<u>BOLETÍN 3</u>. EXERCICIOS E PROBLEMAS DE PROBABILIDADE MEeN

1. **En Vilagarcía de Arousa aporcentaxe de coches que precisan cambio de aceite é do 25% e a porcentaxe de coches que necesitan cambiar o filtro de aceite é do 40%. O 14% dos coches precisan mudar as dúas cousas.**
    a. **Se sabemos que un coche vai cambiar o aceite, ¿cal é a probabilidade de que teña que cambiar o filtro?**

    B **.Calcula a pocentaxe de coches que precisan cambiar o aceite e non necesitan cambiar o filtro.**

2. **O 2% dos individuos dunha poboación son diabéticos. Entre os diabéticos, so a metade sabe que o é. Se se selecciona ao chou un individuo, ¿cal é a probabilidade de que sexa diabético e non o saiba?**
3. **Nun experimento aleatorio sexan A e B dous sucesos con** $P(\overline{A})=0{,}4 \quad ; \quad P(B)=0{,}7$ **. Se A e B son independentes , calcula** $P(A\cup B)$ ***e*** $P(A-B)$
4. **Sexan A e B dous sucesos con** $P(A)=0{,}7 \quad ; \quad P(B)=0{,}6$ ***e*** $P(A\cup B)=0{,}9$

    a)¿Son A e B sucesos independentes?

    b) Calcula $P(A-B)$ ***e*** $P\left(A/B\right)$
5. **Estímase que o 30% dos habitantes dunha poboación son obesos e que un 3% ten diabete. Se o 2% son obesos e diabéticos, ¿cal é a probabilidade de que unha persoa elixida ao chou sexa obesa ou teña diabete? ¿Qué porcentaxe de diabéticos hai entre os obesos?**
6. **O 40% da poboación dunha cidade é menor de 20 anos. O 25% son varóns e o 15% son varóns de menos de 20 anos. Escollemos ao azar un habitante da cidade:**
    a. **Calcula a probabilidade de que sexa unha muller maior de 20 anos.**
    b. **Se resulta varón, calcula a probabilidade de que sexa menor de 20.**
    c. **Se é menor de 20 anos, calcula a probabilidade de que sexa varón.**

    Axúdate dunha táboa de continxencia
7. **Nun instituto de 400 alumnos, onde o 60% son mozas, realizouse unha enquisa e 180 alumnos dixeron que lles gustaba o fútbol. Compróbase que hai 80 mozos aos que non lles gusta o fútbol. Elixido un alumno ao chou calcula a probabilidade de que:**
    a. **Sexa moza e lle guste o fútbol.**
    b. **Gustándolle o fútbol, sexa moza.**
    c. **¿Son os sucesos "ser moza" e "gustar o fútbol" incompatibles? ¿E independentes?**

    Axúdate dunha táboa de continxencia
8. **A unha determinada proba preséntanse alumnos de tres centros. Do primeiro preséntanse 150 alumnos e aproban 1/3 dos presentados. Do segundo centro preséntanse 125 e suspenden o 80% dos presentados. Do terceiro centro aproban 75 e suspenden 25.**
    a. **Calcula a probabilidade de que un alumno elixido ao chou suspenda.**
    b. **Se se sabe que un alumno non é do primeiro centro, ¿cal é a probabilidade de que aprobe?**
9. **O 20% dos empregados dunha empresa construtora son arquitectos e outro 20% son aparelladores. O 75% dos arquitectos teñen un posto directivo e o 50% dos aparelladores tamén, mentres que dos non arquitectos e non aparelladores, ´so o 20% teñen un posto directivo. ¿Cal é a probabilidade de que un directivo elixido ao chou sexa arquitecto?**
10. **Nunha empresa onde o número de mulleres é catro veces superior ao número de homes constátase que o 25% dos homes e o 60% das mulleres usan unha tablet. Atopa a probabilidade de que unha persoa elixida ao chou non use tablet. ¿Cal é a probabilidade de ser muller e usar tablet?**
11. **Nun instituto, onde non hai máis que estudantes de bacharelato de humanidades, tecnolóxico e artístico, aproban a selectividade o 90% dos estudantes de humanidades, o 60% dos do bacharelato tecnolóxico e o 85% dos do artístico. Sábese que o 30% do alumnado estuda humanidades, o 55% tecnolóxico e o 15% artes. Tomando un estudante calquera ao chou, pídese a probabilidade de que:**
    a. **Aprobe a selectividade e sexa de humanidades.**
    b. **Sexa de bacharelato tecnolóxico sabendo que aproba a selectividade.**
12. **Dous medicamentos A e B son eficaces para tratar certa enfermidade. O medicamento A produce mellorία no 75% dos casos e o B no 83%. Nun laboratorio hai 3 tubos do medicamento A e 2 do medicamento B.**
    a. **Se se elixe ao chou un tubo e se administra a un enfermo, ¿Cal é a probabilidade de que mellore?**
    b. **Se o enfermo mellorou, ¿Cal é a probabilidade de que se lle administrase o medicamento A? ¿E de que fose o B?**

