversa

Matriz inversa

Dada unha matriz cadrada A de orde n, se existe outra matriz B de orde n tal que

$$AB = BA = I_n.$$

Dise que B é a matriz inversa de A e denótase por A^{-1}.

- Non toda matriz cadrada ten inversa.
- Unha matriz cadrada que posúe inversa chámase **inversible** ou **regular**.
- Unha matriz cadrada que posúe inversa chámase **inversible** ou **regular**. Se non ten inversa chámase matriz **singular**.

Matriz inversa

Matriz inversa

Dada unha matriz cadrada A de orde n, se existe outra matriz B de orde n tal que

$$AB = BA = I_n.$$

Dise que B é a matriz inversa de A e denótase por A^{-1}.

- Non toda matriz cadrada ten inversa.
- Unha matriz cadrada que posúe inversa chámase **inversible** ou **regular**.
- Unha matriz cadrada que posúe inversa chámase **inversible** ou **regular**. Se non ten inversa chámase matriz **singular**.

Matriz inversa

Matriz inversa

Dada unha matriz cadrada A de orde n, se existe outra matriz B de orde n tal que

$$AB = BA = I_n.$$

Dise que B é a matriz inversa de A e denótase por A^{-1}.

- Non toda matriz cadrada ten inversa.
- Unha matriz cadrada que posúe inversa chámase **inversible** ou **regular**.
- Unha matriz cadrada que posúe inversa chámase **inversible** ou **regular**. Se non ten inversa chámase matriz **singular**.

Matriz inversa

Matriz inversa

Dada unha matriz cadrada A de orde n, se existe outra matriz B de orde n tal que

$$AB = BA = I_n.$$

Dise que B é a matriz inversa de A e denótase por A^{-1}.

- Non toda matriz cadrada ten inversa.
- Unha matriz cadrada que posúe inversa chámase **inversible** ou **regular**.
- Unha matriz cadrada que posúe inversa chámase **inversible** ou **regular**. Se non ten inversa chámase matriz **singular**.

Outline

1. Definicións básicas
   - Que é unha matriz?
   - Tipos de matrices
2. Operacións con matrices
   - Suma, resta e produto por un escalar
   - Produto de matrices
   - Propiedades das operacións con matrices
   - Matriz transposta
   - Matriz inversa
   - Propiedades da transposta e da inversa
3. Rango dunha matriz
   - Dependencia e indenpendencia lineal
   - Rango dunha matriz
   - Inversa por Gauss-Jordan

Propiedades da transposta e da inversa

As **propiedades que relacionan a transposición de matrices coas operacións con matrices** son:

- $(A \pm B)^t = A^t \pm B^t$
- $(\lambda A)^t = \lambda A^t$.
- $(AB)^t = B^t A^t$.

A **relación entre a inversa dunha matriz regular e súa transposta** é

$$(A^{-1})^t = (A^t)^{-1},$$

onde hai que ter en conta que se unha matriz é regular tamén o é a súa transposta.

A **relación entre produto de matrices regulares e a súa inversa** é

$$(AB)^{-1} = B^{-1} A^{-1}.$$

onde hai que ter en conta que se dúas matrices cadradas da mesma orde son regulares tamén o é o seu produto.

Propiedades da transposta e da inversa

As **propiedades que relacionan a transposición de matrices coas operacións con matrices** son:

- $(A \pm B)^t = A^t \pm B^t$
- $(\lambda A)^t = \lambda A^t$.
- $(AB)^t = B^t A^t$.

A **relación entre a inversa dunha matriz regular e súa transposta** é

$$(A^{-1})^t = (A^t)^{-1},$$

onde hai que ter en conta que se unha matriz é regular tamén o é a súa transposta.

A **relación entre produto de matrices regulares e a súa inversa** é

$$(AB)^{-1} = B^{-1} A^{-1}.$$

onde hai que ter en conta que se dúas matrices cadradas da mesma orde son regulares tamén o é o seu produto.

Propiedades da transposta e da inversa

As **propiedades que relacionan a transposición de matrices coas operacións con matrices** son:

- $(A \pm B)^t = A^t \pm B^t$
- $(\lambda A)^t = \lambda A^t$.
- $(AB)^t = B^t A^t$.

