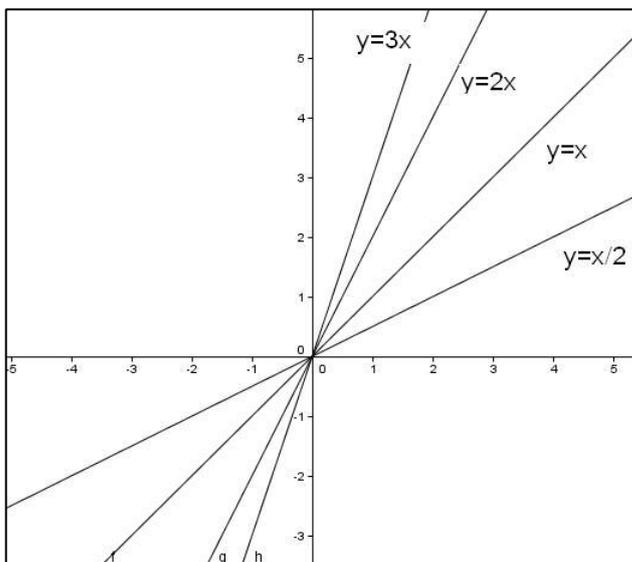


1. FONCTION DE PROPORTIONNALITÉ $y=mx$

Une **fonction de proportionnalité** directe (ou **fonction linéaire**) est définie de la manière suivante $y = mx$, où m est un nombre réel quelconque.

- Les fonctions linéaires se représentent dans le plan par une **droite**. Cette droite passe par **l'origine du repère** (0, 0).
- Le nombre m s'appelle **coefficient directeur** ou **pente** de la droite.
- Si $m > 0$, la fonction est **croissante**, et si $m < 0$ la fonction est **décroissante**.

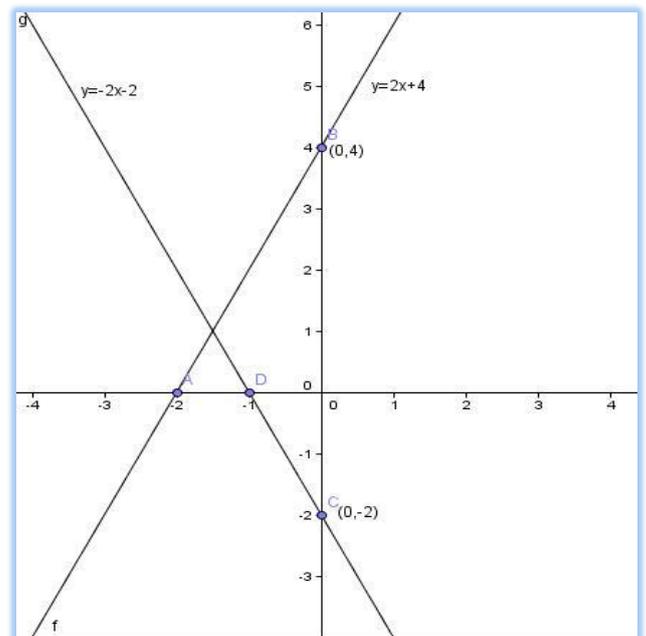
Ex :



2. FONCTION AFFINE $y=mx+n$

Une **fonction affine** est définie de la manière suivante $y = mx + n$, où m et n sont des nombres réels quelconques.

- Les fonctions affines se représentent dans le plan par une **droite**
- Le nombre m s'appelle **coefficient directeur** ou **pente** de la droite.
- Le nombre n est **l'ordonnée à l'origine**. La droite coupe l'axe Y dans le point (0, n).



COMMENT TRACER LA COURBE REPRÉSENTATIVE D'UNE FONCTION LINÉAIRE OU AFFINE.

La courbe d'une fonction affine est une droite : deux points suffisent donc à la tracer. Pour cela on choisit deux valeurs de x au hasard, puis on calcule leurs images. Une fois les deux points obtenus, on les relie (par une droite).

