1. PUISSANCES

- PUISSANCES D'EXPOSANT POSITIF

  $a^n = \underbrace{a\cdot a\cdot \quad \cdot a}$ (n facteurs) n>0

  a^n *se lit* a puissance n

  a exposant n

- SIGNE D'UNE PUISSANCE D'EXPOSANT POSITIF

  Soit a^n une puissance de base un nombre rationnel et exposant positif
  - Si la base est positive, la puissance est toujours positive
  - Si la base est négative, la puissance est positive si l'exposant est pair et négative si l'exposant est impair.

- PUISSANCES D'EXPOSANT NÉGATIF

  a^{-n} = inverse de a^{-n} $= \frac{1}{a^n}$

- PUISSANCES D'EXPOSANT 0, 1 ET -1

  a est un nombre rationnel non nul : $\begin{cases} a^0 = 1 \\ a^1 = a \\ a^{-1} = \frac{1}{a} \end{cases}$

PROPRIÉTÉS DES PUISSANCES

Pour tous réels non nuls a et b, pour tous entiers relatifs n, p et q, on a:

- PUISSANCE D'UNE MULTIPLICATION $(a\cdot b)^n = a^n\cdot b^n$
- PUISSANCE D'UNE DIVISION $(a:b)^n = a^n:b^n$
- MULTIPLICATION DE PUISSANCES AVEC LA MÊME BASE $a^p\cdot a^q = a^{p+q}$
- DIVISION DE PUISSANCES AVEC LA MÊME BASE $a^p:a^q = a^{p-q}$
- PUISSANCE D'UNE PUISSANCE $(a^p)^q = a^{p\cdot q}$

2. NOTATION SCIENTIFIQUE

- PUISSANCES DE BASE 10
  - Une puissance de base 10 et exposant positif est égale à l'unité suivie d'autant de zéros que le nombre de l'exposant.
  - Une puissance de base 10 et exposant négatif est égale à l'unité divisé par la même puissance d'exposant positif.

- NOTATION SCIENTIFIQUE

  La notation scientifique d'un décimal *x* est son écriture sous la forme

$x = d\cdot 10^{n}$ où :
  - d est un décimal ayant une seule chiffre non nul avant la virgule ;
  - n est un entier relatif

- ADDITION ET SOUSTRACTION en notation scientifique
  - Pour additionner ou soustraire des nombres en notation scientifique il faut que l'exposant de la puissance de 10 soit égal dans tous les termes, c'est-à-dire, que l'ordre de la magnitude doit être le même. On additionne les nombres décimaux et on laisse la puissance de 10 qu'on a.

$$3,5\cdot10^4+2,5\cdot10^3=3,5\cdot10^4+0,25\cdot10^4=3,75\cdot10^4$$

- MULTIPLICATION ET DIVISION
  - Pour multiplier ou diviser des nombres en notation scientifique, on multiplie ou on divise d'un côté les puissances de 10, et de l'autre côté les nombres précédents.

3. RADICAUX

RACINE CARRÉ $\sqrt{a}$

RADICAL $\sqrt[n]{a}$ n est l'indice

a est le radicande

CALCULS AVEC DES RACINES

- Mettre sous la forme $b\sqrt[n]{a}$ avec *n* un nombre naturel.
- Un radical sous le radical $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n\cdot m]{a}$
- Quantité conjuguée (Cela permet de supprimer le radical au dénominateur) (Il permet de « rendre rationnels » des dénominateurs de fractions, ce qui facilite souvent les calculs.)

L'expression conjuguée de $\sqrt{a}+\sqrt{b}$ est $\sqrt{a}-\sqrt{b}$ et vice versa, ensuite, on utilise le fait que :
$(\sqrt{a}+\sqrt{b})\cdot(\sqrt{a}-\sqrt{b}) = (\sqrt{a})^2-(\sqrt{b})^2 = a - b$

RÈGLES SUR LES RADICAUX

- $\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$
- $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$
- $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a}$
- $(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$

4. NOMBRES RATIONNELS ET IRRATIONNELS

- NOMBRES IRRATIONNELS
  Nombres décimaux dont le nombre de chiffres après la virgule est infini et non périodique :$\sqrt{3}, \sqrt{7}, \pi$, ... Ils n'ont pas une écriture rationnelle.