13. **O total dos artigos manufacturados por unha fábrica repártense entre tres máquinas A, B e C que producen o 20, 30 e 50 %, respectivamente. As porcentaxes de artigos defectuosos de cada unha das máquinas son 1, 1.5 e 2%. Se escollemos un artigo ao azar, calcula a probabilidade de que:**
    a. **Sexa defectuosa.**
    b. **Se o artigo escollido é defectuoso, probabilidade de que fora fabricado pola máquina A.**
    c. **Se non é defectuoso, probabilidade de que fora fabricado pola máquina B.**
14. **Un conxento eléctrico consta de dúas compoñentes, A e B. Sábese que a probabilidade de que "erre A" é 0,3 e a de que "erre B" é 0,2. A probabilidade de que "erren simultaneamente A e B" é 0,1. Calcula:**
    a. **A probabilidade de que soamente "erre A".**
    b. **A probabilidade de que "non erre A" sabendo que "non errou B". ¿Son estes dous sucesos independentes?**

1) 7 A = "cambio de aceite" ; F = "cambio de filtro" ; $P(A) = \frac{25}{100} = 0'25$; $P(F) = \frac{40}{100} = 0'40$; $P(A \cap F) = \frac{14}{100} = 0'14$

a) $P(F|_A) = \frac{P(F \cap A)}{P(A)} = \frac{0'14}{0'25} = \boxed{0'56} = \boxed{56\%}$

b) $P(A \cap \overline{F}) = P(A) - P(A \cap F) = 0'25 - 0'14 = 0'11 = \boxed{11\%}$

2) 5 D = "Ser diabético" ; S = "Sabe que é diabético" // $P(D) = \frac{2}{100} = 0'02$; $P(S|_D) = 0'5 = \frac{1}{2}$

$P(D \cap \overline{S}) = P(D) - P(D \cap S) = 0'02 - 0'01 = \boxed{0'01}$ (*)

(*) Como $P(S|_D) = 0'5$; $P(S|_D) = \frac{P(S \cap D)}{P(D)}$ $\Rightarrow 0'5 = \frac{P(S \cap D)}{0'02} \Rightarrow P(S \cap D) = 0'02 \cdot 0'5$; $P(S \cap D) = \boxed{0'01}$

3) ***a) Calculamos primeiro P(A $\cap$ B)***

Como son independentes P(A $\cap$ B)=P(A) $\cdot$ P(B)=0,6 $\cdot$ 0,7=0,42

Entón $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,6 + 0,7 - 0,42 = 0,88$

b) P(A-B)=P(A)-P(A $\cap$ B) $= 0,6 - 0,42 = 0,18$

4) ***a) Usando a probabilidade da unión calculamos a da intersección:***

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow$

$0,9 = 0,7 + 0,6 - P(A \cap B) \Rightarrow$

$P(A \cap B) = 0,4$

Para ser independentes ten que cumplir que

$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ ***pero***

$0,4 \neq 0,7 \cdot 0,6$ ***polo que son dependentes***

b) P(A-B)=P(A)-$P(A \cap B) = 0,7 - 0,4 = 0,3$

$$c)\, P(A|_{\overline{B}}) = \frac{P(A \cap \overline{B})}{P(\overline{B})} = \frac{\textbf{P(A-B)}}{1 - P(B)} = \frac{0,3}{0,4} = 0,75$$

5)

⑥ O = "ser obeso" // $P(O)=\frac{30}{100}=0'30$; $P(O\cap D)=\frac{2}{100}=0'02$

D = "Diabete" // $P(D)=\frac{3}{100}=0'03$

a) P(ser obeso ou ter diabete) =

$=P(O\cup D)=P(O)+P(D)-P(O\cap D)=0'3+0'03-0'02=\boxed{0'31}=\boxed{31\%}$

b) $P(D|_O)=\frac{P(D\cap O)}{P(O)}=\frac{0'02}{0'30}=\boxed{0'0667}=\boxed{6'67\%}$

