DINÁMICA

1.- LAS FUERZAS

- En el tema anterior estudiamos la cinemática. Allí, la preguntas fundamentales que nos hacíamos eran : ¿Cómo se mueve este móvil? ¿Cuál es la velocidad en ese instante? ¿Qué espacio recorrió? ¿Qué tiempo tardó en recorrer ese espacio? Etc. En ningún caso nos preguntamos por qué el cuerpo se estaba moviendo así, con esas características.
- Dinámica: Es la parte de la mecánica que estudia la relación entre el movimiento de los cuerpos y las causas que los producen o alteran.
- Por hacer más sencillo su estudio, haremos algunas simplificaciones. La principal es que consideraremos siempre que los cuerpos son "puntuales", es decir que sólo ocupan un punto del espacio. Como un punto no puede rotar, así nos libramos de los movimientos de rotación, y sólo estudiaremos los movimientos de translación.
- Nuestra experiencia nos indica (a veces de forma errónea, como veremos) que para producir un movimiento en un cuerpo, o para cambiar sus características, es necesario aplicar una fuerza sobre él.
- Fuerza: es toda acción capaz de producir deformaciones en un cuerpo o de provocar cambios en su estado de movimiento Esto último equivale a decir "cambios en su velocidad", es decir: aceleraciones.
- Las fuerzas son magnitudes vectoriales, por lo que se representan por vectores, y tienen un módulo, una dirección, un sentido y un punto de aplicación.
- Cuando sobre un cuerpo actúan varias fuerzas, en muchas ocasiones nos convendrá sustituirlas todas por una única fuerza que produzca sobre el cuerpo los mismos efectos que el conjunto de todas esas fuerzas. Dicha fuerza se llama fuerza total o fuera resultante, y se obtiene sumando vectorialmente las fuerzas individuales que actúan sobre el cuerpo: $\overrightarrow{F_T} = \overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} + \overrightarrow{F_3} + ...$, que se puede escribir así: $\overrightarrow{F_T} = \sum \overrightarrow{F_i}$.[1]
- Recuerda que los vectores no se suman como los números. Si nos dicen que tenemos dos fuerzas cuyos módulos valen 3 y 4 unidades, y nos preguntan cuanto vale el módulo de la fuerza resultante, no podremos responder hasta que sepamos cuales son las direcciones y sentidos que tienen dichas fuerzas.
- Decimos que un cuerpo está en **equilibrio** cuando la suma de todas las fuerzas que actúan sobre él, es decir, la fuerza resultante, es nula: $\overrightarrow{F_T} = 0$.
- Puedes que en este momento pienses que equilibrio equivale a reposo pero, como veremos inmediatamente, eso no tiene por que ser así.

2.- LAS LEYES DE NEWTON

- En 1687, el físico inglés Isaac Newton publicó el libro más importante de la historia de la ciencia, los "Principios matemáticos de la filosofía natural". En él, además de la Ley de Gravitación Universal, se proponían las tres leyes que dan fundamento a la dinámica, a buena parte de la física y, en consecuencia, a toda la ciencia. No son unas leyes más, son "las leyes".
- **Primera ley de Newton o principio de inercia**: "Si la fuerza total que actúa sobre un cuerpo es nula, éste no cambia su estado de movimiento (su velocidad). Es decir, permanecerá en reposo si ya lo estaba o, si se estaba moviendo, lo seguirá haciendo con movimiento rectilíneo uniforme".

$$\overrightarrow{F_T} = 0 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} Reposo: \ \vec{v} = 0 \\ MRU: \ \vec{v} = cte. \end{array} \right\} \Rightarrow \vec{a} = 0$$