A **relación entre a inversa dunha matriz regular e súa transposta** é

$$(A^{-1})^t = (A^t)^{-1},$$

onde hai que ter en conta que se unha matriz é regular tamén o é a súa transposta.
A **relación entre produto de matrices regulares e a súa inversa** é

$$(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}.$$

onde hai que ter en conta que se dúas matrices cadradas da mesma orde son regulares tamén o é o seu produto.

Propiedades da transposta e da inversa

As **propiedades que relacionan a transposición de matrices coas operacións con matrices** son:

- $(A \pm B)^t = A^t \pm B^t$
- $(\lambda A)^t = \lambda A^t$.
- $(AB)^t = B^t A^t$.

A **relación entre a inversa dunha matriz regular e súa transposta** é

$$(A^{-1})^t = (A^t)^{-1},$$

onde hai que ter en conta que se unha matriz é regular tamén o é a súa transposta.

A **relación entre produto de matrices regulares e a súa inversa** é

$$(AB)^{-1} = B^{-1} A^{-1}.$$

onde hai que ter en conta que se dúas matrices cadradas da mesma orde son regulares tamén o é o seu produto.

Propiedades da transposta e da inversa

As **propiedades que relacionan a transposición de matrices coas operacións con matrices** son:

- $(A \pm B)^t = A^t \pm B^t$
- $(\lambda A)^t = \lambda A^t$.
- $(AB)^t = B^t A^t$.

A **relación entre a inversa dunha matriz regular e súa transposta** é

$$(A^{-1})^t = (A^t)^{-1},$$

onde hai que ter en conta que se unha matriz é regular tamén o é a súa transposta.
A **relación entre produto de matrices regulares e a súa inversa** é

$$(AB)^{-1} = B^{-1} A^{-1}.$$

onde hai que ter en conta que se dúas matrices cadradas da mesma orde son regulares tamén o é o seu produto.

Outline

Dependencia e independencia lineal

Combinación lineal

Un vector $\vec{w}$ é combinación lineal dos vectores $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \cdots, \vec{v}_n$ se existen números reais $\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_n$ tales que

$$\vec{w} = \alpha_1 \vec{v}_1 + \alpha_2 \vec{v}_2 + \cdots + \alpha_n \vec{v}_n.$$

Dependencia/independencia lineal

Un conxunto de vectores $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \cdots, \vec{v}_n$ dise linealmente dependente se algún dos vectores se pode escribir como combinación lineal dos restantes.
Un conxunto de vectores $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \cdots, \vec{v}_n$ dise linealmente independente se ningún dos vectores se pode escribir como combinación lineal dos restantes.

Dependencia e independencia lineal

Combinación lineal

Un vector $\vec{w}$ é combinación lineal dos vectores $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \cdots, \vec{v}_n$ se existen números reais $\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_n$ tales que

$$\vec{w} = \alpha_1 \vec{v}_1 + \alpha_2 \vec{v}_2 + \cdots + \alpha_n \vec{v}_n.$$

Dependencia/independencia lineal

Un conxunto de vectores $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \cdots, \vec{v}_n$ dise linealmente dependente se algún dos vectores se pode escribir como combinación lineal dos restantes.

Un conxunto de vectores $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \cdots, \vec{v}_n$ dise linealmente independente se ningún dos vectores se pode escribir como combinación lineal dos restantes.

Dependencia e independencia lineal

Combinación lineal

Un vector $\vec{w}$ é combinación lineal dos vectores $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \cdots, \vec{v}_n$ se existen números reais $\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_n$ tales que

$$\vec{w} = \alpha_1 \vec{v}_1 + \alpha_2 \vec{v}_2 + \cdots + \alpha_n \vec{v}_n.$$

Dependencia/independencia lineal

Un conxunto de vectores $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \cdots, \vec{v}_n$ dise linealmente dependente se algún dos vectores se pode escribir como combinación lineal dos restantes.

Un conxunto de vectores $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \cdots, \vec{v}_n$ dise linealmente independente se ningún dos vectores se pode escribir como combinación lineal dos restantes.