6)

⑧ A = "menor de 20 anos" ; $P(A)=\frac{40}{100}=0'4$ $P(V\cap A)=\frac{15}{100}=0'15$

V = "Varón" ; $\bar{V}$ = "Muller" $P(V)=\frac{25}{100}=0'25$ $\boxed{\text{PÁX.3}}$

a) $P(\bar{V}\cap\bar{A})=P(\overline{V\cup A})=1-P(V\cup A)\overset{*}{=}1-0'5=\boxed{0'5}$

(*) Como $P(V\cup A)=P(V)+P(A)-P(V\cap A)=0'25+0'4-0'15=\boxed{0'5}$.

b) $P(A|_V)=\frac{P(A\cap V)}{P(V)}=\frac{0'15}{0'25}=\boxed{0'6}$

c) $P(V|_A)=\frac{P(V\cap A)}{P(A)}=\frac{0'15}{0'4}=\boxed{0'375}$

USANDO TABOA DE CONTINXENCIAS

⑧

	V	$\bar{V}$	
A	0'15	0'25	0'4
$\bar{A}$	0'10	0'5	0'6
	0'25	0'75	1

a) $P(\bar{A}\cap\bar{V})=0'5$

7)

⑨ TÁBOA CONTINXENCIAS CONTANDO O Nº TOTAL DE CADA CASO

	F	$\bar{F}$	
H	80	80	160
M	100	140	240
	180	220	400

→ HOMES AOS QUE NON LLE GUSTA O FUTBOL

→ "60% do TOTAL"

→ Nº TOTAL DE ALUMNOS

H = "Home"

M = "Muller"

F = "Gusta Fútbol"

$\bar{F}$ = "NON GUSTA FUTBOL"

TÁBOA CONTINXENCIAS CONTANDO AS PROBABILIDADES DE CADA CASO

	F	$\bar{F}$	
H	$\frac{80}{400}$	$\frac{80}{400}$	$\frac{160}{400}$
M	$\frac{100}{400}$	$\frac{140}{400}$	$\frac{240}{400}$
	$\frac{180}{400}$	$\frac{220}{400}$	1

a) $P(M\cap F)=\frac{100}{400}=\boxed{\frac{1}{4}}$

b) $P(M|_F)=\frac{P(M\cap F)}{P(F)}=\frac{100/400}{180/400}=\boxed{\frac{100}{180}}$

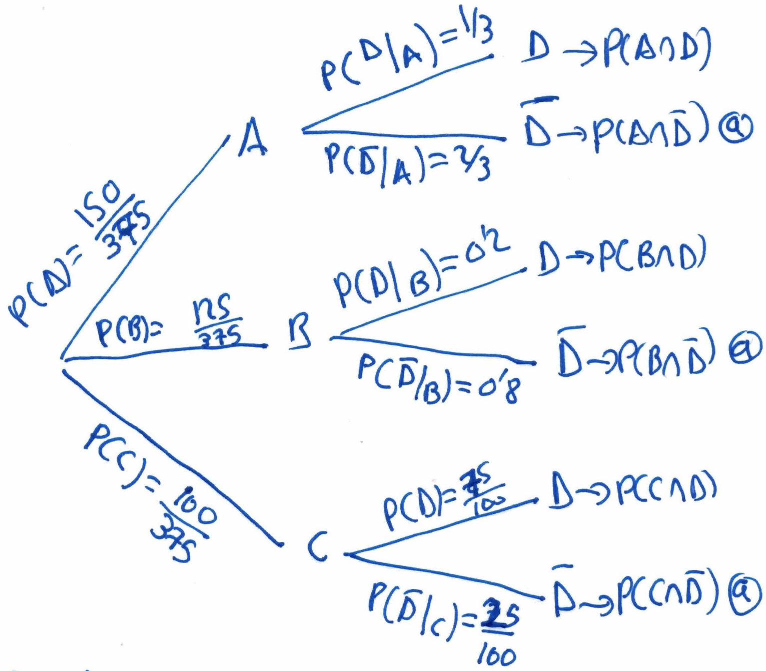
c) Como P(M $\cap$ F) $\neq 0 \Rightarrow M\cap F\neq\varnothing\Rightarrow$ Non son incompatibles.

