

### 1. La relation de divisibilité.

✚ Soient  $a$  et  $b$  deux entiers naturels. S'il existe un entier naturel  $q$  tel que  $a = b \cdot q$

- $a$  est un **MULTIPLE** de  $b$
- $a$  est **DIVISIBLE** par  $b$
- $b$  est un **DIVISEUR** de  $a$
- $b$  **DIVISE**  $a$

### 2. Multiples d'un nombre et diviseurs d'un nombre

On dira que le nombre entier  $a$  est un **multiple** du nombre entier  $b$  s'il existe un nombre entier  $k$  qui vérifie :  $a = b \times k$

- $150 = 2 \times 75 \rightarrow 150$  est donc un multiple de 2, mais aussi de 75.

Les multiples d'un nombre entier naturel  $a$  s'obtiennent en multipliant  $a$  par un autre nombre entier naturel  $K$  :

$K \cdot a \rightarrow$  multiple de  $a$

On dira que le nombre entier non nul  $b$  est un **diviseur** du nombre entier  $a$  s'il existe un nombre entier  $k$  qui vérifie :  $a : b = k$

Pour trouver tous les diviseurs d'un nombre  $a$ , *on cherche toutes les divisions exactes* :

$$a : b = c$$

$$a : c = b$$

$$a = b \cdot c \quad \text{Alors } b \text{ et } c \text{ sont diviseurs de } a$$

<http://matoumatheux.ac-rennes.fr/num/diviseur/diviseur.htm#3>

#### Critères de divisibilité

Règles

Il existe des **règles**, appelées critères de divisibilité, qui permettent de savoir si un nombre entier est divisible par un autre.

Par exemple :

- un nombre est divisible **par 2** si son chiffre des unités est pair ;
- un nombre est divisible **par 3** si la somme de tous ses chiffres est divisible par 3 ;
- un nombre est divisible **par 5** si son chiffre des unités est 0 ou 5.

<http://matoumatheux.ac-rennes.fr/num/diviseur/criteres.htm#3>

### 3. Nombres premiers et composés

Un nombre **composé** a plus de deux facteurs

$$12 = 2 \cdot 6$$

$$12 = 3 \cdot 4$$

$$12 = 2 \cdot 2 \cdot 3$$

Diviseurs : 1- 2- 3- 4-6

Un entier naturel est **premier** lorsqu'il a exactement deux diviseurs: 1 et lui-même.  
Les plus petits nombres premiers sont 2,3,5,7,11,13,...

Le nombre 1 n'est ni un nombre premier, ni un nombre composé.

<http://matoumatheux.ac-rennes.fr/num/diviseur/produits.htm#3>

### 4. Décomposition d'un nombre entier en un produit de facteurs premiers

Tout nombre entier non premier s'écrit de manière unique comme produit de nombres premiers.

$$12 = 2^2 \cdot 3$$

### 5. Le plus petit commun multiple

**PPCM** le plus petit commun multiple. Parmi tous les **multiples** communs à deux nombres entiers a et b, il y a un qui est plus petit que tous les autres : c'est le Plus Petit Commun Multiple à a et b. On le note PPCM (a,b)

### 6. Le plus grand commun diviseur

**PGCD** le plus grand commun diviseur. Parmi tous les **diviseurs** communs à deux nombres entiers a et b, il y a un qui est plus grand que tous les autres : c'est le Plus Grand Commun Diviseur à a et b. On le note PGCD(a,b)

<http://matoumatheux.ac-rennes.fr/num/diviseur/decouverte1.htm#3>

### EXERCICE

Voici une liste de nombres :

18 ; 27 ; 64 ; 102 ; 1 634.

a. Quels sont les nombres divisibles par 2 ? Justifie.

b. Quels sont les nombres divisibles par 3 ? Justifie.

c. Quels sont les nombres divisibles par 4 ? Justifie.

<http://matoumatheux.ac-rennes.fr/num/diviseur/produits.htm#3>