

### 1. EXPRESSIONS ALGÈBRIQUES

Travailler en algèbre c'est faire des relations des nombres et des lettres.

- **Monômes**

$$-6x^3; 5xy; 2xyz; 5$$

- **Polynômes**

$$-6x^3 + 5xy$$

- **Identités** : c'est vrai pour toutes les valeurs des lettres

$$2(x+1) = 2x+2$$

- **Équations** : ce n'est pas vrai pour toutes les valeurs des lettres

$$2(x+1) = x-3$$

### 2. MONÔMES

C'est une expression littérale avec un seul terme.

#### OPÉRATIONS AVEC MONÔMES

##### Addition et soustraction de monômes

On regroupe les termes en  $x^n$

E : Réduire

$$3x^2 + 5x^2 - 2x^2 = 6x^2$$

##### Multiplication et division

$$E : (-3x^3) \cdot (2x^2) = -6x^5$$

$$(-8x^3) : (2x^2) = -4x$$

<https://www.lesbonsprofs.com/exercice/mathematiques-3e/ecritures-litterales/exercice-1-developper-une-expression>

### 3. POLYNÔMES

C'est une expression littérale avec plus d'un terme. On doit écrire avec le moins de termes possible.

Le **degré** du polynôme, c'est le plus grand des degrés des termes.

La **valeur d'un polynôme**, c'est le résultat qu'on obtient en remplaçant les lettres ou variables par des nombres déterminés et en faisant après les opérations.

#### OPÉRATIONS AVEC POLYNÔMES

##### Addition et soustraction de polynômes

Réduire une expression littérale, c'est l'écrire avec le moins de termes possible.

##### Multiplication de polynômes

Pour multiplier deux polynômes on multiplie chaque monôme d'un polynôme par tous les monômes de l'autre polynôme, puis on réduit les termes semblables.

<https://www.lesbonsprofs.com/exercice/mathematiques-3e/ecritures-litterales/exercice-3-developper-une-expression>

#### 4. IDENTITÉS

Une identité c'est une égalité vraie pour toutes les valeurs des lettres

##### IDENTITÉS REMARQUABLES

**Carré d'une somme**       $(a + b)^2 = a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2$

Carré d'une somme = carré du premier terme + double produit + carré du second terme

**Carré d'une différence**       $(a - b)^2 = a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2$

Carré d'une différence = carré du premier terme - double produit + carré du second terme

**Produit d'une somme par une différence**       $(a+b) \cdot (a-b) = a^2 - b^2$

Produit d'une somme par une différence = différence de deux carrés

<https://www.lesbonsprofs.com/exercice/mathematiques-3e/ecritures-litterales/qcm-egalites-remarquables>

<https://www.lesbonsprofs.com/exercice/mathematiques-3e/ecritures-litterales/exercice-1-egalites-remarquables>

<https://www.lesbonsprofs.com/exercice/mathematiques-3e/ecritures-litterales/exercice-3-egalites-remarquables>

<https://www.lesbonsprofs.com/exercice/mathematiques-3e/ecritures-litterales/exercice-3-factoriser-egalites-remarquables>

#### FACTEUR COMMUN

Remplacer une somme par un produit égal, c'est factoriser. La **mise en évidence** simple est une méthode qui permet de factoriser un polynôme composé de monômes qui contiennent tous un même facteur commun. Pour factoriser, suivant le cas, on peut utiliser :

La distributivité de la multiplication par rapport à l'addition et à la soustraction.

$$A \cdot B + A \cdot C = A \cdot (B + C)$$

$$A \cdot B - A \cdot C = A \cdot (B - C)$$

<https://www.lesbonsprofs.com/exercice/mathematiques-3e/ecritures-litterales/exercice-2-factoriser-une-expression>

#### 5. DIVISION DE POLYNÔMES

Soient  $A(x)$  et  $B(x)$  deux polynômes, avec  $B(x)$  non nul, il existe des polynômes  $Q(x)$  et  $R(x)$ , tels que

$$A(x) = B(x)Q(x) + R(x) \text{ et } \text{degré de } R(x) < \text{degré } B(x)$$

Un même algorithme s'applique à la division euclidienne de polynômes.

**Exemple** : division de  $x^4 - x^3 + x^2 - 4x + 6$  par  $x^2 + 3x + 1$

**Étape 1** : division de  $x^4 - x^3 + x^2$  par  $x^2 + 3x + 1$  (quotient  $x^2$ , reste  $-4x^3$ )

$$\begin{array}{r|l} x^4 & -x^3 & +x^2 & -4x & +6 & x^2 + 3x + 1 \\ -x^4 & -3x^3 & -x^2 & & & \underline{x^2} \\ \hline & -4x^3 & & & & \end{array}$$

**Étape 2** : division de  $-4x^3 - x$  par  $x^2 + 3x + 1$  (quotient  $-4x$ , reste  $12x^2 + 3x$ )

$$\begin{array}{r|l} x^4 & -x^3 & +x^2 & -4x & +6 & x^2 + 3x + 1 \\ -x^4 & -3x^3 & -x^2 & & & \underline{x^2 - 4x} \\ \hline & -4x^3 & & -4x & & \\ & +4x^3 & +12x^2 & +4x & & \\ \hline & & +12x^2 & & & \end{array}$$

**Étape 3** : division de  $12x^2 - 3x + 8$  par  $x^2 + 3x + 1$  (quotient  $12$ , reste  $-33x - 4$ )

$$\begin{array}{r|l} x^4 & -x^3 & +x^2 & -4x & +6 & x^2 + 3x + 1 \\ -x^4 & -3x^3 & -x^2 & & & \underline{x^2 - 4x + 12} \\ \hline & -4x^3 & & -4x & & \\ & +4x^3 & +12x^2 & +4x & & \\ \hline & & +12x^2 & & +6 & \\ & & -12x^2 & -36x & -12 & \\ \hline & & & -36x & -6 & \end{array}$$

**Conclusion** :  $x^4 - x^3 + x^2 - 4x + 6 = (x^2 + 3x + 1)(x^2 - 4x + 12) + (-36x - 6)$

## 6. FRACTIONS ALGÈBRIQUES

Une fraction algébrique est une expression algébrique de la forme  $\frac{P(x)}{Q(x)}$ , où  $P(x)$  est un polynôme et où  $Q(x)$  est un polynôme non nul.

Pour simplifier (où réduire) une fraction rationnelle, on procède comme suit:

- On factorise le numérateur et le dénominateur.
- On divise le numérateur et le dénominateur par le facteur commun.

<https://www.lesbonsprofs.com/exercice/mathematiques-3e/ecritures-litterales/exercice-5-aires-de-carres>