- NOMBRES RÉELS
  R ensemble de nombres réels, c'est-à-dire des nombres qui sont soit rationnels, soit irrationnels

EXERCICES

1. (4 page 36) Exprime comme une seule puissance

a) $\left(\frac{3}{4}\right)^{-3} : \left(\frac{3}{4}\right)^2$ b) $\frac{2^5 \cdot 2^{-7}}{2^{-4}}$ c) $\left[\left(\frac{1}{2}+1\right)^{-1}\right]^3$

d) $\left(\frac{1}{2}\right)^3 : \left(\frac{1}{4}\right)^2$ e) $\left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{-3}{2}\right)^4$ f) $\frac{3^{-1}}{5 \cdot 15^2}$

2. (5 page 36) Simplifie

a) $\frac{2^3 \cdot (-3)^2 \cdot 4^2}{6^3 \cdot 9^2}$ b) $\frac{2^{-4} \cdot 4^2 \cdot 3 \cdot 9^{-1}}{2^{-5} \cdot 8 \cdot 3^2}$ c) $\frac{4ab}{9} : \frac{b^2}{3a}$

d) $(6a)^{-1} : (3a^{-2})^{-2}$ e) $(a^{-1}b^2)^2 \cdot (ab^{-2})^{-1}$ f) $\left(\frac{a}{b}\right)^{-3} (a^{-1})^{-2}$

3. **(**16 page 37) Calcule, s'il est possible, les racines suivantes:

a) $\sqrt[4]{16}$ b) $\sqrt{\frac{16}{25}}$ c) $\sqrt[3]{\frac{1}{8}}$ d) $\sqrt[5]{-1}$ e) $\sqrt[3]{216}$

f) $\sqrt[7]{-128}$ g) $\sqrt[5]{-243}$ h) $\sqrt[6]{4\,096}$ i) $\sqrt[6]{64}$ j) $\sqrt[3]{-8}$

k) $\sqrt[4]{625}$ l) $\sqrt{-8}$ m) $\sqrt[4]{\frac{625}{16}}$ n) $\sqrt[5]{-1}$

4. (17 page 37) Simplifie le plus possible

a) $\sqrt{2^2 \cdot 5^3}$ b) $\sqrt[3]{2^6 \cdot 7^3}$ c) $\sqrt[4]{2^2 \cdot 3^6}$

d) $\sqrt[3]{27 \cdot a \cdot b^3}$ e) $\sqrt[4]{16a^5 \cdot b}$ f) $\sqrt[5]{32 \cdot a^2 \cdot b^{10}}$

5. (18 page 37) Simplifie le plus possible

a) $\sqrt[4]{32}$ b) $\sqrt[3]{81}$ c) $\sqrt[3]{200}$

d) $\sqrt{50}$ e) $\sqrt[4]{144}$ f) $\sqrt[3]{250}$

g) $\sqrt[5]{64}$ h) $\sqrt[3]{243}$ i) $\sqrt{4a^3}$

6. (19 page 37) Simplifie le plus possible

a) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{8}$ b) $\sqrt{5} \cdot \sqrt{16}$ c) $\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{5}$

d) $\sqrt[4]{5} \cdot \sqrt{2}$ e) $\sqrt[4]{3} \cdot \sqrt[4]{27}$ f) $\sqrt{10} \cdot \sqrt[3]{6}$

7. (20 page 37) Simplifie le plus possible

a) $\left(\sqrt[4]{2}\right)^4$ b) $\left(\sqrt[3]{2}\right)^6$ c) $\left(\sqrt[6]{2^2}\right)^3$

d) $\sqrt[3]{10}\,\sqrt[3]{1000}$ e) $\sqrt[5]{2}\,\sqrt[5]{16}$ f) $\sqrt[3]{9}\,\sqrt[3]{81}$

8. (22 page 37) Calcule

a) $\sqrt{50}+\sqrt{72}-10\sqrt{2}$ b) $\sqrt{80}-\sqrt{45}-\sqrt{20}$

c) $-\sqrt{48}+3\sqrt{75}-\sqrt{108}$ d) $\sqrt{175}+\sqrt{28}-5\sqrt{63}$

9. Écris sous la forme d'une puissance de 2 ou de 3 :

