MATEMÁTICA 3º ESO 13/03/2014

TEMAS 3 ECUACIÓNS DE 1º E 2º GRAU
REC 1 OS NÚMEROS RACIONAIS
2 POLINÓMIOS

TOTAL	SUMA	NOTA
10		

NOME	GRUPO

REC □ SEN RECUPERACIÓN................................EXS 1-7 (10 PTOS.)
□ CON RECUPERACIÓN...............................EXS 1-2-3-5ii-6-8-9-10 (10 PTOS.)

1 1. i. Explicar a diferenza existente entre unha identidade e unha ecuación e pór un exemplo de cada unha delas.

1 ii. Estudar se a igualdade alxébrica $x^2-\frac{6x-8}{4}=\frac{x\cdot(2x-1)}{2}-x+2$ é unha identidade ou unha ecuación.

Identidade: é unha igualdade alxébrica que é sempre certa para calquer valor da incógnita.

Ecuación: é unha igualdade alxébrica que pode ser certa ou falsa dependendo do valor da incógnita.

Exemplos

Identidade: $3\cdot(x-2)=3x-6$; é equivalente a $3x-6=3x-6$, que é claramente unha identidade por ter idénticos polinómios en ambos membros.

Ecuación: $2\cdot(x-2)=3x+4$; é equivalente a $2x-4=3x+4$, dous polinómios diferentes, polo que a igualdade é falsa en xeral, agás o valor ou valores de x que a fan certa, que son as suas solucións. Neste caso: $2x-4=3x+4 \Leftrightarrow 2x-3x=4+4 \Leftrightarrow -x=8 \Leftrightarrow x=-8$.

$$x^2-\frac{6x-8}{4}=\frac{x\cdot(2x-1)}{2}-x+2 \Leftrightarrow 4x^2-(6x-8)=2x\cdot(2x-1)-4x+8 \Leftrightarrow$$

$\Leftrightarrow 4x^2-6x+8=4x^2-2x-4x+8 \Leftrightarrow 4x^2-6x+8=4x^2-6x+8$; logo é unha identidade.

| 0.5 | | 2. i.Explicar que se entende por solución dunha ecuación.
| 1 | | ii.Estudar se $x=-\frac{2}{3}$ é solución da ecuación $3x^2-x=6(x+1)$.

Solución dunha ecuación: é o valor ou valores da incógnita para as que a igualdade é certa.

Substitue-se x por $-\frac{2}{3}$ en ambos membros.

No primeiro membro da ecuación obtemos: $3\cdot\left(-\frac{2}{3}\right)^2-\left(-\frac{2}{3}\right)=3\cdot\frac{4}{9}+\frac{2}{3}=\frac{4}{3}+\frac{2}{3}=\frac{6}{3}=2$

E no segundo: $6\cdot\left(-\frac{2}{3}+1\right)=6\cdot\frac{1}{3}=\frac{6}{3}=2$

Logo $x=-\frac{2}{3}$ é solución da ecuación.

| 1 | | 3. i.Explicar que é o discriminante dunha ecuación de 2º grau e para que se utiliza.
| 0.5 | | ii.Estudar o número de solucións da ecuación $2x^2+x+12=0$ sen resolvé-la.

Chama-se discriminante dunha ecuación de 2º grau á expresión que aparece baixo o signo radical na fórmula xeral para a resolución de ecuacións de 2º grau. Identifica-se coa letra Δ e obtén-se da forma $\Delta=b^2-4\cdot a\cdot c$.

Usa-se para coñecer o número de solucións dunha ecuación de 2º grau: se $\Delta>0$ a ecuación ten duas solucións reais distintas, se $\Delta=0$ a ecuación ten unha solucións real dupla e se $\Delta<0$ a ecuación non ten solucións reais.

Para a ecuación de 2º grau $2x^2+x+12=0$ o discriminante é $\Delta=1^2-4\cdot2\cdot12=1-96=-95<0$, logo non ten solucións reais.

1 4. Resolver a ecuación $\frac{9}{2}-\frac{x-1}{3}=\frac{2x-3\cdot(4-2x)}{2}$ e comprobar a solución.

$$\frac{9}{2}-\frac{x-1}{3}=\frac{2x-3\cdot(4-2x)}{2} \Leftrightarrow 27-2\cdot(x-1)=3\cdot[2x-3\cdot(4-2x)] \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 27-2x+2=3\cdot(2x-12+6x) \Leftrightarrow 29-2x=3\cdot(8x-12) \Leftrightarrow 29-2x=24x-36 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -2x-24x=-36-29 \Leftrightarrow -26x=-65 \Leftrightarrow 26x=65 \Leftrightarrow x=\frac{65}{26}=\frac{5}{2}$$

Para a proba, substitue-se x por $\frac{5}{2}$ en ambos membros.

No primeiro membro da ecuación obtemos:

$$\frac{9}{2}-\frac{\frac{5}{2}-1}{3}=\frac{9}{2}-\frac{\frac{3}{2}}{3}=\frac{9}{2}-\frac{1}{2}=\frac{8}{2}=4$$

E no segundo:

$$\frac{2\cdot\frac{5}{2}-3\cdot\left(4-2\cdot\frac{5}{2}\right)}{2}=\frac{5-3\cdot(4-5)}{2}=\frac{5-3\cdot(-1)}{2}=\frac{5+3}{2}=\frac{8}{2}=4$$

Polo tanto a solución é correcta.

