# Factorial dun número natural

É o producto dos “n” factores consecutivos desde “n” ata 1. O **factorial dun número** denotase por **n!**.

$$n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot (n-3) \ldots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

$$0\,! = 1$$

**Exemplo**

Calcular factorial de 5.

5! = 5.4.3.2.1

# Números combinatorios

Representanse por

$$\binom{m}{n}$$

lense "**m sobre n**".

$$\binom{m}{n} = \frac{m!}{n!\,(m-n)!}$$

**Exemplo**

$$\binom{7}{4} = \frac{7!}{4! \cdot 3!} = \frac{7 \cdot \cancel{6} \cdot 5 \cdot \cancel{4!}}{\cancel{4!} \cdot \cancel{3 \cdot 2}} = 35$$

Calcula : $\binom{5}{2}$ $\binom{6}{3}$ $\binom{10}{5}$ $\binom{9}{7}$ $\binom{3}{3}$ $\binom{50}{0}$

# Propiedades dos números combinatorios

**1** $\binom{m}{0} = \binom{m}{m} = 1$

**2** $\binom{m}{n} = \binom{m}{m-n}$

**3** $\binom{m}{n-1} + \binom{m}{n} = \binom{m+1}{n}$

Exemplos

1)

$$\binom{5}{0} = \frac{5!}{0!\,.5!} = 1$$

$$\binom{5}{5} = \frac{5!}{5!\,.0!} = 1$$

2) Comproba que

a) $\binom{5}{1} = \binom{5}{4}$

b) $\binom{5}{2} = \binom{5}{3}$

3) Comproba que

a) $\binom{5}{2} + \binom{5}{3} = \binom{6}{3}$

b) $\binom{5}{3} + \binom{5}{4} = \binom{6}{4}$

## <u>Triángulo de Pascal o de Tartaglia</u>

O **triángulo de números combinatorios de Tartaglia ou de Pascal** (debido a que foi este matemático quen o popularizou) é un triángulo de números enteiros, infinito e simétrico do que podemos ver as súas primeiras filas

$$\binom{0}{0}$$
$$\binom{1}{0} \quad \binom{1}{1}$$
$$\binom{2}{0} \quad \binom{2}{1} \quad \binom{2}{2}$$
$$\binom{3}{0} \quad \binom{3}{1} \quad \binom{3}{2} \quad \binom{3}{3}$$
$$\binom{4}{0} \quad \binom{4}{1} \quad \binom{4}{2} \quad \binom{4}{3} \quad \binom{4}{4}$$
$$\binom{5}{0} \quad \binom{5}{1} \quad \binom{5}{2} \quad \binom{5}{3} \quad \binom{5}{4} \quad \binom{5}{5}$$

1<br>
1 1<br>
1 2 1<br>
1 3 3 1<br>
1 4 6 4 1<br>
1 5 10 10 5 1<br>
1 6 15 20 15 6 1<br>
1 7 21 35 35 21 7 1<br>
1 8 28 56 70 56 28 8 1<br>
1 9 36 84 126 126 84 36 9 1<br>
1 10 45 120 210 252 210 120 45 10 1

# Propiedades do Triángulo de Pascal ou de Tartaglia

**Esta configuración responde ás propiedades anteriores.**
- **T**odos os elementos dos extremos valen 1 (Propiedade 1).
- En cada fila, os elementos simétricos son iguais (Propiedade 2).
- Cada elemento, salvo os dos extremos, obtense sumando os dous que ten encima (Propiedade 3).

Deste modo, cada liña do triángulo de Tartaglia obtense da anterior: empeza e remata con 1 e cada un dos demáis termos calculase sumando os dous que ten enriba.

A suma dos elementos da fila n-ésima é $2^n$

$$\begin{array}{ccccccccc} & & & 1 & & 1 & & & \longrightarrow 2 = 2^1 \\ & & 1 & & 2 & & 1 & & \longrightarrow 4 = 2^2 \\ & 1 & & 3 & & 3 & & 1 & \longrightarrow 8 = 2^3 \\ 1 & & 4 & & 6 & & 4 & & 1 \longrightarrow 16 = 2^4 \end{array}$$

## EXERCICIOS

1)Simplifica os seguintes cocientes entre factoriais:

a) $\frac{7!}{5!} =$ = b) $\frac{8!}{9!} =$ = c) $\frac{9!}{5!\,4!} =$ =

d) $\frac{m!}{(m-1)!} =$ = $\boxed{\phantom{xx}}$ e) $\frac{(m+1)!}{m!} =$ = $\boxed{\phantom{xx}}$ f) $\frac{(m+1)!}{(m-1)!} =$ = $\boxed{\phantom{xx}}$

2 ) Escribe como cociente de factoriais:

a) $7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 =$ b) $19 \cdot 18 \cdot 17 =$ c) $n(n-1)(n-2)(n-3) =$

3) Calcula :

$$\binom{8}{0} + \binom{8}{1} + \binom{8}{2} + \binom{8}{3} + \ldots + \binom{8}{8} = \boxed{\phantom{xxxx}}$$

4) Usando as propiedades dos numeros combinatorios ou o Triángulo de Pascal calcula

a) $\binom{10}{3} = \binom{10}{x} \rightarrow \boxed{\phantom{xxxx}}$ b) $\binom{x}{7} = \binom{x}{8} \rightarrow \boxed{\phantom{xxxx}}$

c) $\binom{9}{2} = \binom{9}{x-2} \rightarrow \boxed{\phantom{xxxx}}$ d) $\binom{11}{5} + \binom{11}{x} = \binom{12}{5} \rightarrow \boxed{\phantom{xxxx}}$

e) $\binom{13}{x} = \binom{13}{x-1} \rightarrow \boxed{\phantom{xxxx}}$ f) $\binom{18}{7} + \binom{x}{8} = \binom{19}{8} \rightarrow \boxed{\phantom{xxxx}}$

5) Calcula :

a) $\binom{1000}{999} =$ b) $\binom{1000}{998} =$