$A = 2 \times 2 \times 2 \times 2$ $B = 27$ $C = \dfrac{1}{32}$

$D = \dfrac{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}{3 \times 3 \times 3}$ $E = \dfrac{2}{128}$ $F = (3 \times 3)^3$

10. Écris sous la forme d'un entier ou d'une fraction irréductible :

$A = 7^{-1}$ $B = 2^3 \times 3^2$ $C = \dfrac{2^5}{2^9}$

$D = \dfrac{2^{-3}}{5^{-2}}$ $E = \left(\dfrac{3}{2^2}\right)^2$ $F = (2^{-4} \times 5^2)^2$

11. Soit a un nombre réel non nul. Écris sous la forme d'une puissance de a.

$A = a^7 \times a^2 \times a^5$ $B = \dfrac{1}{a^3 \times a^4}$ $C = \dfrac{a^{-5} \times a^2}{a^3 \times a^{-7}}$

$D = (a^{-2} \times a^7)^3$ $E = \dfrac{(a^7)^3}{(a^{-2})^{-6}}$ $F = \left(\dfrac{a^{-3}}{a^5}\right)^7$

12. Soit a, b, c trois nombres réels non nuls. Écris sous la forme d'une puissance de $a^n b^p c^q$.

$A = \dfrac{a^2 \times b^5 \times c^7}{a^3 \times b^2 \times c^2}$ $B = \dfrac{1}{b^3} \times \dfrac{ac}{b^2} \times \dfrac{a^3 b^2}{c^4}$ $C = \left(\dfrac{a}{b}\right)^3 \times \dfrac{a^{-2}}{c^{-3}} \times \left(\dfrac{b^{-2}}{c^3}\right)^{-2}$

EXERCICE 3B.1

1. Compléter le tableau :

	ÉCRITURE DECIMALE	ÉCRITURE SCIENTIFIQUE
a.	540 000 000 000	$5,4 \times 10^{11}$
b.	650 000 000	
c.	0,000 000 006	
d.	1 048 000 000 000	
e.	0,000 002 64	
f.	20 300 000	
g.	673,185	
h.	8 070 000 000	
i.	4000,007	
j.	0,700 600 000	

2. Compléter le tableau :

	ÉCRITURE « $a \times 10^n$ »	ÉCRITURE SCIENTIFIQUE
a.	$6\,300 \times 10^4$	$6,3 \times 10^7$
b.	450×10^6	
c.	$0,000\,67 \times 10^{-5}$	
d.	$6\,300 \times 10^{12}$	
e.	$0,012\,500 \times 10^{-14}$	
f.	$0,012\,500 \times 10^{-12}$	
g.	$0,012\,500 \times 10^{15}$	
h.	$81\,500\,000 \times 10^{23}$	
i.	$81\,500\,000 \times 10^{13}$	
j.	$81\,500\,000 \times 10^{-34}$	

EXERCICE 3B.2

Donner un ordre de grandeur de chaque nombre :

a.	7 890 000 000 ↓ $7,89 \times 10^9$ ↓ 8×10^9	**b.**	596 523 654 198 ↓ ↓
c.	7 128 955 ↓ ↓	**d.**	0,000 006 89 ↓ ↓
e.	53 875 109 789 ↓ ↓	**f.**	0,008 098 432 123 ↓ ↓
g.	800 654 100 679 ↓ ↓	**h.**	0,000 100 200 300 ↓ ↓

EXERCICE 3B.3

Donner un ordre de grandeur du résultat :

a.	41 000 ↓ 4×10^4	×	680 000 ↓ 7×10^5	= =	28×10^9 3×10^{10}
b.	790 000 000 ↓	×	310 000 000 ↓	= =	
c.	0,000 008 9 ↓	×	0,000 005 09 ↓	= =	
d.	4 700 000 ↓	×	0,000 000 52 ↓	= =	
e.	0,002 680 45 ↓	×	971 321 654 ↓	= =	

