

1. Nombres rationnels

Nombres entiers relatifs

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$$

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$

$$\mathbb{Q} = \left\{ \dots, -3, \dots, -\frac{5}{2}, \dots, -2, \dots, -\frac{3}{2}, \dots, -1, \dots, -\frac{1}{3}, \dots, 0, \dots, 1, \dots \right\}$$

Une fraction à l'écriture fractionnaire $\frac{a}{b}$ désigne le quotient de a et b.

a et b sont deux entiers relatifs $b \neq 0$.

On appelle a le numérateur et b le dénominateur

FRACTIONS ÉQUIVALENTES

Deux fractions $\frac{a}{b}$ et $\frac{c}{d}$, sont équivalentes et on écrit $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, ce qui équivaut à $ad=bc$

$$(b \neq 0, d \neq 0)$$

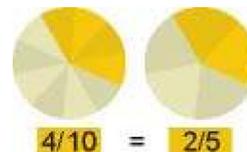
AMPLIFICATION ET SIMPLIFICATION DES FRACTIONS

- Amplifier des fractions c'est multiplier le numérateur et le dénominateur par le même nombre non nul.

$$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot n}{b \cdot n}$$

- Simplifier des fractions c'est diviser le numérateur et le dénominateur par un diviseur commun.

$$\frac{a}{b} = \frac{a:n}{b:n}$$



FRACTION IRRÉDUCTIBLE

Une fraction dont le numérateur et le dénominateur sont premiers entre eux est irréductible. Pour rendre irréductible une fraction, on divise son numérateur et son dénominateur par leur PGCD

RÉDUIRE AU MÊME DÉNOMINATEUR

Si les dénominateurs ne sont pas les mêmes on réduit au même dénominateur : on cherche un dénominateur commun

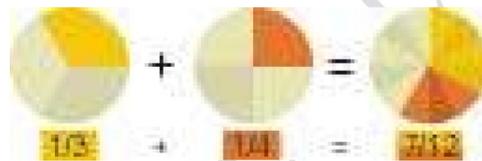
COMPARAISON DE FRACTIONS

Pour comparer des fractions on les réduit au même dénominateur. La plus grande est celle qui a le plus grand numérateur.

2. OPERATIONS AVEC FRACTIONS

ADDITION ET SOUSTRACTION DES FRACTIONS

- Addition dans le cas où les dénominateurs mêmes :
On additionne les numérateurs et on conserve le dénominateur
- Addition dans le cas où les dénominateurs ne mêmes :



sont les

sont pas les

Avant d'additionner on trouve un dénominateur commun et après c'est comme dans le cas précédent.

MULTIPLICATION

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

On multiplie les numérateurs

(b et d non nuls)

On multiplie les dénominateurs

DIVISION

Diviser, c'est multiplier par l'inverse

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c} \quad (b \text{ et } d \text{ non nuls})$$

PRIORITÉS DES OPÉRATIONS

- Les calculs entre parenthèses sont prioritaires. On commence par effectuer les multiplications et divisions à l'intérieur des parenthèses.
- On effectue la multiplication et la division
- Et enfin les additions et soustractions.

3. NOMBRES DÉCIMAUX

Les nombres décimaux ont une partie entière, avant la virgule, et une partie décimale après la virgule

Dizaine de million	millions	Centaine de millier	Dizaine de millier	milliers	centaines	dizaines	unités	virgule	dixièmes	centièmes	millièmes
						4	3	,	6	3	5		

0,1 se lit un dixième

0,01 se lit un centième

0,001 se lit un millième

Types de nombres décimaux

- Nombres ayant un développement décimal limité : $0,25; 2 \times 10^3$
- Nombres dont le nombre de chiffres après la virgule est infini et périodique à partir d'un moment : $6/7; 8/3; ..$
- Nombres dont le nombre de chiffres après la virgule est infini et non périodique : $\sqrt{3}, \sqrt{7}, \pi, ..$

FRACTIONS ET NOMBRES DÉCIMAUX

RETROUVER LE NOMBRE DÉCIMAL

Quand on divise le numérateur d'une fraction par son dénominateur on peut l'exprimer ainsi:

- Un nombre entier, c'est-à-dire, un nombre dont le numérateur est multiple du dénominateur.
- Un nombre décimal, c'est-à-dire un nombre pouvant s'écrire sous la forme $\frac{N}{10^n}$ où N et n sont des entiers relatifs.
- Un nombre décimal périodique, dans le cas où il n'y aurait aucune des conditions antérieures.

4. RETROUVER LE RATIONNEL

À partir de l'écriture décimale périodique d'un nombre, on peut retrouver son écriture sous forme de fraction.

