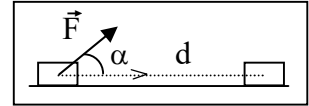


TRABAJO Y ENERGÍA

1.- TRABAJO

- La palabra trabajo es frecuente en el lenguaje coloquial, y podríamos considerarla como un sinónimo de la palabra esfuerzo, ya sea físico o intelectual. Pero en física la palabra trabajo tiene, como verás, un significado distinto, y eso es lo primero que tienes que hacer antes de empezar este tema: entender que aquí esta palabra tienes un significado diferente.

- Supongamos que cuando aplicamos una fuerza constante " \vec{F} " a un cuerpo, este se desplaza cierta distancia " d " por una trayectoria rectilínea. Como se ve en la figura, la fuerza forma un ángulo " α " con la dirección y el sentido en el que se mueve el cuerpo (con su desplazamiento).



- Se define el trabajo realizado por la fuerza \vec{F} por la expresión: $W = F \cdot d \cdot \cos \alpha$

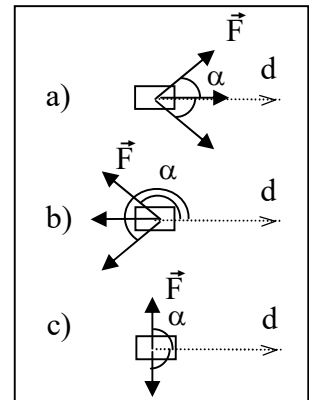
- Como se deduce de esta expresión, si queremos que el trabajo no sea cero, es necesario que ninguno de los tres factores que aparecen en el miembro de la derecha sea cero. Por tanto, para que una fuerza realice trabajo, son necesarias tres condiciones:

- que exista una fuerza no nula ($F \neq 0$)
- que la fuerza desplace su punto de aplicación ($d \neq 0$)
- que la fuerza y el desplazamiento **no** sean perpendiculares, pues si lo fueran: $\alpha = 90^\circ$ y $\cos \alpha = 0$

- Como ves, el concepto físico de trabajo no coincide con el concepto cotidiano de esfuerzo. Por ejemplo, si te dedicas a empujar con todas tus fuerzas un edificio durante dos horas sin lograr moverlo, estarás realizando un esfuerzo considerable, pero no habrás realizado ningún trabajo desde el punto de vista físico, ya que el edificio no se desplaza ($d = 0 \Rightarrow W = 0$). Lo mismo ocurriría si te da por sostener un saco de patatas de 50 kg a cierta altura sin moverlo. Ni siquiera realizas trabajo si coges una maleta de 30 kg y la desplazas con velocidad constante paralelamente a un suelo horizontal, porque estarías aplicando una fuerza vertical hacia arriba y la maleta se estaría desplazando en una dirección vertical, con lo que $\alpha = 90^\circ$, $\cos \alpha = 0$ y $W = 0$.

- El trabajo es un escalar, no es un vector, no apunta en ninguna dirección. Por lo tanto vendrá dado por un número y una unidad. Ese número puede ser positivo o negativo o nulo. ¿Qué fuerzas realizarán un trabajo positivo, cuáles un trabajo negativo, y cuáles uno nulo? Eso depende del ángulo que forme la fuerza y el desplazamiento, ya que en la expresión matemática del trabajo " F " y " d " serán siempre positivos, y por lo tanto el signo de W depende del signo del $\cos \alpha$:

- a) si la fuerza favorece el desplazamiento que se está produciendo, el trabajo que realiza es positivo, ya que el ángulo α estará en el 1º o en el 4º cuadrante, y su coseno será positivo: $\cos \alpha > 0 \Rightarrow W > 0$
- b) si la fuerza dificulta el desplazamiento que se está produciendo, el trabajo que realiza es negativo, ya que el ángulo α estará en el 2º o en el 3º cuadrante, y su coseno será negativo: $\cos \alpha < 0 \Rightarrow W < 0$
- c) si la fuerza es perpendicular al desplazamiento, el trabajo que realiza es nulo, ya que el ángulo α será de 90° o de 270° (o -90°) y su coseno será cero: $\cos \alpha = 0 \Rightarrow W = 0$



- Es por ello que *cuando se aplica la fórmula para calcular el trabajo, no se aplica ningún criterio de signos a las fuerzas* (algo que sí hacíamos en dinámica), pues el signo del trabajo viene dado por el valor del coseno del ángulo α .