Dependencia e independencia lineal

Independencia lineal

Un conxunto de vectores $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \cdots, \vec{v}_n$ é linealmente independente se e só se

$$\alpha_1 \vec{v}_1 + \alpha_2 \vec{v}_2 + \cdots + \alpha_n \vec{v}_n = \vec{0} \Longleftrightarrow \alpha_1 = \alpha_2 = \cdots = \alpha_n = 0.$$

$\vec{w} = (-1, 1, 2)$ é combinación lineal de $\vec{v}_1 = (1, 1, 1)$, $\vec{v}_2 = (3, 1, 0)$ xa que $\vec{w} = 2\vec{v}_1 - \vec{v}_2$.

$\vec{w} = (-1, 1, 2)$, $\vec{v}_1 = (1, 1, 1)$, $\vec{v}_2 = (3, 1, 0)$ é un conxunto linealmente dependente de vectores.

$(-1, 1, 2, 3), (0, 1, 1, 1), (0, 0, 3, 0)$ é un conxunto linealmente independente de vectores.

As filas non-nulas de calquera matriz escalonada son un conxunto linealmente independente de vectores.

Dependencia e independencia lineal

Independencia lineal

Un conxunto de vectores $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \cdots, \vec{v}_n$ é linealmente independente se e só se

$$\alpha_1 \vec{v}_1 + \alpha_2 \vec{v}_2 + \cdots + \alpha_n \vec{v}_n = \vec{0} \Longleftrightarrow \alpha_1 = \alpha_2 = \cdots = \alpha_n = 0.$$

$\vec{w} = (-1, 1, 2)$ é combinación lineal de $\vec{v}_1 = (1, 1, 1)$, $\vec{v}_2 = (3, 1, 0)$ xa que $\vec{w} = 2\vec{v}_1 - \vec{v}_2$.

$\vec{w} = (-1, 1, 2)$, $\vec{v}_1 = (1, 1, 1)$, $\vec{v}_2 = (3, 1, 0)$ é un conxunto linealmente dependente de vectores.

$(-1, 1, 2, 3), (0, 1, 1, 1), (0, 0, 3, 0)$ é un conxunto linealmente independente de vectores.

As filas non-nulas de calquera matriz escalonada son un conxunto linealmente independente de vectores.

Dependencia e independencia lineal

Independencia lineal

Un conxunto de vectores $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \cdots, \vec{v}_n$ é linealmente independente se e só se

$$\alpha_1 \vec{v}_1 + \alpha_2 \vec{v}_2 + \cdots + \alpha_n \vec{v}_n = \vec{0} \Longleftrightarrow \alpha_1 = \alpha_2 = \cdots = \alpha_n = 0.$$

$\vec{w} = (-1, 1, 2)$ é combinación lineal de $\vec{v}_1 = (1, 1, 1), \vec{v}_2 = (3, 1, 0)$ xa que $\vec{w} = 2\vec{v}_1 - \vec{v}_2$.

$\vec{w} = (-1, 1, 2), \vec{v}_1 = (1, 1, 1), \vec{v}_2 = (3, 1, 0)$ é un conxunto linealmente dependente de vectores.

$(-1, 1, 2, 3), (0, 1, 1, 1), (0, 0, 3, 0)$ é un conxunto linealmente independente de vectores.

As filas non-nulas de calquera matriz escalonada son un conxunto linealmente independente de vectores.

Dependencia e independencia lineal

Independencia lineal

Un conxunto de vectores $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \cdots, \vec{v}_n$ é linealmente independente se e só se

$$\alpha_1 \vec{v}_1 + \alpha_2 \vec{v}_2 + \cdots + \alpha_n \vec{v}_n = \vec{0} \Longleftrightarrow \alpha_1 = \alpha_2 = \cdots = \alpha_n = 0.$$

$\vec{w} = (-1, 1, 2)$ é combinación lineal de $\vec{v}_1 = (1, 1, 1), \vec{v}_2 = (3, 1, 0)$ xa que $\vec{w} = 2\vec{v}_1 - \vec{v}_2$.

