MATEMÁTICA 3º ESO 13/12/2013

TEMAS 11 ESTATÍSTICA

12 PROBABILIDADE

TOTAL	SUMA	NOTA
13		

NOME	GRUPO B

1 1. i. Definir os conceitos de población e mostra dun estudo estatístico, e comentar brevemente que se entende cando se di que unha mostra é representativa. Pór exemplos.

Población é un conxunto de elementos que guardan certas características comúns e que son obxecto dun estudo estatístico.
Mostra é un subconxunto da población; é a parte da población sobre a que se fai na prática o estudo estatístico, do que se obteñen conclusións que se poden extrapolar á población.

Exemplos

Se desexamos coñecer as características biométricas (talla e peso) do alunado do instituto, todo o alunado constitue a población; doutro xeito, a población está formada por todas as persoas que teñen como característica común estaren matriculadas no instituto.

Ao selecionarmos unha parte do alunado, que serán os indivíduos sobre os que se realizará o estudo, temos unha mostra. A mostra debe ser representativa; por ese motivo debe estar ben selecionada se desexamos que os resultados obtidos reflictan fielmente a población completa. Non seria polo tanto correcto selecionar alunado dun so nível (por exemplo 2º de bacharelato), ou exclusivamente mulleres.

1 ii. Unha mostra estatística ten coeficiente de variación $CV_1=0{,}75$ e outra ten média $\bar{x}=5$ e desviación típica $\sigma_2=3{,}75$. Estudar de forma razoada cal delas ten maior dispersión.

O coeficiente de variación é o cociente entre a média e a desviación típica; logo o coeficiente de variación da segunda mostra é $CV_2=\frac{\sigma_2}{\bar{x}}=\frac{3{,}75}{5}=0{,}75$.

Como $CV_1=CV_2=0{,}75$, podemos afirmar que presentan o mesmo grau de dispersión.

1 2. Coas notas de 10 matérias obtén-se unha média de 8. É posíbel subir a média a $8{,}5$ coa nota da última matéria que falta por examinar?

A média das 10 matérias dá un total de $10\cdot 8=80$ pontos, como suma de todas elas. Para subir a média a $8{,}5$ coa última nota, deberian conseguir-se $11\cdot 8{,}5=93{,}5$ pontos nas 11 matérias; logo haberia que obter $93{,}5-80=13{,}5$ pontos na última delas, cousa que resulta imposíbel.

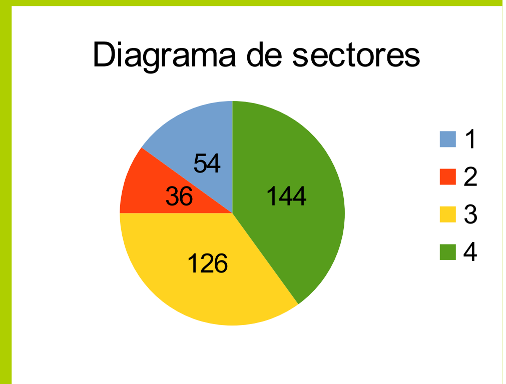
3. Sexa a mostra: 3 3 4 4 3 4 3 1 3 1
2 4 4 3 4 1 4 2 3 4

2 i. Facer unha tabela de valores e calcular a média, a mediana e a desviación tipica.

1 ii. Representar a mostra mediante un diagrama de sectores.

x_i	f_i	F_i	%	$x_i \cdot f_i$	$(\overline{x}-x_i)^2 \cdot f_i$	sectores
1	3	3	15%	3	12	54º
2	2	5	25%	4	2	36º
3	7	12	60%	21	0	126º
4	8	20	100%	32	8	144º
Total	20			60	22	360º

$\overline{x}=\dfrac{60}{20}=3$ $\quad Me=3 \quad$ $\sigma=\sqrt{\dfrac{22}{20}}=\sqrt{1,1}\approx 1,05$



1 4. i. Definir os conceitos de experimento aleatório, experimento determinista, espazo mostral e suceso e pór un exemplo de cada un deles.

Experimento aleatório: experimento do que non se pode predicer o resultado.
Experimento determinista: experimento de resultado predecíbel.
Espazo mostral: conxunto de todos os posíbeis resultados dun experimento aleatório.
Suceso: todo subconxunto do espazo mostral.

Exemplos

Experimento aleatório é o de tirar un dado e observar o resultado. O seu espazo mostral é $E=\{1,2,3,4,5,6\}$ e un suceso é A "obter un número primo" $=\{2,3,5\}$.
Un experimento determinista é calcular a presión a que está o gás dunha bombona coñecido o volume e a temperatura.

0.5 ii. Explicar brevemente que é un suceso elementar, un suceso seguro e un suceso imposíbel, e pór exemplos.

Suceso elementar: é todo suceso que teña un único elemento, ou equivalentemente, cada un dos elementos do espazo mostral.
Suceso seguro: é o que contén todos os elementos do espazo mostral (coincide co espazo mostral); representa-se coa letra E.
Suceso imposíbel: é o que non contén elemento algún, é dicer, o conxunto valeiro, que se representa $\emptyset$.