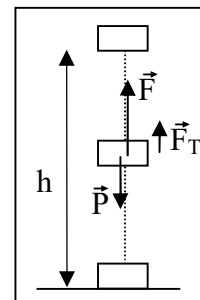
- La unidad de trabajo en el S.I. es el *Julio* (J), que se define como el trabajo que realiza una fuerza de 1 N cuando desplaza su punto de aplicación 1 m en su misma dirección. $1 \text{ J} = 1 \text{ N} \cdot \text{m}$

- Cuando sobre un cuerpo actúan varias fuerzas F_1, F_2, \dots y queremos calcular el trabajo total que todas ellas ejercen sobre el cuerpo, tenemos dos opciones:

1. Calcular primero el trabajo que ejerce cada una de las fuerzas y después sumarlo: el trabajo total es igual a la suma de los trabajos ejercidos por cada una de las fuerzas: $W_T = W_1 + W_2 + \dots = \sum W_i$
2. Calcular primero la fuerza resultante F_T y después el trabajo que hace esta: $W_T = F_T \cdot d \cdot \cos \alpha$

- Veamos un ejemplo con los conceptos vistos hasta ahora:

Ejemplo: Se aplica una fuerza de 250 N vertical y ascendente a un cuerpo de masa 20 kg que se encuentra en reposo sobre el suelo, para elevarlo hasta una altura de 50 m. a) Indica las fuerzas que actúan sobre el cuerpo y si realizan o no trabajo sobre el cuerpo. b) Calcula el trabajo que hace cada fuerza. c) Calcula el trabajo total realizado.



a) El desplazamiento es vertical y hacia arriba. Las fuerzas que actúan son:

- La fuerza \vec{F} que se aplica al cuerpo. Realiza trabajo ya que cumple las tres condiciones: hay una fuerza, se desplaza y no es perpendicular al desplazamiento. En este caso $\alpha = 0^\circ$, ya que F coincide con la dirección y sentido del desplazamiento.
- El peso del cuerpo \vec{P} . También realiza trabajo pues cumple las mismas tres condiciones que \vec{F} , aunque en este caso $\alpha = 180^\circ$, pues mientras que el desplazamiento se produce hacia arriba, \vec{P} apunta hacia abajo.

b) El desplazamiento que experimenta el cuerpo coincide con la altura final alcanzada: $d = h$.

$$W_F = F \cdot d \cdot \cos \alpha = F \cdot h \cdot \cos \alpha = 250 \text{ N} \cdot 50 \text{ m} \cdot 1 = 12\,500 \text{ J}$$

$$W_P = P \cdot h \cdot \cos \alpha; P = m \cdot g = 20 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 = 196 \text{ N}; W_P = 196 \text{ N} \cdot 50 \text{ m} \cdot (-1) = -9800 \text{ N}$$

Observa que la fuerza F favorece el desplazamiento hacia arriba y, por tanto, realiza un trabajo positivo; el peso se opone a que el cuerpo suba, y realiza un trabajo negativo.

c) Como todas las fuerzas que actúan están en la misma dirección, tenemos dos opciones:

$$1. \quad W_T = W_F + W_P = 12\,500 \text{ J} + (-9800 \text{ J}) = 2700 \text{ J}$$

$$2. \quad F_T = F - P = 250 \text{ N} - 196 \text{ N} = 54 \text{ N}; W_T = F_T \cdot d \cdot \cos \alpha = F_T \cdot h \cdot \cos \alpha = 54 \text{ N} \cdot 50 \text{ m} \cdot 1 = 2700 \text{ J}$$

Fíjate que en la segunda opción, para calcular la fuerza total sí utilizamos el criterio de signos que vimos en Dinámica: fuerzas a favor del movimiento positivas, y si están en contra, negativas. En las fórmulas para calcular el trabajo no usamos ningún criterio de signos.