$\vec{w} = (-1, 1, 2), \vec{v}_1 = (1, 1, 1), \vec{v}_2 = (3, 1, 0)$ é un conxunto linealmente dependente de vectores.

$(-1, 1, 2, 3), (0, 1, 1, 1), (0, 0, 3, 0)$ é un conxunto linealmente independente de vectores.

As filas non-nulas de calquera matriz escalonada son un conxunto linealmente independente de vectores.

Dependencia e independencia lineal

Independencia lineal

Un conxunto de vectores $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \cdots, \vec{v}_n$ é linealmente independente se e só se

$$\alpha_1 \vec{v}_1 + \alpha_2 \vec{v}_2 + \cdots + \alpha_n \vec{v}_n = \vec{0} \Longleftrightarrow \alpha_1 = \alpha_2 = \cdots = \alpha_n = 0.$$

$\vec{w} = (-1, 1, 2)$ é combinación lineal de $\vec{v}_1 = (1, 1, 1), \vec{v}_2 = (3, 1, 0)$ xa que $\vec{w} = 2\vec{v}_1 - \vec{v}_2$.

$\vec{w} = (-1, 1, 2), \vec{v}_1 = (1, 1, 1), \vec{v}_2 = (3, 1, 0)$ é un conxunto linealmente dependente de vectores.

$(-1, 1, 2, 3), (0, 1, 1, 1), (0, 0, 3, 0)$ é un conxunto linealmente independente de vectores.

As filas non-nulas de calquera matriz escalonada son un conxunto linealmente independente de vectores.

Outline

Rango dunha matriz

Rango dunha matriz

Chámase rango dunha matriz ao número de filas ou de columnas linealmente independentes.

As seguintes operacións realizadas nas filas dunha matriz deixan invariante o seu rango

- Intercambiar as filas i e j, que denotaremos por $F_i \leftrightarrow F_j$,
- Multiplicar a fila i por un número $k \neq 0$, que denotaremos por $kF_i \to F_i$,
- Sumar á fila i un múltiplo da fila j, que denotaremos por $F_i + kF_j \to F_i$.

Rango dunha matriz

Rango dunha matriz

Chámase rango dunha matriz ao número de filas ou de columnas linealmente independentes.

As seguintes operacións realizadas nas filas dunha matriz deixan invariante o seu rango

- Intercambiar as filas i e j, que denotaremos por $F_i \leftrightarrow F_j$,
- Multiplicar a fila i por un número $k \neq 0$, que denotaremos por $kF_i \rightarrow F_i$,
- Sumar á fila i un múltiplo da fila j, que denotaremos por $F_i + kF_j \rightarrow F_i$.

Rango dunha matriz

Chámase rango dunha matriz ao número de filas ou de columnas linealmente independentes.

As seguintes operacións realizadas nas filas dunha matriz deixan invariante o seu rango

- Intercambiar as filas i e j, que denotaremos por $F_i \leftrightarrow F_j$,
- Multiplicar a fila i por un número $k \neq 0$, que denotaremos por $kF_i \to F_i$,
- Sumar á fila i un múltiplo da fila j, que denotaremos por $F_i + kF_j \to F_i$.

Rango dunha matriz

Chámase rango dunha matriz ao número de filas ou de columnas linealmente independentes.

As seguintes operacións realizadas nas filas dunha matriz deixan invariante o seu rango

- Intercambiar as filas i e j, que denotaremos por $F_i \leftrightarrow F_j$,
- Multiplicar a fila i por un número $k \neq 0$, que denotaremos por $kF_i \rightarrow F_i$,
- Sumar á fila i un múltiplo da fila j, que denotaremos por $F_i + kF_j \rightarrow F_i$.

Rango dunha matriz

Rango dunha matriz

Chámase rango dunha matriz ao número de filas ou de columnas linealmente independentes.

As seguintes operacións realizadas nas filas dunha matriz deixan invariante o seu rango

- Intercambiar as filas i e j, que denotaremos por $F_i \leftrightarrow F_j$,
- Multiplicar a fila i por un número $k \neq 0$, que denotaremos por $kF_i \to F_i$,
- Sumar á fila i un múltiplo da fila j, que denotaremos por $F_i + kF_j \to F_i$.