Exemple

Nous appelons N la fraction, alors $N = 2, \overline{34}$

$$100N = 234, \overline{34}$$

$$N = 2, \overline{34}$$

$$99N = 232 \quad \text{Alors} \quad N = \frac{232}{99}$$

EXERCICES :

(page 14 et 15) Calcule en simplifiant d'abord le plus possible les fractions :

1. a) $\frac{7}{9} + \frac{11}{12}$ b) $6 - \frac{11}{4}$ c) $3 \cdot \frac{4}{5}$ d) $6 : \frac{4}{5}$ e) $\frac{4}{5} : 6$ f) $\frac{4}{5} : \frac{1}{6}$

2. a) $\left(\frac{3}{4} + \frac{7}{6} - \frac{7}{8}\right) : \frac{25}{12}$ b) $\left(\frac{13}{15} - \frac{7}{25}\right) \cdot \left(\frac{9}{22} + \frac{-13}{33}\right)$

3. a) $\frac{\frac{1}{2} - \left(\frac{3}{4} - 1\right)}{\frac{3}{4} + 1}$ b) $\frac{(-3) \cdot \left(\frac{3}{5} - \frac{1}{3}\right)}{(-2) \cdot \left(\frac{4}{3} - \frac{6}{5}\right)}$

4. a) $\frac{3 - \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{3}{5} - \frac{2}{15}\right)}{6 + \frac{4}{25} \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{4}\right)}$ b) $\frac{\left(\frac{2}{3} - \frac{5}{9}\right) \cdot \left(\frac{3}{4} - \frac{5}{6}\right)}{\left(\frac{7}{12} - \frac{5}{6}\right) \cdot \frac{4}{3} + 1}$

5. Un cycliste a parcouru les $\frac{5}{9}$ de l'étape d'aujourd'hui, qui mesure 216 km. Combien de kilomètres a-t-il déjà fait?
6. J'ai retiré de la banque 3900 €, ce qui correspond aux $\frac{3}{11}$ de mes économies. Combien d'argent avais-je avant de les retirer?
7. D'un radeau de 5250 litres d'eau, les $\frac{4}{15}$ correspondent à Braulio; les $\frac{2}{5}$, à Enrique, et le reste, à Ruperto. Ruperto destine $\frac{3}{10}$ pour arroser les tomates, et le reste pour arroser les arbres fruitiers. Quelle quantité d'eau Ruperto destine-t-il aux arbres fruitiers?
8. Classe les nombres suivants selon l'ensemble : entiers naturels, entiers relatifs, rationnels, irrationnels ou réels.

3,52 $2,\widehat{8}$ $1,\widehat{54}$ $\sqrt{3} = 1,7320508\dots$

$2,7$ $3,5222\dots$ $\pi - 2 = 1,1415926\dots$

9. (10 et 11, page 21) Exprime comme une fraction :

a) 3,7

b) 0,002

c) -1,03

d) $2,\widehat{5}$

e) $0,\widehat{21}$

f) $14,\widehat{3}$

a) $0,\widehat{32}$

b) $1,\widehat{03}$

c) $0,\widehat{012}$

d) $-3,\widehat{15}$

e) $5,\widehat{345}$

f) $9,\widehat{09}$

10. (16, 17, 18, 19 page 22) Calcule et simplifie le plus possible

a) $\frac{3}{5} \cdot \frac{20}{21}$

b) $\frac{6}{25} \cdot \frac{5}{18}$

c) $\frac{12}{7} \cdot \frac{35}{36}$

d) $\frac{9}{16} \cdot \frac{20}{27}$

e) $\frac{13}{12} \cdot \frac{84}{65}$

f) $\frac{90}{35} \cdot \frac{14}{36}$

a) $\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{8} - \frac{1}{16}$

b) $\left(\frac{3}{5} - \frac{1}{4} + 2\right) - \left(\frac{3}{4} - \frac{2}{5} + 1\right)$

c) $\left(1 + \frac{1}{3}\right) - \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right)$

d) $\left(\frac{3}{5} + \frac{1}{3}\right) - \left[1 - \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2}\right) + \frac{2}{3} - \frac{3}{20}\right]$

a) $-\frac{4}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{3}{4} - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2}; \frac{2}{3}\right)$

b) $3 - \frac{2}{3}\left(1 - \frac{1}{4}\right)^2 + \frac{3}{8}(-2)$

c) $\left(\frac{5}{2} - \frac{5}{6} + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4}\right) : \left[2 - \frac{1}{2}\left(1 + \frac{5}{3}\right)\right]$

a) $5 : \left(\frac{2}{4} + 1\right) - 3 : \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right)$

b) $\frac{2}{3}\left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{6}\left(\frac{5}{6} - \frac{1}{3}\right)^2$

c) $-\frac{3}{8}\left[3 - \frac{3}{5} - \left(\frac{17}{20} - 1\right) \cdot \left(\frac{1}{3} - 3\right)\right]$

d) $\left[\left(\frac{2}{3} - \frac{1}{9}\right) + 13\left(\frac{2}{3} - 1\right)^2\right] : \left(-\frac{2}{3}\right)$

