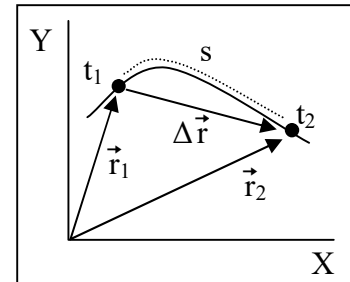


## CINEMÁTICA

- La cinemática es la parte de la mecánica que estudia el movimiento sin preocuparse de las causas que lo producen o alteran.
- Sistema de referencia: es el punto o conjunto de puntos respecto al que se describe el movimiento. Si el movimiento es rectilíneo utilizaremos un único eje; si se produce en un plano usaremos dos ejes; si se produce en tres dimensiones utilizaremos tres ejes.
- Decimos que un cuerpo se mueve cuando su posición respecto al sistema de referencia cambia con el tiempo.

- Para indicar la posición de un cuerpo utilizamos el **vector de posición** ( $\vec{r}$ ): es aquel que une el origen de coordenadas con la posición actual del móvil. Sus unidades en el Sistema Internacional (S.I.) son metros (m). Cuando la posición del cuerpo cambia su vector de posición también lo hace.



- **Trayectoria:** es el camino que describe el móvil en su movimiento. Puede ser recta o curva.

- **Espacio recorrido (s):** es la distancia medida sobre la trayectoria entre dos posiciones dadas. Unidad S.I.: m

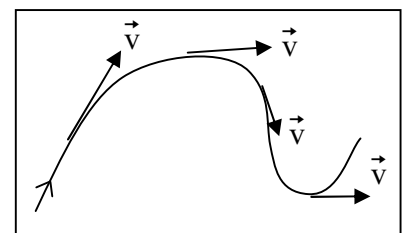
- **Vector desplazamiento ( $\Delta\vec{r}$ )<sup>1</sup>:** es el vector que une las posiciones inicial y final del móvil. Unidad S.I.: m. En general, su módulo no coincide con el espacio recorrido (excepto en los movimientos rectilíneos), y nos informa del “desplazamiento” del cuerpo, es decir de la distancia que media entre su posición inicial y su posición final, independientemente del camino que se haya seguido para llegar de una a otra.

- **Velocidad:** es una magnitud que mide la rapidez con la que cambia la posición de un cuerpo. Cuando esta cambia de forma rápida, decimos que el cuerpo tiene una velocidad alta y viceversa. Es una magnitud vectorial. Al módulo de  $\vec{v}$  se le llama celeridad o rapidez. Usaremos dos clases de velocidad:

- **Velocidad media ( $v_m$ ):** es el cociente entre el espacio total recorrido y el tiempo total empleado en realizarlo:  $v_m = \frac{s_T}{t_T}$ . Sus unidades S.I. son los m/s.

- Aunque el móvil que estemos estudiando no se mueva con velocidad constante, la velocidad media también se puede definir como la velocidad constante a la que tendría que desplazarse otro móvil para recorrer el mismo espacio en el mismo tiempo.

- **Velocidad instantánea (v):** se puede entender como la velocidad real que lleva un cuerpo en un instante dado. Se calcula como si fuera una velocidad media, pero usando intervalos de tiempo cada vez más pequeños alrededor del instante que nos interesa para que esa velocidad media coincida con la real. El vector velocidad instantánea tiene siempre dirección tangente a la trayectoria, y su sentido es el del movimiento. Es decir apunta en la dirección y sentido en el que se está moviendo el cuerpo en ese instante.



- **Aceleración:** es la magnitud que mide la rapidez con la que cambia la velocidad de un cuerpo. La palabra aceleración significa “cambio de velocidad”. Es una magnitud vectorial, y sus unidades S.I. son  $m/s^2$ . De nuevo usaremos dos clases de aceleración:

- **Aceleración media ( $a_m$ ):** es el cociente entre la variación de velocidad que se produce y el tiempo que tarda en producirse:  $a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v-v_0}{t-t_0}$ . (“v” y “t” son la velocidad y el tiempo finales, y “v<sub>0</sub>” y “t<sub>0</sub>” los iniciales)

<sup>1</sup> El símbolo  $\Delta$  (letra delta mayúscula del alfabeto griego) se utiliza para representar una variación, un cambio, un intervalo. Por ejemplo,  $\Delta t$  representa una variación, un intervalo de tiempo.