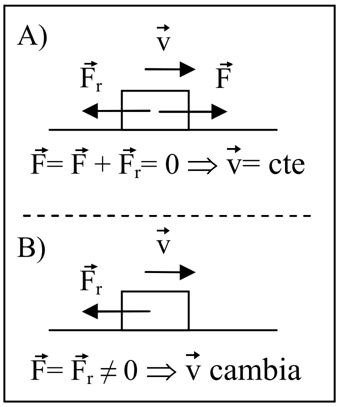
- Se llama *inercia* a la propiedad de los cuerpos por la que estos presentan oposición a cambiar su estado de movimiento.
- La primera parte de este principio (que si sobre un cuerpo en reposo no se ejerce ninguna fuerza el cuerpo continúa en reposo) coincide con nuestra experiencia y no parece tener nada de sorprendente, pero con la segunda parte no ocurre lo mismo.
- Aparentemente, la experiencia parece indicarnos que si deseamos que un cuerpo que se está moviendo mantenga su velocidad constante, debemos aplicar una fuerza sobre él. Piensa, por ejemplo, que estás arrastrando un objeto pesado sobre el suelo: aparentemente, si quieres mantener su velocidad debes seguir ejerciendo una fuerza sobre él, ya que si dejas de ejercerla el cuerpo acabará parándose. Sin embargo, la

---

[1] El símbolo $\sum$ se llama sumatorio, y representa la suma de lo que aparece a su derecha. Por ejemplo, en la expresión $\sum_{i=1}^{i=3} A_i = A_1 + A_2 + A_3$, Se le van dando al subíndice "i" todos los valores enteros comprendidos entre i=1 e i=3, y al mismo tiempo los vamos sumando. Cuando no se escribe ningún índice, se entiende que la suma abarca todos los valores existentes.

primera ley de Newton dice que para que el cuerpo mantenga su velocidad es necesario que la fuerza total sobre él debe ser cero, $\vec{F}_T = 0$.

- Esta aparente contradicción se debe a que, probablemente, no estemos entendiendo lo que dice esa ley. La primera ley de Newton, no dice que la fuerza que tú tienes que ejercer sea cero. Lo que dice es que **la fuerza total** (es decir, la suma de todas las fuerzas que se ejerzan sobre él, las que ejerzas tú y las que ejerzan otros cuerpos) **tiene que ser cero**.
- Cuando arrastras un cuerpo sobre el suelo, además de la fuera que tú le estás aplicando existen otras fuerzas, en particular, la fuerza de rozamiento, que siempre tiene sentido opuesto al movimiento. Cuando tú estás ejerciendo una fuerza sobre el cuerpo, realmente lo que estás haciendo es "compensar" la fuerza de rozamiento, de forma que la suma de tu fuerza ($\vec{F}$) y de la de rozamiento ($\vec{F}_r$), es decir la fuerza total, sea cero, y entonces es cuando el cuerpo se mueve con velocidad constante, tal como predice la primera ley de Newton. (situación A en la figura)
- Si dejas de aplicar tu fuerza, entonces dejas de compensar la fuerza de rozamiento, y la fuerza total ya no será cero, por lo que el cuerpo, ahora sí, cambia de velocidad, en este caso disminuyéndola hasta que se para. (situación B en la figura.

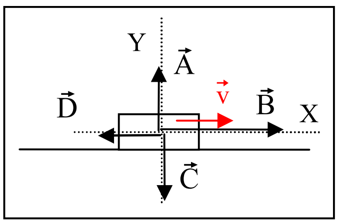


- En nuestro entorno siempre hay fuerzas de rozamiento, por lo que de forma intuitiva concluimos que para mantener un cuerpo en movimiento tiene que haber una fuerza neta actuando sobre él. Pues bien, eso no es cierto. Que nosotros tengamos que ejercer una fuerza no quita que la fuerza **total** tenga que ser cero.
- Cuando no existen fuerzas de rozamiento, los cuerpos continúan moviéndose con MRU sin necesidad de aplicarles ninguna fuerza. Por consiguiente, *para que un cuerpo se mueva no es necesario que exista una fuerza actuando sobre él, y en ese caso el cuerpo se moverá con velocidad constante.*
- **Segunda ley de Newton o ley fundamental de la dinámica**: "La aceleración que experimenta un cuerpo es directamente proporcional a la fuerza total ejercida sobre el mismo, e inversamente proporcional a su masa. La aceleración siempre tiene la misma dirección y sentido que la fuerza total".