2.- POTENCIA

- Como hemos visto en el ejemplo anterior, para elevar un cuerpo a cierta altura es necesario realizar un trabajo. Imagínate que me preguntas a mí si puedo realizar ese trabajo, yo te contesto que sí, y después tardo cinco años en realizarlo. Yo no te he mentado (puedo realizar el trabajo requerido), pero seguramente no era eso lo que tú me pedías.

- Es por ello que además de conocer el trabajo que puede ser desarrollado, también nos interesa conocer cuánto tiempo es necesario para realizarlo. Para eso vamos a definir la magnitud potencia:

- **Potencia (P)**: es el cociente entre el trabajo desarrollado y el tiempo que tarda en realizarse: $P = \frac{W}{t}$

- Como puedes ver es esta expresión, la potencia desarrollada será grande cuanto más trabajo se realice en un tiempo dado, o al revés, cuanto menos tiempo nos lleve realizar un trabajo dado. Dicho de otro modo, la potencia nos dice “lo rápido que se puede realizar trabajo”.

- La unidad de potencia en el S.I. es el vatio (W), que es la potencia desarrollada cuando se realiza un trabajo de 1 J en un tiempo de 1 s. Otra unidad de potencia habitual, por ejemplo en los motores de los vehículos, es el caballo de vapor: 1 CV = 735 W

- Existe otra unidad que se llama kilovatio-hora (kW·h). Como su nombre contiene la palabra vatio podrías pensar que es una unidad de potencia, pero eso no es así. Fíjate que se está multiplicando una unidad de potencia (kW) por una unidad de tiempo (h). Si en la expresión de la potencia despejamos el trabajo, tendríamos: $W = P \cdot t$. Luego el kilovatio-hora es una unidad de trabajo o, lo que como veremos es equivalente, de energía, pero no es una unidad de potencia. Si queremos obtener su equivalente en julios, lo haremos así: $1 \text{ kW} \cdot \text{h} \cdot (1000 \text{ W}/1 \text{ kW}) \cdot (3600 \text{ s}/1 \text{ h}) = 3\,600\,000 \text{ J}$. Por tanto: $1 \text{ kW} \cdot \text{h} = 3\,600\,000 \text{ J}$.

3.- ENERGÍA. ENERGÍAS CINÉTICA Y POTENCIAL.

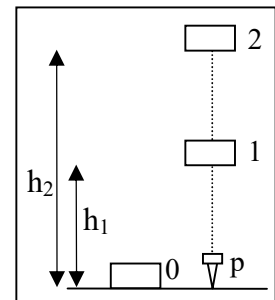
- Si lees el libro de texto verás que define la energía como la capacidad que tiene un cuerpo para producir cambios en sí mismo o en otros cuerpos, y eso es cierto. Existen muchos tipos de energía: energía mecánica, química, térmica, etc. Nosotros nos centraremos en este tema en la energía mecánica, y es por ello que podemos dar una definición mucho más corta y más operativa.

- Energía: es la capacidad que tiene un cuerpo para realizar trabajo. Su unidad en el S.I. es la misma que la del trabajo, el julio (J).

- Es decir, si un cuerpo o un sistema de varios cuerpos tienen la capacidad de realizar trabajo decimos que tiene energía. Si no tiene esa capacidad decimos que no la tiene. Fíjate que si decimos que un cuerpo tiene energía no estamos diciendo que esté realizando trabajo, sino que puede llegar a realizarlo.

- Por ejemplo, para clavar una punta en una superficie es necesario realizar trabajo, puesto que hay que aplicar una fuerza (por ejemplo con un martillo) que provoca que la punta se desplace, y por lo general la fuerza que aplicamos y el desplazamiento tienen la misma dirección y sentido ($\alpha = 0^\circ$).

- Analicemos, en la figura de la derecha, si un cuerpo tiene o no energía en varias situaciones. Para ello veremos si es capaz de clavar la punta "p" en el plano en el que está apoyada. Cuando el cuerpo está en reposo en la posición "0", seguramente creeremos que no puede clavar la punta, por lo que diremos que el cuerpo no tiene energía en esa posición, $E_0 = 0$.