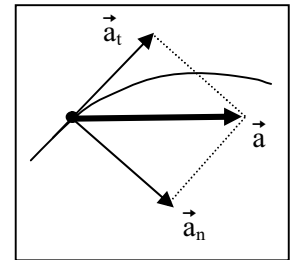
- **Aceleración instantánea:** se puede entender como la aceleración real que tiene el móvil en un momento dado. Se calcula como si fuera una aceleración media, pero usando intervalos de tiempo cada vez más pequeños alrededor del instante que nos interesa para que esa aceleración media coincida con la real.

- Si el móvil va aumentando su velocidad ( $v_2 > v_1$ ) la aceleración será positiva. Si el móvil va disminuyendo su velocidad ( $v_2 < v_1$ ) la aceleración será negativa.

- **Componentes intrínsecas de la aceleración:** como ya se ha dicho, la aceleración mide cualquier cambio que se produzca en la velocidad. Pero la velocidad es un vector, por lo que puede sufrir distintos cambios: cambios en el módulo, en la dirección, en ambos al mismo tiempo.

- La aclaración instantánea,  $\vec{a}$ , que ahora podremos también llamar *aceleración total*, mide cualquier cambio que se produce en el vector velocidad. Pero podemos definir otras aceleraciones que miden solo un cambio determinado en  $\vec{v}$ . Son las componentes intrínsecas de la aceleración:

- **Aceleración tangencial ( $\vec{a}_t$ ):** es la componente intrínseca de la aceleración que mide los cambios que se producen en el módulo del vector velocidad. Su dirección (ver figura) es siempre tangente a la trayectoria.



- La aceleración tangencial toma un valor distinto de cero en los movimientos en los que el módulo de  $\vec{v}$  cambia (por ejemplo, pasa de 10 m/s a 20 m/s o viceversa). Si el módulo de  $\vec{v}$  permanece constante,  $a_t = 0$ .

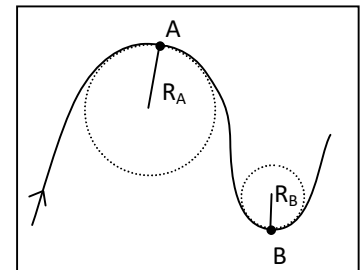
- En los movimientos que estudiaremos, se calcula así: 
$$a_t = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t - t_0}$$

- **Aceleración normal ( $\vec{a}_n$ ):** es la componente intrínseca de la aceleración que mide los cambios que se producen en la dirección del vector velocidad. Su dirección es normal (perpendicular) a la trayectoria y su sentido va hacia el centro de curvatura.

- Habrá aceleración normal, si la dirección de  $\vec{v}$  cambia (en los movimientos curvilíneos), mientras que si siempre es la misma,  $a_n = 0$  (en los movimientos rectilíneos).

- La aceleración normal se calcula así: 
$$a_n = \frac{v^2}{R}$$
, donde v es el módulo de la velocidad, y R es el radio de curvatura.

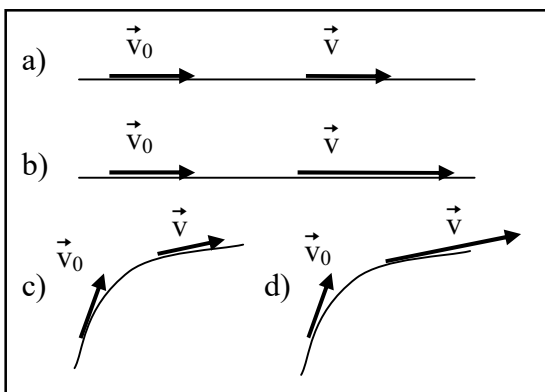
- Si en cualquier punto de una trayectoria (como los puntos A y B de la figura) trazamos una circunferencia que se adapte a la trayectoria en los alrededores de ese punto, el radio de esa circunferencia es el radio de curvatura de la trayectoria en ese punto, y su centro es el centro de curvatura.



- Como se aprecia en la figura, el radio de curvatura es tanto más grande cuanto más “abierto” es la trayectoria (curvatura más suave), y es más pequeño cuanto más “cerrado” es la trayectoria (curvatura más pronunciada). Como una recta es la trayectoria más abierta que existe, el radio de curvatura toma el máximo valor posible. Es decir, en una trayectoria recta  $R = \infty$ .