Rango dunha matriz

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \underbrace{\longrightarrow}_{F_2-3F_1\to F_2} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -6 & 4 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \underbrace{\longrightarrow}_{F_3-2F_1\to F_2} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -6 & 4 \\ 0 & -3 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\underbrace{\longrightarrow}_{F_2\leftrightarrow F_3} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -3 & 2 \\ 0 & -6 & 4 \end{pmatrix} \underbrace{\longrightarrow}_{F_3-2F_2\to F_3} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

O rango da matriz é 2 xa que o rango dunha matriz escalonada coincide co número de filas non nulas.

Rango dunha matriz

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \underbrace{\longrightarrow}_{F_2-3F_1\to F_2} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -6 & 4 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \underbrace{\longrightarrow}_{F_3-2F_1\to F_2} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -6 & 4 \\ 0 & -3 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\underbrace{\longrightarrow}_{F_2\leftrightarrow F_3} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -3 & 2 \\ 0 & -6 & 4 \end{pmatrix} \underbrace{\longrightarrow}_{F_3-2F_2\to F_3} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

O rango da matriz é 2 xa que o rango dunha matriz escalonada coincide co número de filas non nulas.

Rango dunha matriz

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \underbrace{\longrightarrow}_{F_2-3F_1\to F_2} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -6 & 4 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \underbrace{\longrightarrow}_{F_3-2F_1\to F_2} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -6 & 4 \\ 0 & -3 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\underbrace{\longrightarrow}_{F_2\leftrightarrow F_3} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -3 & 2 \\ 0 & -6 & 4 \end{pmatrix} \underbrace{\longrightarrow}_{F_3-2F_2\to F_3} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

O rango da matriz é 2 xa que o rango dunha matriz escalonada coincide co número de filas non nulas.

Rango dunha matriz

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \underbrace{\longrightarrow}_{F_2-3F_1\to F_2} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -6 & 4 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \underbrace{\longrightarrow}_{F_3-2F_1\to F_2} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -6 & 4 \\ 0 & -3 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\underbrace{\longrightarrow}_{F_2\leftrightarrow F_3} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -3 & 2 \\ 0 & -6 & 4 \end{pmatrix} \underbrace{\longrightarrow}_{F_3-2F_2\to F_3} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

O rango da matriz é 2 xa que o rango dunha matriz escalonada coincide co número de filas non nulas.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \underbrace{\longrightarrow}_{F_2-3F_1\to F_2} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -6 & 4 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \underbrace{\longrightarrow}_{F_3-2F_1\to F_2} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -6 & 4 \\ 0 & -3 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\underbrace{\longrightarrow}_{F_2\leftrightarrow F_3} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -3 & 2 \\ 0 & -6 & 4 \end{pmatrix} \underbrace{\longrightarrow}_{F_3-2F_2\to F_3} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

O rango da matriz é 2 xa que o rango dunha matriz escalonada coincide co número de filas non nulas.

Rango dunha matriz

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \underbrace{\longrightarrow}_{F_2-3F_1\to F_2} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -6 & 4 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \underbrace{\longrightarrow}_{F_3-2F_1\to F_2} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -6 & 4 \\ 0 & -3 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\underbrace{\longrightarrow}_{F_2\leftrightarrow F_3} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -3 & 2 \\ 0 & -6 & 4 \end{pmatrix} \underbrace{\longrightarrow}_{F_3-2F_2\to F_3} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

O rango da matriz é 2 xa que o rango dunha matriz escalonada coincide co número de filas non nulas.

Rango dunha matriz

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \underbrace{\longrightarrow}_{F_2-3F_1\to F_2} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -6 & 4 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \underbrace{\longrightarrow}_{F_3-2F_1\to F_2} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -6 & 4 \\ 0 & -3 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\underbrace{\longrightarrow}_{F_2\leftrightarrow F_3} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -3 & 2 \\ 0 & -6 & 4 \end{pmatrix} \underbrace{\longrightarrow}_{F_3-2F_2\to F_3} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

O rango da matriz é 2 xa que o rango dunha matriz escalonada coincide co número de filas non nulas.