Sujetemos ahora el cuerpo en reposo en la situación "1". Ahora diremos "si suelto el cuerpo, este caerá debido a la fuerza de la gravedad, golpeará a la punta, realizará un trabajo sobre ella, y logrará que, en mayor o menor medida, se clave". Por tanto podemos decir que el cuerpo en la posición "1" sí tiene una energía $E_1 \neq 0$.

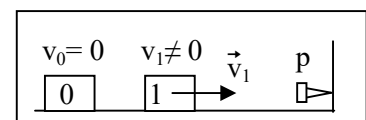
¿Y si sujetamos el cuerpo en reposo en la posición "2"? El razonamiento del párrafo anterior sigue siendo válido, pero además ahora esperamos que cuando el cuerpo caiga y golpee la punta logre que esta se clave en mayor medida que en el caso anterior, es decir que realice un trabajo mayor que cuando partía de la posición "1". Luego diremos que en la posición "2" el cuerpo tiene energía ($E_2 \neq 0$) y que esta es mayor que la que tenía en la posición "1": $E_2 > E_1$.

- Como ves en este ejemplo, existe un primer tipo de energía que puede tener un cuerpo y que depende de la posición que ocupa, de su altura. Pero además de eso, depende de la fuerza de la gravedad, ya que si esta no existiese el cuerpo tampoco tendría energía en los puntos 1 y 2, ya que al soltarlo no caería hacia la punta. Cuanto mayor es la fuerza de la gravedad mayor es la energía de este tipo que posee el cuerpo en esas posiciones. Definamos este tipo de energía.

- **Energía potencial gravitatoria** (E_p): es la energía que posee un cuerpo debido a su posición en un campo gravitatorio, es decir, en una zona del espacio donde existe fuerza de la gravedad.

- La expresión matemática que nos permite calcularla es: $E_p = m \cdot g \cdot h$ donde "m" es la masa del cuerpo, "g" la aceleración de la gravedad, y "h" la altura a la que se encuentra el cuerpo sobre el nivel que escogimos como altura cero. Como ves, cuanto mayores sean "g" y "h", mayor será la energía potencial del cuerpo.

- Volvamos ahora a nuestra punta "p" que ahora queremos clavar, como se ve en la figura, en una superficie vertical. Tenemos un cuerpo que en la situación "0" está *en reposo* a la misma altura que la punta. ¿Podría llegar a clavarla? No, por lo que diremos en la situación "0" el cuerpo no tiene energía ($E_0 = 0$). En la situación "1" el cuerpo se mueve hacia la punta con cierta velocidad \vec{v}_1 . ¿Podría llegar a clavarla? Razonaremos que el cuerpo impactará contra la punta y, en mayor o menor medida, la clavará en la superficie, es decir, realizará trabajo sobre la punta. Por lo tanto en la situación "1" el cuerpo sí que tiene energía ($E_1 \neq 0$). Si en otra situación "2" que no aparece en la figura el cuerpo tuviese una velocidad $v_2 > v_1$, veríamos que el cuerpo clavaría la punta en mayor medida, es decir, realizaría mayor trabajo y, en consecuencia $E_2 > E_1$.



- Este tipo de energía no depende de la altura a la que esté el cuerpo (es la misma en todas las posiciones), sino de su velocidad. Definamos este segundo tipo de energía:

- **Energía cinética** (E_c): es la energía que posee un cuerpo debido a su velocidad.

- La expresión matemática que nos permite calcularla es: $E_c = \frac{1}{2} m v^2$ donde "m" es la masa del cuerpo y "v" el módulo de su velocidad.

- No es difícil imaginar un cuerpo que tenga tanto energía cinética como energía potencial: imagínate que soltamos un objeto desde lo alto de un edificio, y que ya ha llegado a la mitad de la altura desde la que lo

hemos soltado. El cuerpo tendrá energía potencial, pues aún se encuentra a cierta altura sobre el suelo, y además tendrá energía cinética, por cuanto está cayendo con cierta velocidad.