- La relación entre los módulos de las aceleraciones total, tangencial y normal es: 
$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}$$

- Ejemplos: determinar, en los siguientes casos, si existen  $a_t$  y  $a_n$  o bien son nulas.



a) No cambia el módulo de  $\vec{v}$ :  $a_t = 0$ ; no cambia la dirección de  $\vec{v}$ :  $a_n = 0$ . Luego  $a = 0$ .

b) Cambia el módulo de  $\vec{v}$ :  $a_t \neq 0$ ; no cambia la dirección de  $\vec{v}$ :  $a_n = 0$ . Luego  $a = a_t$ .

c) No cambia el módulo de  $\vec{v}$ :  $a_t = 0$ ; cambia la dirección de  $\vec{v}$ :  $a_n \neq 0$ . Luego  $a = a_n$ .

d) Cambia el módulo de  $\vec{v}$ :  $a_t \neq 0$ ; cambia la dirección de  $\vec{v}$ :  $a_n \neq 0$ . Luego  $a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}$ .

**MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORME (MRU)**

- El MRU es un movimiento en el que la trayectoria es rectilínea y el vector velocidad se mantiene constante.

- Si  $\vec{v}$  es constante, también tendrán que serlo su módulo, su dirección y su sentido. Sus características básicas son las siguientes:

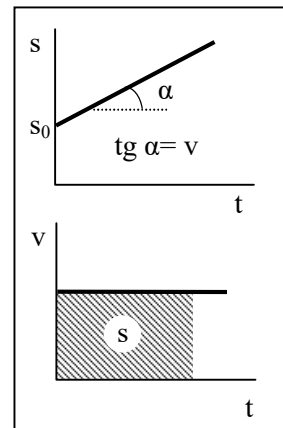
- Módulo constante  $\Rightarrow a_t = 0$
- Dirección constante  $\Rightarrow a_n = 0$
- Aceleración total:  $a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = 0$

- El MRU es el único movimiento que no tiene ninguna aceleración. Por lo tanto, cualquier otro movimiento será un movimiento acelerado.

- La ecuación del MRU es la siguiente:  $s = s_0 + v \cdot t$  donde “s” es el espacio que ha recorrido el cuerpo; “s<sub>0</sub>” es el espacio inicial, es decir, el espacio que ya había recorrido el móvil cuando empezamos a contar el tiempo, si es que lo hay; “v” es el módulo de la velocidad; “t” es el intervalo de tiempo durante el que el móvil se está moviendo.

- Gráficas del MRU:

- Gráfica espacio-tiempo (s-t): es una recta que tiene cierta inclinación. El punto de corte con el eje “s” nos indica el valor del espacio inicial (si s<sub>0</sub>= 0 la gráfica parte del origen). La pendiente de la recta nos indica la velocidad del móvil. Cuanto mayor es la pendiente, mayor es la velocidad.
- Gráfica velocidad-tiempo (v-t): como la velocidad del cuerpo es constante, la gráfica es una recta paralela al eje de los tiempos. El área comprendida entre la recta y el eje “t” mide el espacio recorrido por el móvil hasta el instante que consideremos.



\* Ejercicios del boletín: 1, 2, 3, 4.

**MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORMEMENTE ACELERADO (MRUA)**

- El MRUA es un movimiento en el que la trayectoria es rectilínea y el módulo del vector velocidad varía de forma constante.

- Si el móvil comienza aumentando su velocidad, lo seguirá haciendo siempre al mismo ritmo. Si comienza disminuyendo su velocidad, lo seguirá haciendo siempre al mismo ritmo. Las características básicas de este movimiento son las siguientes: (cte indica un valor constante)

- Módulo, varía de forma constante  $\Rightarrow a_t = cte \neq 0$
- Dirección constante  $\Rightarrow a_n = 0$
- Aceleración total:  $a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = a_t$ . Por tanto, solo existe aceleración tangencial.

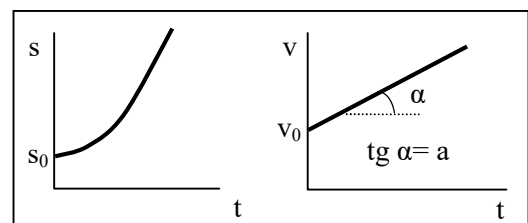
- Ecuaciones del MRUA:

- Ec. del espacio en función del tiempo:  $s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$
- Ec. de la velocidad en función del tiempo:  $v = v_0 + a \cdot t$  “v” es la velocidad final, y “v<sub>0</sub>” la velocidad inicial.