2 5. Resolver as seguintes ecuacións de 2º grau sen usar a fórmula xeral:

i. $2\cdot(x^2-2)=14-x^2$ ii. $7x^2-9x-14=2\cdot(x^2-7)$

$$2\cdot(x^2-2)=14-x^2 \Leftrightarrow 2x^2-4=14-x^2 \Leftrightarrow 2x^2+x^2=14+4 \Leftrightarrow 3x^2=18 \Leftrightarrow x^2=\frac{18}{3}=6 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x=\pm\sqrt{6}$$

$$7x^2-9x-14=2\cdot(x^2-7) \Leftrightarrow 7x^2-9x-14=2x^2-14 \Leftrightarrow 7x^2-9x-14-2x^2+14=0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 5x^2-9x=0 \Leftrightarrow x\cdot(5x-9)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ 5x-9=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=\frac{9}{5} \end{cases}$$

1	

6. Buscar unha ecuación de 2º grau que teña solucións $x_1=0$ e $x_2=-\frac{2}{3}$ e coeficiente principal -5.

Método 1º

Facendo $x\cdot\left(x-\left(-\frac{2}{3}\right)\right)=0 \Leftrightarrow x\cdot\left(x+\frac{2}{3}\right)=0$ temos unha ecuación que ten por raíces $x_1=0$ e $x_2=-\frac{2}{3}$.

Multiplicando os dous factores obtemos a ecuación en forma canónica:

$x\cdot\left(x+\frac{2}{3}\right)=0 \Leftrightarrow x^2+\frac{2}{3}x=0$.

E multiplicando de novo ambos membros por -5 resulta a ecuación equivalente $-5x^2-\frac{10}{3}x=0$ tal e como nos piden.

Método 2º

Utilizando as fórmulas para a suma e produto de raíces dunha ecuación de 2º grau, $x_1+x_2=-\frac{b}{a}$ e $x_1\cdot x_2=\frac{c}{a}$, temos:

$x_1+x_2=0+\left(-\frac{2}{3}\right)=-\frac{2}{3}=-\frac{b}{a}$ [1] e $x_1\cdot x_2=0\cdot\left(-\frac{2}{3}\right)=0=\frac{c}{a}$ [2]

Como $a=-5$, na primeira ecuación resulta: $-\frac{2}{3}=-\frac{b}{-5} \Leftrightarrow -\frac{2}{3}=\frac{b}{5} \Leftrightarrow b=-\frac{10}{3}$.

E na segunda ecuación obtemos: $0=\frac{c}{-5} \Leftrightarrow c=0$.

Polo tanto a ecuación será $-5x^2-\frac{10}{3}x=0$.

1 7. Calcular as lonxitudes dos catetos dun triángulo rectángulo sabendo que un deles mide $7\,cm$ menos que o outro e que a diagonal mide $17\,cm$.

Polo Teorema de Pitágoras sabe-se que o cuadrado da diagonal é igual á suma do cuadrado do catetos. Se chamamos d á diagonal e c ao cateto maior, o menor medirá $c-7$, e polo tanto $d^2=c^2+(c-7)^2$.

Como $d=17$ resulta:

$$c^2+(c-7)^2=17^2 \Leftrightarrow c^2+c^2-14c+49=289 \Leftrightarrow 2c^2-14c+49-289=0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2c^2-14c-240=0 \Leftrightarrow c^2-7c-120=0 \Leftrightarrow c=\frac{7\pm\sqrt{7^2-4\cdot 1\cdot(-120)}}{2}=\frac{7\pm\sqrt{49+480}}{2}=$$

$$=\frac{7\pm\sqrt{529}}{2}=\frac{7\pm 23}{2}$$

Logo hai duas posibilidades: $c_1=\frac{7+23}{2}=\frac{30}{2}=15$ e $c_2=\frac{7-23}{2}=-\frac{16}{2}=-8$.

É evidente que e rexeita a segunda solución por que a lonxitude dun cteto non pode ser negativa, logo a solución é $c=15$, de tal xeito que o dous catetos miden $15\,cm$ e $8\,cm$.

Proba: Claramente o segundo cateto é $7\,cm$ menor que o primeiro, e cumpre-se o Teorema de Pitágoras: $15^2+8^2=225+64=289=17^2$.

1 8. Calcular o valor da expresión $\frac{2^{-3}}{2^2}\cdot\left(\frac{1}{4}\right)^{-3}-\frac{2^{-1}}{5}\cdot 5^2$.

$$\frac{2^{-3}}{2^2}\cdot\left(\frac{1}{4}\right)^{-3}-\frac{2^{-1}}{5}\cdot 5^2=2^{-5}\cdot 4^3-\frac{5^2}{2\cdot 5}=2^{-5}\cdot(2^2)^3-\frac{5}{2}=2^{-5}\cdot 2^6-\frac{5}{2}=2-\frac{5}{2}=\frac{4-5}{2}=-\frac{1}{2}$$

1 9. Calcular o resultado da expresión polinómica $3\cdot p(x)-[q(x)]^2$, para os polinómios $p(x)=x^2-x+1$ e $q(x)=2x-3$.

$$3\cdot p(x)-[q(x)]^2=3\cdot(x^2-x+1)-(2x-3)^2=3x^2-3x+3-(4x^2-12x+9)=$$

$$=3x^2-3x+3-4x^2+12x-9=-x^2+9x-6$$

1 10. Factorizar o polinómio $6x^3-54x$ extraendo factor común e utilizando as identidades notábeis.

$$6x^3-54x=6x\cdot(x^2-9)=6x\cdot(x+3)\cdot(x-3)$$