COMMENT OBTENIR UNE ÉQUATION À PARTIR D'UNE REPRÉSENTATION GRAPHIQUE

Quand la représentation graphique d'une fonction est une droite :

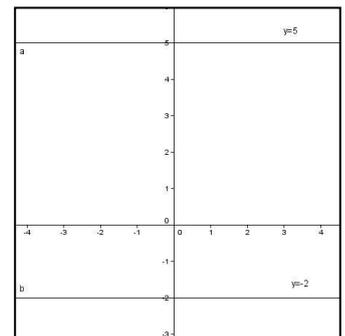
- Si la droite passe par l'origine du repère $(0, 0)$ est une fonction linéaire, $y = mx$, et sa pente, m , est l'ordonnée de $x=1$.
- Si la droite ne passe pas par l'origine du repère est une fonction affine, $y = mx + n$, où n est l'ordonnée de $x=0$ et m est l'ordonnée de $x=1$ moins n .

DROITES PARALLÈLES À L'AXE DES ABCISSES

Une droite *parallèle à l'axe des abscisses* possède une équation de la forme $y=n$ où n est un nombre qui mesure la hauteur algébrique (positive ou négative) de la droite par rapport à l'axe des abscisses. On dit parfois qu'une telle droite est *horizontale*.

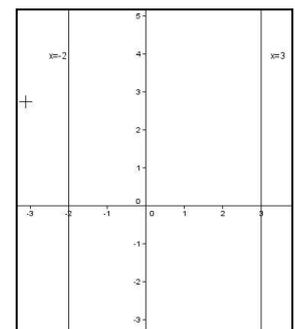
Tous les points d'une telle droite ont la *même ordonnée* : c 'est n .

Sur le dessin, les droites ont pour équations respectives $y = 5$ et $y = -2$.

**DROITES PARALLÈLES À L'AXE DES ORDONNÉES**

Une droite *parallèle à l'axe des ordonnées* possède une équation de la forme $x = k$ où k est un nombre qui mesure l'écart algébrique de la droite par rapport à l'axe des ordonnées. On dit parfois qu'une telle droite est *verticale*. **Ces droites ne sont pas des fonctions.**

Tous les points d'une telle droite ont la *même abscisse* : c 'est k .

**DROITES SÉCANTES EST PARALLÈLES****Droites sécantes**

- Deux droites sont *sécantes* si elles se coupent en un point.
- Leurs pentes sont différentes.

Droites parallèles

- Deux droites sont dites **parallèles** si elles ne se coupent pas.
- Leurs pentes sont égales et leurs ordonnées à l'origine sont différentes

3. DROITE OÙ ON CONNAIT UN POINT ET LA PENTE

L'équation d'une droite qui passe par le point (x_0, y_0) et avec pente m est :

$$y = y_0 + m(x - x_0) \quad \text{équation point-pente}$$

<https://www.lesbonsprofs.com/exercice/mathematiques-3e/fonctions/qcm-les-fonctions-affines-et-lineaires>

<https://www.lesbonsprofs.com/exercice/mathematiques-3e/fonctions/qcm-fonctions-lineaires-et-affines>

<https://www.lesbonsprofs.com/exercice/mathematiques-3e/fonctions/qcm-fonctions-affines-et-lineaires>

4. ÉQUATION D'UNE DROITE QUI PASSE PAR DEUX POINTS

Pour déterminer l'équation d'une droite $y = mx + n$ qui passe par $M(x_1, y_1)$ et $N(x_2, y_2)$:

- On calcule la valeur de la pente :

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\text{différence des ordonnées}}{\text{différence des abscisses}}$$

La pente d'une droite apparaît donc comme le taux d'accroissement des ordonnées par unité d'abscisse

- On calcule la valeur de l'ordonnée à l'origine :

$$n = y_1 - mx_1 = y_2 - mx_2$$

5. APPLICATIONS

Il y a beaucoup de situations réelles où on peut trouver des magnitudes reliées par des fonctions affines ou linéaires.