Rango dunha matriz

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \underbrace{\longrightarrow}_{F_2-3F_1\to F_2} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -6 & 4 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \underbrace{\longrightarrow}_{F_3-2F_1\to F_2} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -6 & 4 \\ 0 & -3 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\underbrace{\longrightarrow}_{F_2\leftrightarrow F_3} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -3 & 2 \\ 0 & -6 & 4 \end{pmatrix} \underbrace{\longrightarrow}_{F_3-2F_2\to F_3} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

O rango da matriz é 2 xa que o rango dunha matriz escalonada coincide co número de filas non nulas.

Outline

Matriz inversa por Gauss-Jordan

Método de Gauss-Jordan

A inversa dunha matriz regular A obtense transformando a matriz $(A|I)$, mediante as operacións descritas anteriormente para as filas dunha matriz, na matriz $(I|A^{-1})$.

Calcular a inversa de $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$.

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 1 \end{array}\right) \underbrace{\longrightarrow}_{F_2 - F_1 \to F_2} \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \end{array}\right)$$

$$\underbrace{\longrightarrow}_{F_1 - 2F_2 \to F_1} \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 3 & -2 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \end{array}\right) \Rightarrow A^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Matriz inversa por Gauss-Jordan

Método de Gauss-Jordan

A inversa dunha matriz regular A obtense transformando a matriz $(A|I)$, mediante as operacións descritas anteriormente para as filas dunha matriz, na matriz $(I|A^{-1})$.

Calcular a inversa de $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$.

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 1 \end{array}\right) \underbrace{\longrightarrow}_{F_2 - F_1 \to F_2} \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \end{array}\right)$$

$$\underbrace{\longrightarrow}_{F_1 - 2F_2 \to F_1} \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 3 & -2 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \end{array}\right) \Rightarrow A^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Matriz inversa por Gauss-Jordan

Método de Gauss-Jordan

A inversa dunha matriz regular A obtense transformando a matriz $(A|I)$, mediante as operacións descritas anteriormente para as filas dunha matriz, na matriz $(I|A^{-1})$.

Calcular a inversa de $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$.

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 1 \end{array}\right) \underbrace{\longrightarrow}_{F_2 - F_1 \to F_2} \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \end{array}\right)$$

$$\underbrace{\longrightarrow}_{F_1 - 2F_2 \to F_1} \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 3 & -2 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \end{array}\right) \Rightarrow A^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Matriz inversa por Gauss-Jordan

Método de Gauss-Jordan

A inversa dunha matriz regular A obtense transformando a matriz $(A|I)$, mediante as operacións descritas anteriormente para as filas dunha matriz, na matriz $(I|A^{-1})$.

Calcular a inversa de $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$.

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 1 \end{array}\right) \underbrace{\longrightarrow}_{F_2 - F_1 \rightarrow F_2} \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \end{array}\right)$$

$$\underbrace{\longrightarrow}_{F_1 - 2F_2 \rightarrow F_1} \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 3 & -2 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \end{array}\right) \Rightarrow A^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Método de Gauss-Jordan

A inversa dunha matriz regular A obtense transformando a matriz $(A|I)$, mediante as operacións descritas anteriormente para as filas dunha matriz, na matriz $(I|A^{-1})$.

Calcular a inversa de $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$.

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 1 \end{array}\right) \underbrace{\longrightarrow}_{F_2 - F_1 \to F_2} \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \end{array}\right)$$

$$\underbrace{\longrightarrow}_{F_1 - 2F_2 \to F_1} \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 3 & -2 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \end{array}\right) \Rightarrow A^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Matriz inversa por Gauss-Jordan

Método de Gauss-Jordan

A inversa dunha matriz regular A obtense transformando a matriz $(A|I)$, mediante as operacións descritas anteriormente para as filas dunha matriz, na matriz $(I|A^{-1})$.

Calcular a inversa de $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$.

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 1 \end{array}\right) \underbrace{\longrightarrow}_{F_2 - F_1 \to F_2} \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \end{array}\right)$$

$$\underbrace{\longrightarrow}_{F_1 - 2F_2 \to F_1} \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 3 & -2 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \end{array}\right) \Rightarrow A^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}.$$