EXERCICE 3B.4

1. Retrouver le résultat le plus proche :

a. $(8,2 \times 10^6) \times (5,4 \times 10^8) = ?$
$4,4 \times 10^{15}$ — $4,2 \times 10^{17}$
$4,3 \times 10^{13}$ — $4,5 \times 10^{-16}$

b. $(9,1 \times 10^{12}) \times (3,7 \times 10^4) = ?$
$7,4 \times 10^{17}$ — $6,5 \times 10^{17}$
$3,4 \times 10^{17}$ — $1,7 \times 10^{17}$

c. $(6,3 \times 10^{-5}) \times (8,9 \times 10^{-7}) = ?$
$5,6 \times 10^{12}$ — $5,6 \times 10^{11}$
$5,6 \times 10^{-12}$ — $5,6 \times 10^{-11}$

d. $(5,1 \times 10^{13}) \times (4,6 \times 10^{-19}) = ?$
$2,4 \times 10^{-32}$ — $2,3 \times 10^{-5}$
$2,2 \times 10^{5}$ — $2,5 \times 10^{-6}$

e. $(1,6 \times 10^{-45}) \times (9,8 \times 10^{34}) = ?$
$1,6 \times 10^{-11}$ — $1,6 \times 10^{-9}$
$1,6 \times 10^{-10}$ — $1,6 \times 10^{-12}$

2. Retrouver le résultat le plus proche

a. $534\,871 \times 765\,897\,108 = ?$
$3,9 \times 10^{15}$ — $4,2 \times 10^{12}$
$4,1 \times 10^{14}$ — $3,8 \times 10^{13}$

b. $0,000\,000\,518 \times 0,000\,004\,127 = ?$
$7,3 \times 10^{-12}$ — $9,6 \times 10^{-12}$
$4,2 \times 10^{-12}$ — $2,1 \times 10^{-12}$

AUTOÉVALUATION CHAPITRE 2

1. Calcule

   a) $(-3)^{-2} + \left(\frac{3}{4}\right)^{-1} - \left(\frac{1}{8}\right)^{0} - 3^{-1}$

   b) $\left(3 - \frac{1}{2}\right)^{-2} \cdot 2^{-3}$

2. Simplifie

   a) $\frac{3ab^{-2}}{6a^2 b^{-1}}$

   b) $\left(\frac{-1}{a}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^{-2}$

   c) $\left(\frac{a}{b}\right)^{-4} \cdot \frac{a^3}{b^2}$

   d) $\left(\frac{b}{a}\right)^{-3} : \frac{(b^2)^{-1}}{a^{-4}}$

3. Simplifie

   $\frac{24^2 \cdot 15^{-2} \cdot 6^4}{8^4 \cdot 9^{-3} \cdot 3^{10}}$

4. Exprime en écriture scientifique

   a) 234 000 000

   b) 0,0000075

   c) $758 \cdot 10^{-5}$

   d) $0,035 \cdot 10^{13}$

5. Calcule

   a) $(3,5 \cdot 10^7) \cdot (8 \cdot 10^{-13})$

   b) $(9,6 \cdot 10^{-8}) : (3,2 \cdot 10^{10})$

   c) $(2,7 \cdot 10^8) + (3,3 \cdot 10^7)$

   d) $\sqrt[3]{8 \cdot 10^{18}}$

6. Simplifie

   a) $\sqrt[3]{-1\,331}$

   b) $\sqrt[5]{125} \cdot \sqrt[5]{25}$

   c) $\sqrt[3]{120a^3 b^4}$

7. Simplifie s'il est possible

   a) $\sqrt{3}\sqrt{27}$

   b) $\frac{1}{2}\sqrt{3} + \sqrt{3}$

   c) $\sqrt{6} - 3\sqrt{2}$

   d) $\left(\sqrt[4]{3}\right)^5$

8. L'un des plus grands gisements de gaz naturel en Asie centrale dispose de réserves de 900 km^3. Ils ont découvert un sac à essence qui augmente ces réserves de $1,3 \cdot 10^4$ hm^3. Sa production annuelle s'élève à $1,8 \cdot 10^{10}$ m^3. Combien d'années cette ressource énergétique peut-elle être exploitée si le taux de production actuel est maintenu? Exprime en notation scientifique et fait les opérations.