Exemple :

Le prix de location d'une voiture est de 15 euros, puis de 0,10 euro au kilométrage effectué.

On peut alors compléter le tableau suivant :

Nombre de kilomètres parcourus	100	150	200	250
Prix payé €	25	30	35	40

Lorsque l'on parcourt x kilomètres, le prix y vaut : $y = 0,10 x + 15$ (fonction affine)

Exemple :

Un article subit une augmentation de 10%. Sachant que son prix initial était de 65 euros, son prix après augmentation est de :

$$65 + (10/100) \times 65 = 65 + 0,1 \times 65 = 65 + 6,5 = 71,5$$

Après augmentation, l'article coûte 71,5 euros.

Généralisation :

Un article subit une augmentation de 10%. Sachant que son prix initial était de x euros, son prix après augmentation est de :

$$x + (10/100) x = x + 0,1x = 1,1 x$$

Prix avant augmentation de 10% : x

Prix après augmentation : $y = 1,1 x$

D'où la fonction linéaire associée : $x \mapsto 1,1 x$

6. ÉTUDE CONJOINTE DE DEUX OU PLUS FONCTIONS LINÉAIRES OU AFFINES.

Il y a des fois où l'on a besoin d'une étude conjointe de deux ou plus fonctions linéaires ou affines.

Exemple :

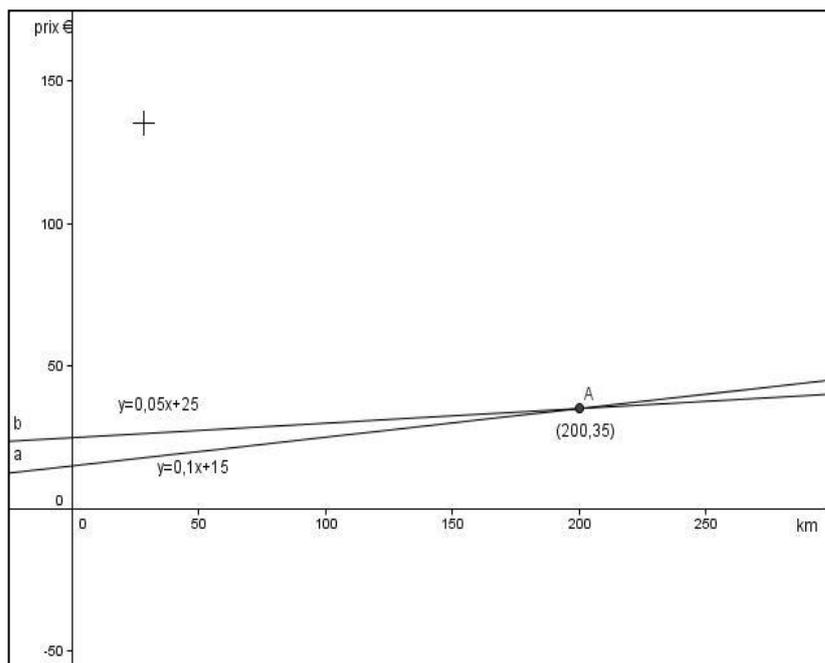
Pour faire un voyage nous voulons louer une voiture. On demande le prix dans deux entreprises :

- Le prix de location d'une voiture est de 15 euros, puis de 0,10 euro au kilométrage effectué dans une entreprise de location A.
- Le prix de location d'une voiture est de 25 euros, puis de 0,05 euro au kilométrage effectué dans une entreprise de location B.

Quelle est la meilleure offre?

Lorsque l'on parcourt x kilomètres, le prix y vaut :

- Pour l'entreprise A :
 $y=0,10x+15$
- Pour l'entreprise B :
 $y=0,05x+25$



On trace les représentations graphiques de ces fonctions affines

Sur le dessin on peut voir que l'entreprise la plus convenable est reliée au nombre de kilomètres parcourus.