$$a = \frac{F_T}{m} \Rightarrow \boxed{F_T = m \cdot a}$$

- Según esta ecuación, la unidad de fuerza debe ser igual al producto de la unidad de masa por la unidad de aceleración. La unidad de fuerza se llama Newton (N).
- Newton: es la fuerza que aplicada a una masa de 1 kg le produce una aceleración de 1 m/s^2. 1N= 1 kg·m/s^2.
- La segunda ley ($a=F_T/m$) nos dice que cuanto más grande sea la fuerza que le aplicamos a un cuerpo, mayor será la aceleración que este experimente; y que cuanto mayor sea la masa del cuerpo, menor será la aceleración que sufra cuando se le aplique una fuerza determinada.
- Por tanto, la masa de un cuerpo es una magnitud que mide su resistencia a cambiar de velocidad, es decir, a acelerar, por lo que es una medida de su inercia. Por ello se llama masa inerte. Unidades S.I.: kilogramo (kg).
- La segunda ley de Newton incluye a la primera, puesto que si $F_T= 0 \Rightarrow a= 0$, es decir no hay variación de velocidad, y el cuerpo solo puede estar en reposo o con MRU, que es lo que dice la primera ley.
- Fuerzas y tipos de movimientos: Supongamos que un cuerpo se mueve sobre una trayectoria rectilínea.
  - Si F_T es nula, entonces el cuerpo está en reposo o en MRU, como se acaba de ver.
  - Si la F_T aplicada es constante producirá una aceleración constante, es decir, un M.R.U.A.
  - Si la F_T es instantánea (se aplica solo durante un tiempo muy breve) se producirá una aceleración mientras actúe, y en cuanto deje de actuar a = 0. A partir de ese momento el movimiento será M.R.U.
- Como ya se ha dicho, las fuerzas son vectores. Sin embargo, en este curso, para simplificar, trabajaremos solo con el módulo de las fuerzas, que es un número. Por ello, es necesario establecer ciertas reglas y formas de trabajar, que son las dos que se citan a continuación:

1. En muchas ocasiones nos encontraremos que sobre un cuerpo actúan varias fuerzas (en la figura, $\vec{A}$, $\vec{B}$, $\vec{C}$ y $\vec{D}$) que se sitúan sobre dos ejes perpendiculares, que llamaremos X e Y. Es este caso, la 2ª ley se puede aplicar por separado a cada uno de los ejes:



$$F_T = m \cdot a \quad \begin{cases} F_{Tx} = m \cdot a_x \\ F_{Ty} = m \cdot a_y \end{cases}$$, donde a_x y a_y son las aceleraciones que el cuerpo experimenta en cada eje, y F_{Tx} y F_{Ty} son la fuerza total en cada eje. En la figura: F_{Tx}= B-D; F_{Ty}= A-C.

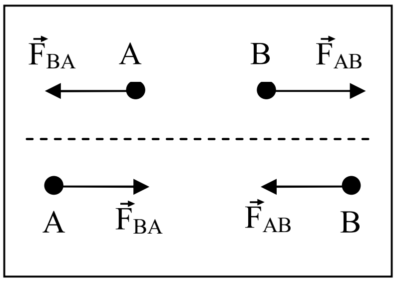
2. Para aplicar lo dicho en el punto anterior, se establece un criterio de signos:

- Si en un eje hay movimiento, las fuerzas que apuntan a favor del movimiento se consideran positivas, y las que apuntan en contra se toman como negativas.
- Si en un eje no hay movimiento, tomamos cualquiera de los sentidos como positivo y el contrario como negativo.