Son independentes se:

P(M $\cap$ F)=P(M)$\cdot$P(F) pero :

$\frac{100}{400}\neq\frac{240}{400}\cdot\frac{180}{400}$ $(0,25\neq 0,27)\Rightarrow$ ***Non son independentes***

⑧ a) A = "1º Centro"; B = "2º Centro"; C = "3º Centro"; D = "aproba"



- ALUMNADO 1º CENTRO → 150
- ALUMNADO 2º CENTRO → 125
- ALUMNADO 3º CENTRO → 75+25=100
- TOTAL ALUMNADO → 375

$$P(\bar{D}) = \frac{150}{375}\cdot\frac{2}{3} + \frac{125}{375}\cdot 0'8 + \frac{100}{375}\cdot\frac{25}{100} = 0'6$$

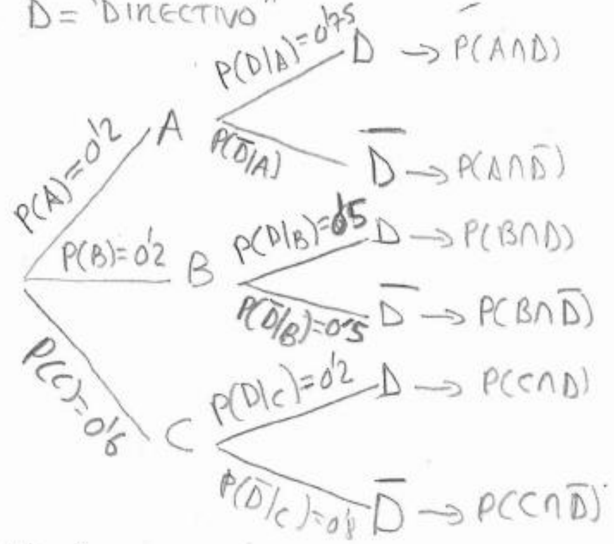
$$P(\bar{D}) = P(A)\cdot P(\bar{D}|A) + P(B)\cdot P(\bar{D}|B) + P(C)\cdot P(\bar{D}|C)$$ PROBABILIDADE TOTAL

b) $$P(D|\bar{A}) = \frac{P(D\cap\bar{A})}{P(\bar{A})} = \frac{P(D\cap B)+P(D\cap C)}{P(\bar{A})} = \frac{\frac{125}{375}\cdot 0'2 + \frac{100}{375}\cdot\frac{75}{100}}{\frac{225}{375}} = \boxed{0'4444}$$

SE NON É DE A
ENTÓN É DE B OU C

9) (11) A = "ARQUITECTOS" ; B = "APARELLADORES" ; C "NIN ARQUITECTOS NIN APARELLADORES" (outros)
D = "DIRECTIVO"

PÁX 5



$$P(A|D) = \frac{P(A\cap D)}{P(D)} = \frac{0'2 \cdot 0'75}{0'2\cdot 0'75 + 0'2\cdot 0'5 + 0'6 \cdot 0'2} = 0'4054 \approx \boxed{40'54\%}$$

Sabemos que é directivo

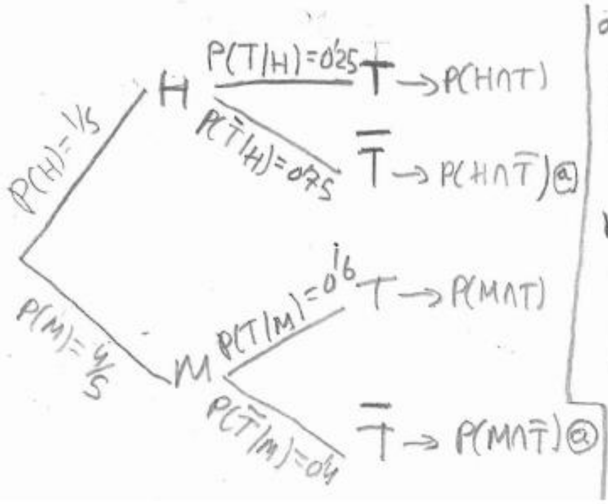
$$\boxed{P(A|D) = \frac{P(A)\cdot P(D|A)}{P(A)\cdot P(D|A) + P(B)\cdot P(D|B) + P(C)\cdot P(D|C)}}$$