- **Energía mecánica o energía total (E):** es la suma de las energías potencial y cinética que tiene un cuerpo en un momento dado: $E = E_p + E_c$

- Veremos a continuación dos leyes que relacionan el trabajo que algunas fuerzas realizan sobre un cuerpo con las variaciones de energía que este experimenta.

- Sea un cuerpo sobre el que están aplicadas varias fuerzas F_1, F_2, \dots y que se mueve entre una posición inicial "i" y otra final "f". Dichas fuerzas realizarán un trabajo sobre el cuerpo que puede ser positivo o nulo.

- **Teorema de la energía cinética:** el trabajo total ejercido sobre un cuerpo se emplea en variar su energía cinética. $W_T = \Delta E_c = E_{cf} - E_{ci}$ siendo E_{ci} y E_{cf} las energías cinéticas del cuerpo en las posiciones inicial y final respectivamente, y W_T el trabajo total que se realiza sobre él, es decir la suma de los trabajos que hacen todas y cada una de las fuerzas que se le aplican. Como ya sabes el signo Δ (letra delta mayúscula) significa cambio o variación de una magnitud. Así, ΔE_c significa variación de la energía cinética.

- Veamos que nos dice este teorema. El trabajo total realizado puede ser positivo, negativo o nulo, y los dos lados de la igualdad tienen que ser iguales, también en su signo.

- Si el trabajo total es positivo: $W_T > 0 \Rightarrow E_{cf} - E_{ci} > 0 \Rightarrow E_{cf} > E_{ci}$. La energía cinética del cuerpo aumenta, y como esta depende de la velocidad, la velocidad del cuerpo aumenta.
- Si el trabajo total es negativo: $W_T < 0 \Rightarrow E_{cf} - E_{ci} < 0 \Rightarrow E_{cf} < E_{ci}$. La energía cinética del cuerpo disminuye, y por lo tanto también disminuye su velocidad.
- Si el trabajo total es nulo: $W_T = 0 \Rightarrow E_{cf} - E_{ci} = 0 \Rightarrow E_{cf} = E_{ci}$. La energía cinética del cuerpo no cambia, y por lo tanto su velocidad permanece constante.

- Vamos ahora a por la segunda ley. Para ello debemos saber primero que las fuerzas pueden clasificarse mediante ciertas definiciones que no veremos en este curso en dos tipos. Entenderás mejor los nombres que le damos en el punto siguiente:

- Fuerzas conservativas: en los cursos siguientes verás que son de este tipo varios tipos de fuerzas: las gravitatorias, las elásticas, las eléctricas. Ahora debes saber que el peso es una fuerza conservativa.
- Fuerzas no conservativas: también las hay de diversos tipos, como las fuerzas magnéticas, las disipativas. Ahora necesitas saber que la fuerza de rozamiento es no conservativa, y que en la resolución de problemas también consideraremos como no conservativas las fuerzas que ejerzan agentes externos, como nosotros mismos.

- Sobre un cuerpo pueden actuar al mismo tiempo fuerzas conservativas y no conservativas. Ya podemos enunciar nuestra segunda ley.

- El trabajo realizado por las fuerzas conservativas sobre un cuerpo se emplea en variar su energía potencial. Dicho trabajo y la variación de energía potencial tienen signos opuestos: $W_{cons} = -\Delta E_p = -(E_{pf} - E_{pi})$

siendo E_{pi} y E_{pf} las energías potenciales del cuerpo en las posiciones inicial y final respectivamente, y W_{cons} el trabajo total que realizan solo las fuerzas conservativas que actúan sobre el cuerpo. Si también actúan fuerzas no conservativas, el trabajo que realizan no se tiene en cuenta al aplicar esta expresión. Dicho de otro modo, en el teorema de la energía cinética se tiene en cuenta el trabajo que realizan todas las fuerzas, sean conservativas o no; en esta segunda ley solo cuenta el trabajo realizado por las fuerzas conservativas.

- Veamos que nos dice esta segunda ley. El trabajo total que hacen las fuerzas conservativas (W_{cons}) puede ser positivo, negativo o nulo, y los dos lados de la igualdad tienen que ser iguales y tener mismo signo.