Por tanto, en la figura anterior, donde el cuerpo se mueve en sentido positivo del eje X, tendríamos:

- En el eje X el cuerpo se mueve hacia la izquierda: B>0, D<0 $\Rightarrow F_{Tx}= B - D$;
- En el eje Y no hay movimiento (el cuerpo "ni sube ni baja"). Escogemos como positivo, por ejemplo el sentido "hacia arriba" del eje Y: A>0, C<0 $\Rightarrow F_{Ty}= A - C$

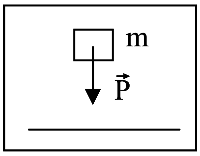
- **Tercera ley de Newton o principio de acción y reacción**: Cuando un cuerpo A ejerce una fuerza, llamada acción, sobre otro cuerpo B, este (el B) responde ejerciendo sobre A otra fuerza, llamada reacción, del mismo módulo y dirección, y de sentido contrario a la primera.



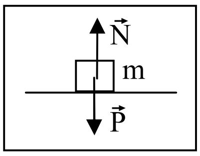
- En la figura, se muestran dos posibles casos. En el de arriba, las fuerzas son repulsivas, y en el de abajo son atractivas. $\vec{F}_{AB}$ es la fuerza que el cuerpo A ejerce sobre el B, y $\vec{F}_{BA}$ es la fuerza que el cuerpo B ejerce sobre el A.
- Lo que nos dice la tercera ley es que <u>las fuerzas actúan por parejas</u>. Si tú eres el cuerpo A y le aplicas una fuerza otro cuerpo B, el cuerpo B ejerce sobre ti una fuerza igual y opuesta. Es fácil comprobarlo, por ejemplo dándole un puñetazo a una pared. Si lo hicieras (no lo hagas) sentirías claramente la fuerza que la pared (B) ejerce sobre tu puño (A). Cuanto mayor es la fuerza que tú aplicas, mayor el la que la pared ejerce sobre ti.
- Como la fuerza de acción y la de reacción actúan sobre cuerpos distintos, nunca se anulan. Además, aunque las dos fuerzas tienen el mismo módulo, sus efectos (aceleraciones) pueden ser muy distintos, ya que además de la fuerza dependen de la masa sobre la que se aplican ($a= F_T/m$), y la masa de A y de B pueden ser muy distintas.

3.- EL PESO, LA FUERZA NORMAL Y LA FUERZA DE ROZAMIENTO.

- Llamamos **peso** de un cuerpo ($\vec{P}$) a la fuerza con la que un astro atrae a un cuerpo situado en su superficie o en sus proximidades: $\boxed{P = m\cdot g}$ donde "m" es la masa del cuerpo y "g" la aceleración de la gravedad.



- Como cualquier fuerza, el peso es un vector, con dirección vertical y sentido descendente. Como fuerza que es, <u>su unidad en el S.I. es el Newton</u>.
- Como ya se ha dicho, la masa de un cuerpo (que en el S.I. se mide en kg) mide su inercia, y es un valor constante e independiente de dónde se encuentre el cuerpo. El peso de un cuerpo no es constante, ya que depende del valor de la aceleración de la gravedad en el punto donde se encuentra, y este valor cambia con varios factores tales como la altitud, la latitud, etc. Si el cuerpo se encontrase en la superficie de otro astro, su peso dependería del valor de la gravedad que cree el astro. Ej: En la Luna, el valor de la gravedad es seis veces menor que en la Tierra, por lo que los cuerpos verían reducido su peso a una sexta parte de su valor en la Tierra, mientras que su masa seguiría siendo la misma.
- Supón ahora que apoyamos un cuerpo sobre otro, por ejemplo un libro que dejamos sobre una mesa.
- Llamamos **fuerza normal** ($\vec{N}$) a la fuerza que ejerce la superficie de apoyo sobre el cuerpo que se apoya sobre ella.