Resultado usado: T. de Bayes

É UNHA PROBABILIDADE "A POSTERIORI": SABEMOS O QUE PASA AO FINAL DO EXPERIMENTO, E PREGUNTÁMONOS O QUE PASOU AO PRINCIPIO

10) (12) H = "HOME" T = "USA TABLET"
M = "MULLER" $\bar{T}$ = "NON USA TABLET"

$H = x$, $M = 4x$ $\} \rightarrow \boxed{P(H)} = \frac{x}{5x} = \boxed{\frac{1}{5}}$; $\boxed{P(M)} = \frac{4x}{5x} = \boxed{\frac{4}{5}}$



a) $\boxed{P(\bar{T})} = \frac{1}{5}\cdot 0'75 + \frac{4}{5}\cdot 0'4 = \boxed{0'47}$

$$\boxed{P(\bar{T}) = P(H)\cdot P(\bar{T}|H) + P(M)\cdot P(\bar{T}|H)}$$

RESULTADO USADO: PROBABILIDADE TOTAL

b) $\boxed{P(M\cap T)} = \frac{4}{5}\cdot 0'6 = \boxed{0'48}$

$$\boxed{P(M\cap T) = P(M)\cdot P(T|M)}$$

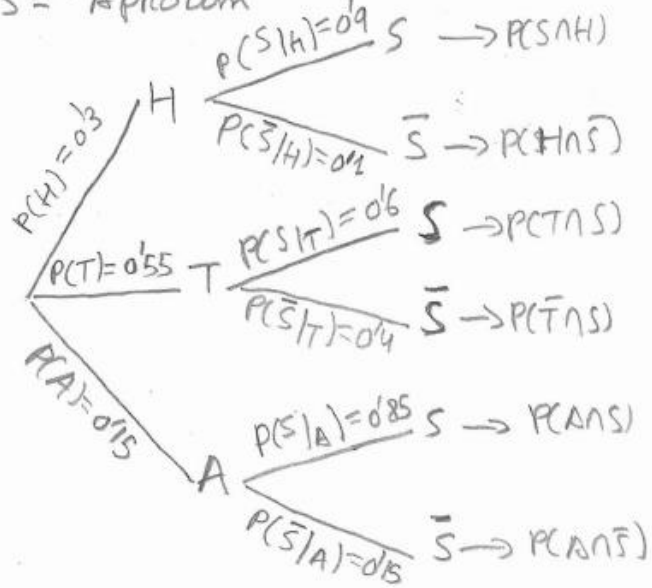
RESULTADO USADO

11)

(13) H = "Humanidades"; T = "Tecnolóxico"; A = "Artístico"

S = "Aprobam"

PÁX. 6



(a) $P(H\cap S) = 0'3 \cdot 0'9 = 0'27$

$\boxed{P(H\cap S) = P(H)\cdot P(S|_H)}$

(b) $\boxed{P(T|_S)} = \dfrac{P(T\cap S)}{P(S)} = \dfrac{0'55\cdot 0'6}{0'3\cdot 0'9 + 0'55\cdot 0'6 + 0'15\cdot 0'85} = \boxed{0'4536}$

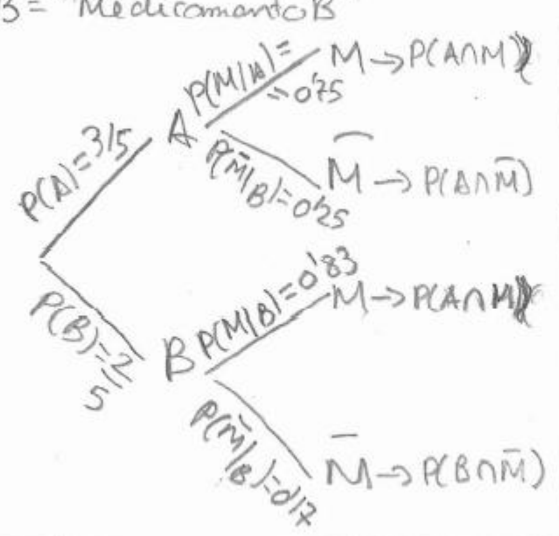
$$\boxed{P(T|_S) = \frac{P(T)\cdot P(S|_T)}{P(H)\cdot P(S|_H) + P(T)\cdot P(S|_T) + P(A)\cdot P(S|_A)}}$$