Exemplos

No experimento aleatório que consiste en extraer unha carta da baralla española, un suceso elementar é A *"obter o cabalo de bastos"* $=\{CB\}$; un suceso seguro é B *"obter unha carta de número menor que* 15*", suceso que coincide con todo o espazo mostral* E, e un suceso imposíbel é C *"obter unha carta de corazóns"* $=\emptyset$.

0.5	

5. i.No experimento que consiste en lanzar trés moedas, escreber o espazo mostral e os sucesos *A ˝obter cruz na primeira moeda˝* e *B ˝obter mais caras que cruces˝*.

$E=\{ccc, cc+, c+c, c++, +cc, +c+, ++c, +++\}$

$A=\{+cc, +c+, ++c, +++\}$ e $B=\{ccc, cc+, c+c, +cc\}$.

1	

ii.Escreber os sucesos: $\overline{A}$, $A\cup B$, $A\cap B$, $\overline{A}\cap B$ e $\overline{A\cap B}$.

$\overline{A}=\{ccc, cc+, c+c, c++\}$;

$A\cup B=\{ccc, cc+, c+c, +cc, +c+, ++c, +++\}$;

$A\cap B=\{+cc\}$ (suceso elementar, xá que ten un só elemento);

$\overline{A}\cap B=\{ccc, cc+, c+c\}$; $\overline{A\cap B}=\{ccc, cc+, c+c, c++, +c+, ++c, +++\}$.

1	

6. i.É posíbel que dous sucesos contrários sexan compatíbeis? Expór de forma razoada a relación que existe entre a probabilidade dun suceso e a do seu contrário.

A interseción dun suceso A e o seu contrário é o suceso imposíbel, xá que en $\overline{A}$ están os casos que non están no próprio A : $A\cap\overline{A}=\emptyset$.

Logo todo suceso A e o seu contrário $\overline{A}$ son incompatíbeis, e polo tanto, como $A\cup\overline{A}=E$, resulta que $p(E)=p(A\cup\overline{A})=p(A)+p(\overline{A})=1$ ou tamén $p(\overline{A})=1-p(A)$.

0.5	

ii.Nun experimento aleatório, a probabilidade dun suceso A é $p(A)=0,4$. Calcular a probabilidade de outro suceso B sabendo que $p(A\cup B)=0,7$ e que $p(A\cap B)=0,2$.

$p(A\cup B)=p(A)+p(B)-p(A\cap B) \Leftrightarrow p(B)=p(A\cup B)+p(A\cap B)-p(A)=0,7+0,2-0,4=0,5$

0.5	

7. i. Ao lanzar un dado 1.000 veces obtemos os resultados da tabela. Calcular a probabilidade de obter un número maior que 2.

x_i	f_i	h_i
1	168	$0{,}168$
2	167	$0{,}167$
3	164	$0{,}164$
4	169	$0{,}169$
5	173	$0{,}173$
6	159	$0{,}159$
Total	1.000	1

O suceso é $A=\{3,4,5,6\}$, e a sua probabilidade empírica é:

$$p(A)=\frac{f_3+f_4+f_5+f_6}{N}=\frac{164+169+173+159}{1.000}=\frac{665}{1.000}=0{,}665$$

0.5	

ii. Calcular a probabilidade de obter un número maior que 2 nun dado non trucado.

Segundo a Regra de Laplace, a probabilidade teórica é $p(A)=\frac{card\ A}{card\ E}=\frac{4}{6}\approx 0{,}66$.

0.5	

iii. Comparar ambas probabilidades e comentar brevemente se se poderia afirmar que o dado está trucado.

O dado non parece estar trucado porque todos os resultados aparecen aproximadamente o mesmo número de veces. En outras palabras, as frecuéncias de todos os sucesos elementares, tanto as absolutas como as relativas, toman valores aproximadamente iguais, que é o comportamento que se pode esperar dun dado non trucado.

Nun dado non trucado as probabilidades teóricas son $1/6\approx 0{,}17$ para todos os sucesos elementares, aproximadamente iguais ás frecuéncias relativas deste experimento.

No caso do suceso $A=\{3,4,5,6\}$ pode-se observar que a sua probabilidade empírica e a teórica son praticamente iguais: $h_A=0{,}665\approx p(A)$.

1	

8. Nunha clase de 20 estudantes hai 11 alunas e 9 alunos. Ademais, das 11 alunas 3 son de Serres, dun total de 7 estudantes da clase que son de Serres. Seleciona-se unha persoa da clase ao chou; calcular a probabilidade de que sexa un aluno de Serres.

O espazo mostral E está formado polo conxunto de 20 persoas que integran a clase.

Facendo unha clasificación por sexos e procedéncia resulta:

	ALUNAS	ALUNOS	TOTAL
SERRES	3	4	7
OUTRAS	8	5	13
TOTAL	11	9	20

Polo tanto, o suceso A "escoller un aluno de Serres" contén 4 estudantes dun total de 20 que hai na clase, logo a probabilidade é $p(A)=\frac{card\ A}{card\ E}=\frac{4}{20}=0{,}2$.