- En matemáticas, la palabra "normal" es sinónimo de perpendicular. La fuerza normal es siempre perpendicular a la superficie de apoyo.
- Como en nuestro ejemplo el libro descarga su peso sobre la mesa, de acuerdo con la 3ª ley de Newton, la mesa responde ejerciendo una fuerza sobre el libro que es la normal.
- Para calcular $\vec{N}$, aplicamos la segunda ley de Newton en el eje Y: $F_{Ty}= m\cdot a_y$. Si el cuerpo está en reposo ($a_y= 0$), entonces $F_{Ty}= 0$. Con nuestro criterio de signos $F_{Ty}= N-P$, entonces $N-P= 0$ y en este caso $N= P$.
- Supón ahora que ejercemos una fuerza $\vec{F}$ sobre el libro, y que como consecuencia el libro comienza a deslizar sobre la mesa.
- Llamamos **fuerza de rozamiento** ($\vec{F}_r$) a la que aparecen sobre la superficie de contacto entre dos cuerpos que rozan entre si. Dicha fuerza se opone siempre al movimiento de los cuerpos.
- La fuerza de rozamiento aparece cuando tratamos de deslizar un cuerpo sobre otro debido a las irregularidades que presentan las superficies de los cuerpos.
- Cuando los dos cuerpos que rozan son sólidos, $\vec{F}_r$ presenta las siguientes características:

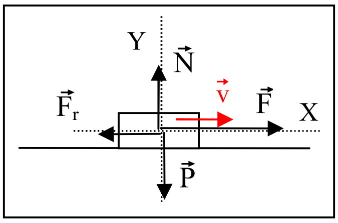
  b) Depende de la naturaleza de los cuerpos que rozan. (No cuesta lo mismo deslizar un trozo de vidrio sobre una superficie de hielo que un trozo de goma sobre asfalto)

c) Es independiente del área de contacto entre los cuerpo.
d) No depende de la velocidad de deslizamiento. (para cuerpos sólidos)
a) Su dirección es paralela al plano de deslizamiento y su sentido es siempre contrario al movimiento.
e) Su módulo es directamente proporcional a la fuerza normal que se ejerce entre ambas superficies. $\boxed{F_r = \mu \cdot N}$ donde μ (mu) es una constante que se denomina coeficiente de rozamiento. Su valor depende de la naturaleza de los cuerpos que rozan, y no tiene unidades ya que es el cociente entre dos fuerzas: $\mu = F_r / N$

- Para que un cuerpo comience a moverse, se debe aplicar una fuerza mayor que la de rozamiento para que la fuerza total en la dirección del movimiento no sea nula y el cuerpo acelere ($F_T = m \cdot a$), es decir, gane velocidad. Una vez en movimiento, para mantener su velocidad basta que la fuerza aplicada sea igual a la de rozamiento para que la resultante sea cero ($F_T = 0 \Rightarrow a = 0 \Rightarrow v = cte$).

- Ejemplo: Sobre un cuerpo de 10 kg que se encuentra en reposo sobre un plano horizontal, se aplica una fuerza de 30 N paralela al plano. Si μ= 0,15, calcula la aceleración que experimenta el cuerpo.

RESOLUCIÓN:

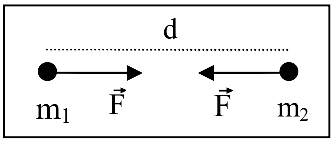


1. Lo primero que debemos hacer es un esquema en el que aparezcan todas las fuerzas que actúen sobre el cuerpo: en la figura, además del peso ($\vec{P}$), la normal ($\vec{N}$) y la fuerza que estamos aplicando ($\vec{F}$), aparece la fuerza de rozamiento ($\vec{F}_r$) que, tal como se dijo, es paralela al plano y opuesta al movimiento.
2. El cuerpo se mueve a lo largo del eje X, por la que aceleración que nos piden es ax. Para calcularla, debemos aplicar la 2ª ley a este eje: $F_{Tx} = m \cdot ax$. Poniendo F_{Tx} en función de las fuerzas presentes, y de acuerdo con nuestro criterio de signos, tendremos: $F_{Tx} = m \cdot a_x = F - F_r$. Sabemos el valor de "m" y de "F", pero para poder calcular ax necesitamos el valor de F_r.
3. Para calcular Fr, primero debemos saber cuanto vale la normal. Aplicamos la 2ª ley al eje Y: $F_{Ty} = m \cdot a_y$. Como en este eje no hay movimiento, tampoco puede haber aceleración (ay= 0). Poniendo la F_{Ty} en función de las fuerzas presentes, tenemos: $F_{Ty} = m \cdot a_y = 0 = N - P \Rightarrow N = P = m \cdot g = 10\ kg \cdot 9{,}8\ m/s2 = 98\ N$
4. Una vez calculada N ya podemos calcular F_r: $F_r = \mu \cdot N = 0{,}12 \cdot 98\ N = 11{,}76\ N$
5. Ahora ya podemos volver al paso 2 y despejar la aceleración: $a_x = \frac{F - F_r}{m} = \frac{30\ N - 11{,}76\ N}{10\ kg} = 1{,}82\ m/s^2$

4.- LA LEY DE GRAVITACIÓN UNIVERSAL

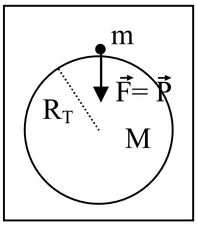
- En 1.687, Isaac Newton, intentando dar una explicación de por qué se cumplían las leyes de Kepler que gobiernan los movimientos de los planetas en torno al Sol, enunció la ley que gobierna la fuera de gravedad.
- Ley de Gravitación Universal: *Dos cuerpos cualesquiera se atraen* con una fuerza cuyo módulo es directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que los separa. La dirección de dichas fuerzas coincide con la recta que une ambos cuerpos:

$$\boxed{F = G\frac{m_1 \cdot m_2}{d^2}}$$



- La gravedad es siempre una fuerza atractiva.
- En esta expresión, "m_1" y "m_2" son las masas de los dos cuerpos que interaccionan, y "d" es la distancia que los separa, que debe medirse entre los centros de los cuerpos. G es una constante de la que hablaremos más abajo.
- Que F sea proporcional al producto de las masas quiere decir que si, por ejemplo, duplicáramos la masa de uno de los cuerpos, F se duplicaría; si triplicáramos la masa de un cuerpo, F se triplicaría, etc. Si duplicáramos la masa de uno de los cuerpos y triplicáramos la del otro, F se haría seis veces mayor.
- Que F sea inversamente proporcional al cuadrado de la distancia quiere decir que si, por ejemplo, duplicáramos la distancia entre los cuerpos, F se reduciría a la cuarta parte; si la triplicáramos, F se reduciría nueve veces, etc. La distancia entre los cuerpos influye mucho en la fuerza de gravedad entre ellos.