- Si W_{cons} es positivo: $W_{cons} > 0 \Rightarrow -(E_{pf} - E_{pi}) > 0 \Rightarrow E_{pf} - E_{pi} < 0 \Rightarrow E_{pf} < E_{pi}$. La energía potencial del cuerpo disminuye, y como esta depende de la altura, la altura del cuerpo disminuye.
- Si W_{cons} es negativo: $W_{cons} < 0 \Rightarrow -(E_{pf} - E_{pi}) < 0 \Rightarrow E_{pf} - E_{pi} > 0 \Rightarrow E_{pf} > E_{pi}$. La energía potencial del cuerpo aumenta, y por lo tanto también aumenta su altura.
- Si W_{cons} es nulo: $W_{cons} = 0 \Rightarrow -(E_{pf} - E_{pi}) = 0 \Rightarrow E_{pf} = E_{pi}$. La energía potencial del cuerpo y su altura no cambian.

4.- CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA MECÁNICA.

- Como ya se ha dicho, sobre un cuerpo pueden actuar fuerzas conservativas y no conservativas. El trabajo total (W_T) será la suma de los trabajos realizados por ambos tipos de fuerzas: $W_T = W_{\text{cons}} + W_{\text{no cons}}$

- Según el teorema de la energía cinética $W_T = E_{Cf} - E_{Ci}$, y según la segunda ley $W_{\text{cons}} = -(E_{Pf} - E_{Pi})$. Sustituyendo W_T y W_{cons} en la expresión del párrafo anterior, tendremos: $E_{Cf} - E_{Ci} = -(E_{Pf} - E_{Pi}) + W_{\text{no cons}}$

- Si ahora despejamos $W_{\text{no cons}}$, y recolocamos las energías para juntar las que se refieren a la situación inicial por un lado y las de la situación final por otro, podríamos escribir la ecuación del siguiente modo, en el que se usan paréntesis solo con el fin de resaltar unas y otras: $W_{\text{no cons}} = (E_{Pf} + E_{Cf}) - (E_{Pi} + E_{Ci})$

- Si te fijas, en el interior de cada paréntesis figura la suma de las energías potencial y cinética del cuerpo, en las posiciones final e inicial. Esa suma es lo que llamamos anteriormente energía mecánica (E). Por tanto, llegamos a la expresión: $W_{\text{no cons}} = E_f - E_i$, y a la siguiente conclusión: el trabajo realizado por las fuerzas no conservativas es igual a la variación que experimenta la energía mecánica del cuerpo. $W_{\text{no cons}} = \Delta E = E_f - E_i$

- De nuevo, analizamos lo que nos dice esta tercera ley energética. El trabajo total que hacen las fuerzas no conservativas ($W_{\text{no cons}}$) puede ser positivo, negativo o nulo, y los dos lados de la igualdad tienen que ser iguales y tener mismo signo.

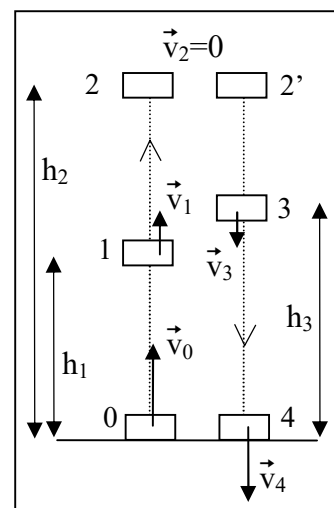
- Si $W_{\text{no cons}}$ es positivo: $W_{\text{no cons}} > 0 \Rightarrow E_f - E_i > 0 \Rightarrow E_f > E_i$. La energía mecánica del cuerpo aumenta.
- Si $W_{\text{no cons}}$ es negativo: $W_{\text{no cons}} < 0 \Rightarrow E_f - E_i < 0 \Rightarrow E_f < E_i$. La energía mecánica del cuerpo disminuye.
- Si $W_{\text{no cons}}$ es nulo: $W_{\text{no cons}} = 0 \Rightarrow E_f - E_i = 0 \Rightarrow E_f = E_i$. La energía mecánica del cuerpo no cambia.

