

1. EXPRESSIONS ALGÈBRIQUES

Travailler en algèbre c'est faire des relations des nombres et des lettres.

- **Monômes**

$$-6x^3; 5xy; 2xyz; 5$$

- **Polynômes**

$$-6x^3 + 5xy$$

- **Identités** : c'est vrai pour toutes les valeurs des lettres

$$2(x+1) = 2x+2$$

- **Équations** : ce n'est pas vrai pour toutes les valeurs des lettres

$$2(x+1) = x-3$$

2. MONÔMES

C'est une expression littérale avec un seul terme.

OPÉRATIONS AVEC MONÔMES

Addition et soustraction de monômes

On regroupe les termes en x^n

E : Réduire

$$3x^2 + 5x^2 - 2x^2 = 6x^2$$

Multiplication et division

$$E : (-3x^3) \cdot (2x^2) = -6x^5$$

$$(-8x^3) : (2x^2) = -4x$$

<https://www.lesbonsprofs.com/exercice/mathematiques-3e/ecritures-litterales/exercice-1-developper-une-expression>

3. POLYNÔMES

C'est une expression littérale avec plus d'un terme. On doit écrire avec le moins de termes possible.

Le **degré** du polynôme, c'est le plus grand des degrés des termes.

La **valeur d'un polynôme**, c'est le résultat qu'on obtient en remplaçant les lettres ou variables par des nombres déterminés et en faisant après les opérations.

OPÉRATIONS AVEC POLYNÔMES

Addition et soustraction de polynômes

Réduire une expression littérale, c'est l'écrire avec le moins de termes possible.

Multiplication de polynômes

Pour multiplier deux polynômes on multiplie chaque monôme d'un polynôme par tous les monômes de l'autre polynôme, puis on réduit les termes semblables.

<https://www.lesbonsprofs.com/exercice/mathematiques-3e/ecritures-litterales/exercice-3-developper-une-expression>

4. IDENTITÉS

Une identité c'est une égalité vraie pour toutes les valeurs des lettres

IDENTITÉS REMARQUABLES

Carré d'une somme $(a + b)^2 = a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2$

Carré d'une somme = carré du premier terme + double produit + carré du second terme

Carré d'une différence $(a - b)^2 = a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2$

Carré d'une différence = carré du premier terme - double produit + carré du second terme

Produit d'une somme par une différence $(a+b) \cdot (a-b) = a^2 - b^2$

Produit d'une somme par une différence = différence de deux carrés

<https://www.lesbonsprofs.com/exercice/mathematiques-3e/ecritures-litterales/qcm-egalites-remarquables>

<https://www.lesbonsprofs.com/exercice/mathematiques-3e/ecritures-litterales/exercice-1-egalites-remarquables>

<https://www.lesbonsprofs.com/exercice/mathematiques-3e/ecritures-litterales/exercice-3-egalites-remarquables>

<https://www.lesbonsprofs.com/exercice/mathematiques-3e/ecritures-litterales/exercice-3-factoriser-egalites-remarquables>

FACTEUR COMMUN

Remplacer une somme par un produit égal, c'est factoriser. La **mise en évidence** simple est une méthode qui permet de factoriser un polynôme composé de monômes qui contiennent tous un même facteur commun. Pour factoriser, suivant le cas, on peut utiliser :

La distributivité de la multiplication par rapport à l'addition et à la soustraction.

$$A \cdot B + A \cdot C = A \cdot (B + C)$$

$$A \cdot B - A \cdot C = A \cdot (B - C)$$

<https://www.lesbonsprofs.com/exercice/mathematiques-3e/ecritures-litterales/exercice-2-factoriser-une-expression>

5. DIVISION DE POLYNÔMES

Soient $A(x)$ et $B(x)$ deux polynômes, avec $B(x)$ non nul, il existe des polynômes $Q(x)$ et $R(x)$, tels que

$$A(x) = B(x)Q(x) + R(x) \text{ et } \text{degré de } R(x) < \text{degré } B(x)$$

Un même algorithme s'applique à la division euclidienne de polynômes.

Exemple : division de $x^4 - x^3 + x^2 - 4x + 6$ par $x^2 + 3x + 1$

Étape 1 : division de $x^4 - x^3 + x^2$ par $x^2 + 3x + 1$ (quotient x^2 , reste $-4x^3$)

$$\begin{array}{r|l} x^4 & -x^3 & +x^2 & -4x & +6 & x^2 + 3x + 1 \\ -x^4 & -3x^3 & -x^2 & & & \hline \hline & -4x^3 & & & & x^2 \end{array}$$

Étape 2 : division de $-4x^3 - x$ par $x^2 + 3x + 1$ (quotient $-4x$, reste $12x^2 + 3x$)

$$\begin{array}{r|l} x^4 & -x^3 & +x^2 & -4x & +6 & x^2 + 3x + 1 \\ -x^4 & -3x^3 & -x^2 & & & \hline \hline & -4x^3 & & -4x & & x^2 - 4x \\ & +4x^3 & +12x^2 & +4x & & \hline & & +12x^2 & & & \end{array}$$

Étape 3 : division de $12x^2 - 3x + 8$ par $x^2 + 3x + 1$ (quotient 12 , reste $-33x - 4$)

$$\begin{array}{r|l} x^4 & -x^3 & +x^2 & -4x & +6 & x^2 + 3x + 1 \\ -x^4 & -3x^3 & -x^2 & & & \hline \hline & -4x^3 & & -4x & & x^2 - 4x + 12 \\ & +4x^3 & +12x^2 & +4x & & \hline & & +12x^2 & & +6 & \\ & & -12x^2 & -36x & -12 & \hline & & & -36x & -6 & \end{array}$$

Conclusion : $x^4 - x^3 + x^2 - 4x + 6 = (x^2 + 3x + 1)(x^2 - 4x + 12) + (-36x - 6)$

6. FRACTIONS ALGÈBRIQUES

Une fraction algébrique est une expression algébrique de la forme $\frac{P(x)}{Q(x)}$, où $P(x)$ est un polynôme et où $Q(x)$ est un polynôme non nul.

Pour simplifier (où réduire) une fraction rationnelle, on procède comme suit:

- On factorise le numérateur et le dénominateur.
- On divise le numérateur et le dénominateur par le facteur commun.

<https://www.lesbonsprofs.com/exercice/mathematiques-3e/ecritures-litterales/exercice-5-aires-de-carres>