Si on parcourt moins de 200 km, la meilleure option serait l'entreprise A, et si on parcourt plus de 200 km, la meilleure option serait l'entreprise B.

<https://www.lesbonsprofs.com/exercice/mathematiques-3e/fonctions/exercice-application-concrete>

7. PARABOLES ET FONCTIONS QUADRATIQUES

Les fonctions $y = ax^2 + bx + c$, avec $a \neq 0$, sont appelées **quadratiques**, la représentation graphique est une **parabole** continue dans tout \mathbb{R}

Orientation de la parabole

Si $a > 0$, la parabole sera ouverte vers le haut

Si $a < 0$, la parabole sera ouverte vers le bas

Coordonnée importante

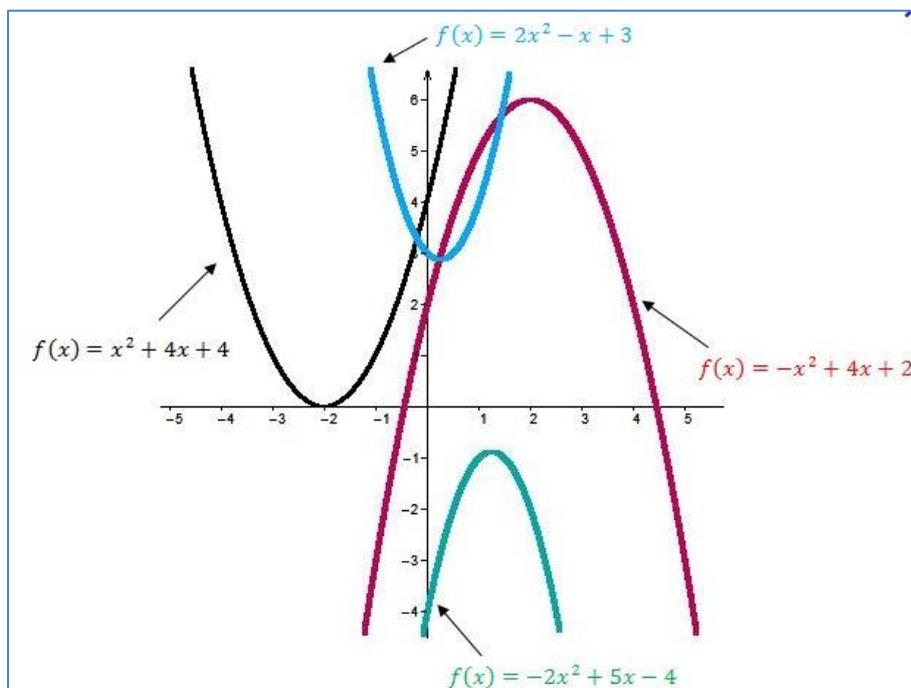
Sommet de la parabole = $\left(\frac{-b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a} \right)$

Représentation graphique

- On calcule $p = \frac{-b}{2a}$
- On calcule le tableau de valeurs proches au sommet
- Points d'intersection de la courbe avec les axes du repère
 - ♦ Le point d'abscisse 0 a pour ordonnée $f(0)$, donc la courbe f coupe l'axe des ordonnées au point $(0, f(0))$
 - ♦ Le point d'ordonnée 0 a pour abscisse la solution de l'équation $f(k)=0$, donc la courbe f coupe l'axe des abscisses au point $(k, 0)$

Il faut résoudre l'équation $ax^2 + bx + c = 0$

- **Graphique**



<https://www.lesbonsprofs.com/exercice/mathematiques-2e/fonctions-de-reference/qcm-la-fonction-carre>

<https://www.lesbonsprofs.com/exercice/mathematiques-2e/fonctions-de-reference/qcm-fonction-carre-et-fonction-lineaire>

<https://www.lesbonsprofs.com/exercice/mathematiques-2e/fonctions-de-reference/qcm-second-degre>