- Esta última posibilidad ($W_{\text{no cons}} = 0$) da lugar a una ley energética muy importante que, aunque no puede aplicarse a todas las situaciones, es muy útil en aquellos casos en los que las únicas fuerzas que actúan sobre un cuerpo son conservativas. En estos casos, al no haber fuerzas no conservativas, está claro que $W_{\text{no cons}} = 0$

- **Teorema de conservación de la energía mecánica:** si sobre un sistema solo actúan fuerzas conservativas, su energía mecánica permanece constante. $W_{\text{no cons}} = 0 \Rightarrow E_f = E_i$

- Como ves, en estas circunstancias lo que permanece constante es la energía mecánica, es decir la energía total, que es la suma de las energías cinética y potencial. Tanto la energía cinética como la potencial pueden cambiar, pero, lo que nos dice este teorema es que su suma tiene que valer siempre lo mismo. También podríamos escribir esta ley de la siguiente manera: $W_{\text{no cons}} = 0 \Rightarrow E_{Pf} + E_{Cf} = E_{Pi} + E_{Ci}$

- Analicemos detalladamente un ejemplo: La figura muestra un cuerpo que se lanza desde el suelo (0) con cierta velocidad inicial \vec{v}_0 , asciende hasta pararse en la posición 2 y vuelve a caer hasta el suelo. Para mayor claridad se ha separado en la figura la trayectoria de subida y la de bajada, de forma que las posiciones 2 y 2' son realmente la misma, al igual que las posiciones 0 y 4.



Veamos cuanta vale la energía mecánica del cuerpo en cada posición: en 0 el cuerpo solo tiene energía cinética debido a su velocidad v_0 , pero no tiene potencial ya que $h_0 = 0$. Luego $E_0 = E_{C0}$.

En 1, el cuerpo tiene energía cinética, pues se mueve con velocidad v_1 , aunque $v_1 < v_0$, polo que la energía cinética a disminuido con respecto a la que tenía en 0; además el cuerpo tiene ahora energía potencial, ya que está a una altura h_1 . La energía mecánica será la suma de ambas: $E_1 = E_{C1} + E_{P1}$

En 2, el cuerpo ya no tiene energía cinética pues, al alcanzar la altura máxima, detiene su subida, $v_2 = 0$; solo tiene energía potencial, y esta será mayor que la energía potencial que tenía en 1, pues $h_2 > h_1$. Su energía mecánica será: $E_2 = E_{P2}$

En 3, la situación es similar a la 1, y el cuerpo tiene tanto energía cinética como potencial: $E_3 = E_{C3} + E_{P3}$

Finalmente, en 4, el cuerpo ya no tiene energía potencial ($h_2 = 0$) y solo tiene energía cinética, pues toca el suelo con velocidad v_4 .

Preguntémonos ahora qué fuerzas actúan sobre el cuerpo desde que es lanzado hasta toca de nuevo el suelo. La única fuerza que actúa sobre el cuerpo es su peso, que es una fuerza conservativa. Por tanto solo actúan

fuerzas conservativas y en consecuencia podemos aplicar el teorema de conservación de la energía mecánica: $W_{\text{no cons}} = 0 \Rightarrow E_f = E_i$. En esta expresión, ¿cuáles son las posiciones inicial y final? La respuesta es: las que nosotros elijamos. Mientras solo actúen fuerzas conservativas, la energía mecánica no puede cambiar, y eso ocurre a lo largo de toda la trayectoria. Por ello podríamos comparar la energía de la posición 0 con la de la posición 1, y obtendríamos $E_0 = E_1$; o la de la 0 con la de la 2, y tendríamos $E_0 = E_2$; o la de la 1 con la 3, y obtendríamos $E_1 = E_3$, y así sucesivamente.

Al final, podemos escribir: $E_0 = E_1 = E_2 = E_3 = E_4$

Por tanto, la energía mecánica es la misma en todos y cada uno de los puntos de la trayectoria de subida y bajada. No puede cambiar porque solo actúan fuerzas conservativas. De ahí el nombre de estas fuerzas: se llaman *conservativas* porque si solo actúan ellas la energía mecánica *se conserva*, no cambia.