Resultado usada: T. de Bayes

12)

(14) A = "Medicamento A" M → "Mellora"

B = "Medicamento B"



(a) $\boxed{P(M)} = \frac{3}{5}\cdot 0'75 + \frac{2}{5}\cdot 0'83 = \boxed{0'782}$

$\boxed{P(M) = P(A)\cdot P(M|_A) + P(B)\cdot P(M|_B)}$

Resultado usado: PROBABILIDADE TOTAL

(b) $\boxed{P(A|_M)} = \dfrac{P(A\cap M)}{P(M)} = \dfrac{\cancel{3/5}\cdot 0'75}{0'782} = \boxed{0'5160}$

(1)

$\boxed{P(B|_M)} = \dfrac{P(B\cap M)}{P(M)} = \dfrac{2/5\cdot 0'83}{0'782} = \boxed{0'4245}$

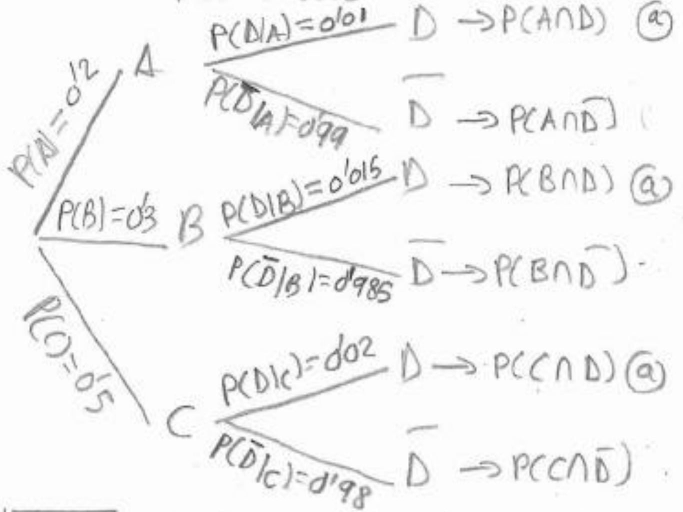
No apartado (b) usamos BAYES

(1) $P(A|_M) = \dfrac{P(A)\cdot P(M|_A)}{P(A)\cdot P(M|_A) + P(B)\cdot P(M|_B)}$ e tamén no outro

13)

(15) A="MÁQUINA A"; B="MÁQUINA B"; C="MÁQUINA C"
D="DEFECTUOSO"

$\boxed{\text{PAX 7}}$



a) $\boxed{P(D)} = 0'2 \cdot 0'01 + 0'3 \cdot 0'015 + 0'5 \cdot 0'02 = \boxed{0'0165}$

$\boxed{P(D) = P(A) \cdot P(D|_A) + P(B) \cdot P(D|_B) + P(C) \cdot P(D|_C)}$ Resultado usado: Probabilidade TOTAL

b) $\boxed{P(A|_D)} = \dfrac{P(A \cap D)}{P(D)} = \dfrac{0'2 \cdot 0'01}{0'0165} = \boxed{0'1212}$

$\boxed{P(A|_D) = \dfrac{P(A) \cdot P(D|_A)}{P(A) \cdot P(D|_A) + P(B) \cdot P(D|_B) + P(C) \cdot P(D|_C)}}$ Resultado usado: T de Bayes

c) $P(B|_{\bar{D}}) = \dfrac{P(B \cap \bar{D})}{P(\bar{D})} = \dfrac{0'3 \cdot 0'985}{1 - P(D)} = \dfrac{0'3 \cdot 0'985}{1 - 0'0165} = \boxed{0'3004}$

---

14)

(16) A="ERRE A"; B="ERRE B"

$P(A) = 0'3$; $P(B) = 0'2$; $P(A \cap B) = 0'1$

a) $\boxed{P(A \cap \bar{B})} = P(A) - P(A \cap B) = 0'3 - 0'1 = \boxed{0'2}$ (OU USANDO A TÁBOA)

b) $P(\bar{A}|_{\bar{B}}) = \dfrac{P(\bar{A} \cap \bar{B})}{P(\bar{B})} = \dfrac{0'6}{0'8} = 0'75$

TÁBOA DE CONTINXENCIAS

	B	$\bar{B}$	
A	0'1	0'2	0'3
$\bar{A}$	0'6	0'6	0'7
	0'2	0'8	1