• Combinando las dos ecuaciones anteriores, y solo en el caso de que no exista espacio inicial (s<sub>0</sub> = 0), se obtiene la ecuación de la velocidad en función del espacio:  $v^2 - v_0^2 = 2 \cdot a \cdot s$

- Gráficas del MRUA:

- Gráfica espacio-tiempo (s-t): es la rama de una parábola. El punto de corte con el eje “s” nos indica el valor del espacio inicial (si s<sub>0</sub>= 0 la gráfica parte del origen).
- Gráfica velocidad-tiempo (v-t): es una recta que tiene cierta inclinación. El punto de corte con el eje “v” nos indica el valor de la velocidad inicial (si el



móvil parte del reposo,  $v_0 = 0$ , la gráfica parte del origen). La pendiente de la recta nos indica la aceleración del móvil. Cuanto mayor es la pendiente, mayor es la aceleración. En el dibujo, la pendiente de la recta es positiva, lo que se corresponde con una aceleración positiva; es decir, el móvil va ganando velocidad. Si el móvil fuese decelerando (perdiendo velocidad), la aceleración sería negativa, así como la pendiente, con lo que la recta sería descendente.

\* Ejercicios del boletín: desde el 5 hasta el 11.

### MOVIMIENTO VERTICAL DE DE GRAVES

- Un "grave" es un cuerpo que se mueve bajo la acción de una única fuerza: la gravedad. Ejemplos de graves serían un cuerpo que se deja caer desde cierta altura, o un cuerpo que es lanzado verticalmente, bien hacia arriba o bien hacia abajo.

- La gravedad es una fuerza de atracción entre cualquier pareja de cuerpos que tengan masa. Por lo tanto no es una fuerza que ejerza exclusivamente la Tierra, sino que dos cuerpos cualesquiera se atraen debido a esta fuerza. Lo que ocurre es que la gravedad es la fuerza más débil que existe en la naturaleza, por lo que solo tiene importancia y la notamos cuando al menos uno de los dos cuerpos tiene una masa suficientemente grande, astronómica. Como el único cuerpo de estas características que tenemos en nuestras proximidades es nuestro planeta, solo notamos la fuerza de gravedad que la Tierra ejerce sobre nosotros.

- Como se verá en el próximo tema, cuando sobre un cuerpo actúa una fuerza este experimenta una aceleración. La fuerza de la gravedad que la Tierra ejerce sobre los cuerpos próximos a su superficie, produce en ellos una aceleración llamada **aceleración de la gravedad (g)**. Esta aceleración es prácticamente constante en las cercanías de la superficie terrestre.

- Como cualquier otra, la aceleración de la gravedad es un vector,  $\vec{g}$ , con un módulo  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ , dirección vertical y sentido descendente.

- Puesto que estamos estudiando movimientos verticales (es decir, con trayectoria rectilínea) y ya que la aceleración que sufren estos cuerpos es constante, el movimiento vertical de graves es un MRUA, cuyas características, ecuaciones y gráficas ya hemos estudiado en el punto anterior.

- Debemos tener en cuenta que cuando dejamos caer un cuerpo o lo lanzamos hacia abajo, el cuerpo desciende aumentando su velocidad, por lo que debemos tomar su aceleración como positiva ( $g = +9,8 \text{ m/s}^2$ ). Sin embargo, cuando lanzamos un cuerpo verticalmente hacia arriba, el cuerpo asciende perdiendo velocidad, por lo que su aceleración debe tomarse como negativa ( $g = -9,8 \text{ m/s}^2$ ).

- Cuando el cuerpo es lanzado hacia arriba, va perdiendo velocidad hasta que detiene su ascenso. En ese momento su velocidad es nula ( $v = 0$ ), condición que nos permitirá, en muchas ocasiones, determinar el tiempo que emplea en la subida y la altura máxima alcanzada.

\* Ejercicios del boletín: desde el 12 hasta el 16.

### APÉNDICE: RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.

- Los ejercicios de MRU se resuelven todos con la única ecuación de la que disponemos, la del MRU.

- En los ejercicios de MRUA y de movimiento de graves, disponemos de las tres ecuaciones del MRUA. Analizados los datos que nos da el problema, debemos examinar en cada una de las ecuaciones qué valores conocemos para las variables que aparecen en ella (datos), y cuántos valores desconocidos hay (incógnitas). Lógicamente, usaremos aquella ecuación en la que solo tengamos una incógnita.

- Piensa también que cuando en el movimiento hay varios tramos consecutivos con características diferentes (distintas aceleraciones, cuerpos que suben y después bajan...) siempre hay un punto común a cada pareja de tramos, en el que el cuerpo solo puede tener un valor para su velocidad. Así, si en el movimiento hay dos tramos consecutivos, la velocidad final del primer tramo será también la velocidad inicial del segundo tramo.