Fíjate que tanto la energía cinética como la potencial van cambiando su valor en las distintas posiciones. Puedes ver, que en la trayectoria de subida la energía cinética va disminuyendo hasta desaparecer en la posición 2 ($E_{C0} > E_{C1} > E_{C2} = 0$), mientras que la energía potencial, que inicialmente era nula ($E_{P0} = 0$) va creciendo hasta hacerse máxima en la posición 2 ($E_{P0} < E_{P1} < E_{P2}$), donde toda la energía es potencial. Cada una por su lado puede variar, pero lo hacen de forma que su suma, la energía mecánica, valga siempre lo mismo.

En la trayectoria de bajada ocurre lo contrario: la energía cinética va creciendo desde un valor nulo $E_{C2} = 0$ hasta su valor máximo E_{C4} (en 4 toda la energía es cinética); por su lado, la energía potencial va disminuyendo desde su valor máximo en la posición 2 (donde toda la energía es potencial) hasta hacerse nula en 4, donde toda la energía es cinética.

Puede que este análisis te parezca largo y complicado, así que vamos a hacer un resumen final que puede aclararte lo que realmente sucede:

1. En la trayectoria de subida, la única energía que existe inicialmente, la cinética, se va convirtiendo poco a poco en potencial. El cuerpo detiene su subida cuando se agota su energía cinética ($v = 0$) porque toda ella se ha convertido en potencial. Al final solo queda energía potencial.
2. En la trayectoria de bajada, la única energía que existe inicialmente, la potencial, se va convirtiendo poco a poco en cinética. El cuerpo detiene su bajada cuando se agota su energía potencial ($h = 0$) porque toda ella se ha convertido en cinética. Al final solo queda energía cinética.
3. En cualquier punto de la trayectoria, la energía mecánica (suma de la potencial y de la cinética) vale siempre lo mismo.

Como ves, un tipo de energía puede transformarse en el otro, pero siempre de forma que el total sea constante.

- En muchas ocasiones, al estudiar estos casos se extrae una conclusión errónea y se afirma que la energía mecánica de un cuerpo permanece siempre constante y no puede variar. **Esta afirmación no es cierta en general**, y solo se cumple en ciertas circunstancias. Veámoslo con un último ejemplo:

- Supón que se te ha caído un bolígrafo al suelo ($h_0 = 0 \Rightarrow E_{P0} = 0$), donde queda en reposo ($v_0 = 0 \Rightarrow E_{C0} = 0$). En esta posición la energía mecánica del bolígrafo es nula: $E_0 = E_{C0} + E_{P0} = 0$. Ahora tú te agachas, coges el bolígrafo y realizando una fuerza sobre él lo vuelves a subir a la mesa ($h_1 \neq 0 \Rightarrow E_{P1} \neq 0$), donde lo dejas en reposo ($v_1 = 0 \Rightarrow E_{C1} = 0$). La energía mecánica del bolígrafo es ahora: $E_1 = E_{C1} + E_{P1} = E_{P1} \neq 0$. ¿Ha cambiado la energía mecánica del bolígrafo? Por supuesto que ha cambiado ($E_0 = 0$ y $E_1 \neq 0$) y lo ha hecho porque tú has hecho un trabajo no conservativo sobre el bolígrafo que ha cambiado su energía mecánica:

$W_{\text{no cons}} = \Delta E = E_f - E_i$. El cambio en energía mecánica del bolígrafo es exactamente igual al trabajo que tú has realizado. Si no pudiésemos cambiar la energía mecánica de un cuerpo realizando trabajo sobre él, no podríamos elevar un cuerpo, ni ponerlo en movimiento cuando está en reposo, ni cambiar su velocidad...

- Fíjate que la condición imprescindible que se tiene que dar para que la energía mecánica de un cuerpo permanezca constante es que solo actúen fuerzas conservativas. Si existen fuerzas no conservativas, el teorema de conservación de la energía mecánica no se puede aplicar, y la energía mecánica del cuerpo cambia y no se conserva.