11. (20 page 22) Calcule en passant précédemment à fraction

a) $3,5 + 2,3$

b) $0,1\overline{2} - 0,2$

c) $1,6 - 1,0\overline{2}$

d) $3,4\overline{2} + 7,6$

e) $2,3 + 4,6$

f) $6,1\overline{7} + 3,8\overline{2}$

12. De trois cents livres d'une bibliothèque, un sixième sont de poésie ; il y a aussi cent-quatre-vingts roman, et le reste sont des livres d'Histoire. Quelle fraction représentent ceux-ci?
13. D'un tambour d'huile on en prend la moitié, puis un cinquième du reste. Si dans le tambour il y a encore cinq litres, quelle est sa capacité?
14. Deux agriculteurs, père et fils, mettent deux heures à labourer un champ. Si le père laboure seul, il met six heures. Combien aurait mis le fils à le faire tout seul lui aussi?
15. Un robinet remplit un dépôt d'eau en neuf heures. Si on ouvre aussi le tuyau, il le fait en trente-six heures. Avec le robinet fermé, en combien de temps le tuyau viderait le dépôt ?
16. Un groupe d'amis vont manger à une pizzeria et ont choisi trois types de pizza, A, B y C. Chacun a pris $\frac{1}{2}$ de A, $\frac{1}{3}$ de B et $\frac{1}{4}$ de C; ils ont demandé un total de 17 pizzas, et aucune pizza n'est pas restée complète.
- Est-ce que chacun a mangé plus d'une pizza, ou moins? Combien d'amis sont-ils?
 - Combien de pizzas de chaque type ont-ils demandé? Quelle quantité de pizza est restée?
17. Dans une recette pour préparer de la confiture de figues on lit: ajouter 400 g de sucre et 100 g d'eau pour chaque kg de figues. Trois amis vendeurs, A, B et C, ont élaboré ces quantités:
- A → 2 boîtes de $\frac{5}{8}$ kg et 4 de $\frac{9}{25}$ kg
 B → 3 boîtes de $\frac{1}{5}$ kg et 3 de $\frac{5}{8}$ kg
 C → 5 boîtes de $\frac{9}{25}$ kg et 2 de $\frac{1}{5}$ kg
- Qui en a préparé plus de quantité?
 - Si quelqu'un veut acheter $\frac{3}{4}$ kg, quelle est la manière pour lui vendre la quantité la plus proche?
 - Si l'eau s'évapore pendant la cuisson, quelle est la proportion de sucre de la confiture?
18. Des nombres suivants, lesquels ne sont pas rationnels? Essaie de créer une fraction pour les décimaux:
- 0,018
 - 1,212112111...
 - 2π
 - 7,03232...

19. Cherche quatre nombres rationnels compris entre $1/3$ et $1/2$. Il y en a combien?
20. Divise en 3 plusieurs nombres plus petits de 10 et observe les résultats. Qu'est-ce qu'il peut se passer quand on divise en 3?
21. Peux-tu prédire les chiffres décimaux des quotients $30 : 3$; $31 : 3$ y $32 : 3$?
22. Si nous savons que $a > b > c > 0$, compare ces couples de fractions et dites quelle est la plus petite dans chaque cas: 1) a/b et a/c ; 2) a/c et b/c ; 3) b/a et b/c .

AUTOÉVALUATION CHAPITRE 1

1. Calcule et simplifie le résultat

$$\frac{1}{2} \left[3 - \frac{2}{5} \left(1 - \frac{5}{9} \right) - \left(4 - \frac{2}{3} \right) : 2 \right]$$

2. Calcule en passant précédemment à fraction

$$-1,8\overline{9} + 0,02\overline{8} + 0,7\overline{2}$$

3. Écrit, dans chaque partie, trois nombres compris entre les deux donnés

a) $\frac{3}{20}$ y $\frac{4}{25}$

b) $2,7$ y $2,8$

4. Classifie en décimales exacts ou périodiques sans faire la division

$$\frac{89}{50} \quad \frac{113}{12} \quad \frac{23}{32} \quad \frac{18}{7}$$

5. Deux caisses de pommes sont vendues pour 2,50 € le kg. La première, qui suppose les $5/12$ du total, est vendue 50€. Combien de kilos de pommes il y avait dans chaque caisse ?
6. Parmi les utilisateurs d'un centre sportif, un cinquième a plus de 60 ans et les deux tiers ont entre 25 et 60 ans.
- a) Quelle fraction d'utilisateurs a 25 ans ou moins?
- b) Si le nombre d'utilisateurs est de 525, combien y en a-t-il chaque groupe d'âge?
7. J'achète un vélo que je paierai en trois fois. La première fois, je paie $3/10$ du total; La seconde fois, $4/5$ de ce qu'il me reste à payer, et pour la troisième, je n'ai qu'à payer 21 €. Quel est le prix du vélo?
8. Vrai ou faux? Exprime et donne des exemples :
- a) Toutes les fractions sont des nombres rationnels.
- b) Tous les nombres rationnels sont fractionnaires.
- c) Les nombres entiers peuvent être exprimés en fraction.
- d) Une fraction est toujours égale à un nombre décimal périodique.
- e) Un nombre décimal périodique est un nombre rationnel.