- Lo que nos dice la ley de gravitación es <u>que toda la materia se atrae entre si</u>, por el simple hecho de tener masa. Eso quiere decir, por ejemplo que en este momento tú estás siendo atraído por todos los objetos que te rodean: la mesa, las paredes, el edificio de al lado, la catedral, la Tierra, la Luna, Júpiter… Seguramente te preguntarás por qué no sientes esas fuerzas de atracción. La respuesta está en el valor de la constante G.
- G es la <u>constante de gravitación universal</u>. Su valor es: G= $6'67\cdot10^{-11}$ $N\cdot m^2/kg^2$, y, si te fijas, es extremadamente bajo (G= 0,000 000 000 066 7 $N\cdot m^2/kg^2$). Si tuvieras dos cuerpos de masa 1 kg y los situaras a una distancia de un metro, la fuerza entre ellos sería: $F= G\frac{1\cdot1}{1^2} = G$, es decir, la fuerza tendría el mismo valor de G. Esa fuerza y sus efectos serían completamente inapreciables.
- Debido el valor tan pequeño de la constante G, la fuerza de gravedad es la menos intensa que se conoce. Cuando los cuerpos implicado tienen masas "normales" (una mesa, una persona armario, un edificio…) la fuerza de gravedad es tan pequeña que resulta inapreciable. Por eso no notas esas fuerzas.
- ¿Cuándo será importante las fuerza de gravedad? Cuando al menos uno de los cuerpos implicados tenga una masa tan descomunal que sea capaz de compensar el valor tan pequeño de la constante G. Y eso solo ocurre con los cuerpos astronómicos, como las estrellas, los planetas, los satélites, las galaxias, etc. El cuerpo de esas características que tienes más cerca es tu planeta. Por eso es posible que hasta ahora pensaras que la gravedad es algo exclusivo de la Tierra pero, como acabas de ver, eso no es así. Además de que la Tierra te atraiga a ti y a los demás objetos que se encuentran en su superficie, la gravedad actúa entre cualquier pareja de cuerpos, aunque sus efectos puedan resultar inapreciables.
- Como acabamos de comentar, cuando los cuerpos implicados tienen masas muy grandes, la fuerza de atracción entre ellos es muy importante. Por ello *la gravedad es la fuerza que controla la estructura a gran escala del Universo*: es la que hace que los cuerpos astronómicos suficientemente grandes sean aproximadamente esféricos; la que hace que los planetas giren alrededor de las estrellas, los satélites alrededor de los planetas, y las estrellas alrededor del centro de su galaxia. La gravedad de la Luna sobre el agua de nuestro planeta, combinada con la gravedad del Sol, es la que produce las mareas en los océanos de la Tierra, etc.



- Sea un cuerpo de masa "m" situado en la superficie de un astro de masa "M" (el astro puede ser la Tierra u otro cualquiera: otro planeta, la Luna, una estrella, etc…) y de radio "R". Recuerda que la fuerza (F) que el astro ejerce sobre dicho cuerpo es el peso de dicho cuerpo (P= m·g). Por tanto: F= P, es decir: $G\frac{M\cdot\cancel{m}}{d^2} = \cancel{m}\cdot g$, de donde obtenemos una expresión que nos permite calcular la aceleración de la gravedad. Como la distancia entre el centro de los dos cuerpos coincide con el radio del astro (d= R): $\boxed{g= G\frac{M}{R^2}}$

- En el caso de la Tierra, su masa e M_T= $5{,}98\cdot10^{24}$ kg, y su radio R_T= 6370 km = $6{,}37\cdot10^6$ m. Por tanto:

$$g_T = G\frac{M_T}{{R_T}^2} = 6{,}67\cdot10^{11}\frac{N\cdot m^2}{kg^2}\frac{5{,}98\cdot10^{24}\ kg}{(6{,}37\cdot10^6\ m)^2} = 9{,}8\ m/s^2$$

- Obtenemos así el valor de la aceleración de la gravedad en la superficie de la Tierra, que ya hemos usado tanto en este tema como en el anterior. Este valor (g) se llama también *intensidad de campo gravitatorio*.
- Piensa que si el cuerpo no estuviese sobre la superficie o cerca de ella, sino a una distancia significativa comparada con el radio de la Tierra, entonces la distancia entre el centro de ambos cuerpos ya no coincidiría con el radio de la Tierra, sino que sería mayor, con lo que la fuerza de la gravedad que la Tierra ejercería sobre el cuerpo, es decir, su peso, sería menor. Esta es la razón de por qué el peso de un cuerpo es variable, ya que depende de la posición que ocupe dicho cuerpo.

<u>5.- ORIGEN Y ESTRUCTURA DEL UNIVERSO</u>

(Ver libro de texto, páginas 222 y 223)