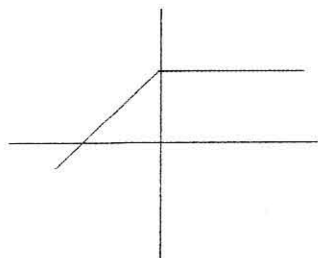


TEMA 4 – FUNCIONES ELEMENTALES I

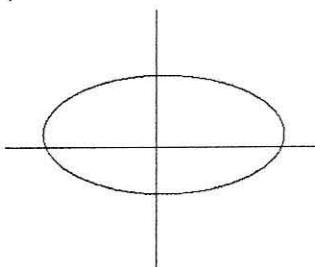
DEFINICIÓN DE FUNCIÓN

EJERCICIO 1 : Indica cuáles de las siguientes representaciones corresponden a la gráfica de una función. Razona tu respuesta:

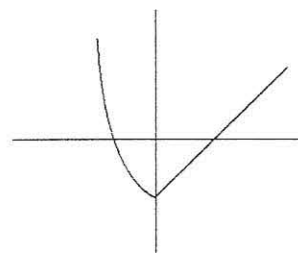
a)



b)



c)



Solución:

a) y c) son funciones, porque para cada valor de "x" hay un único valor de "y".
b) no es una función, porque para cada valor de "x" hay dos valores de "y".

DOMINIO

EJERCICIO 2 : Calcular el dominio de las siguientes funciones

a) $f(x) = x^2 - 4x + 3$

b) $f(x) = \frac{2x + 3}{x^2 - 4x + 3}$

c) $f(x) = \sqrt[3]{x^2 - 4x + 3}$

d) $f(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 3}$

e) $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 4x + 3}}{x + 1}$

f) $f(x) = \frac{x + 1}{\sqrt{x^2 - 4x + 3}}$

g) $f(x) = \sqrt{\frac{x + 1}{x^2 - 4x + 3}}$

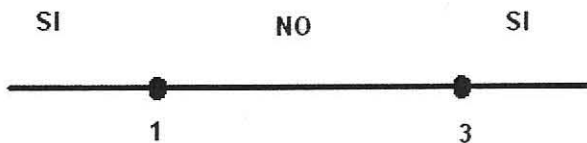
Solución:

a) $D(f) = \mathbb{R}$

b) $D(f) = \mathbb{R} - \{x \mid x^2 - 4x + 3 = 0\}$ $x^2 - 4x + 3 = 0 \Rightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 12}}{2} = \begin{cases} 3 \\ 1 \end{cases} \Rightarrow D(f) = \mathbb{R} - \{1, 3\}$

c) $D(f) = \mathbb{R}$

d) $D(f) = \{x \mid x^2 - 4x + 3 \geq 0\} \Rightarrow x^2 - 4x + 3 \geq 0$

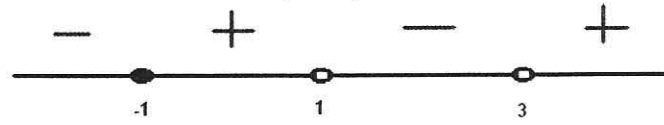


$$D(f) = (-\infty, 1] \cup [3, +\infty)$$

e) $\begin{cases} x^2 - 4x + 3 \geq 0 \\ x + 1 \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \in (-\infty, 1] \cup [3, +\infty) \\ x \neq -1 \end{cases} \Rightarrow x \in (-\infty, -1) \cup (-1, 1] \cup [3, +\infty)$

f) $\begin{cases} x^2 - 4x + 3 \geq 0 \\ x^2 - 4x + 3 \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \in (-\infty, 1] \cup [3, +\infty) \\ x \notin \{1, 3\} \end{cases} \Rightarrow x \in (-\infty, 1) \cup (3, +\infty)$

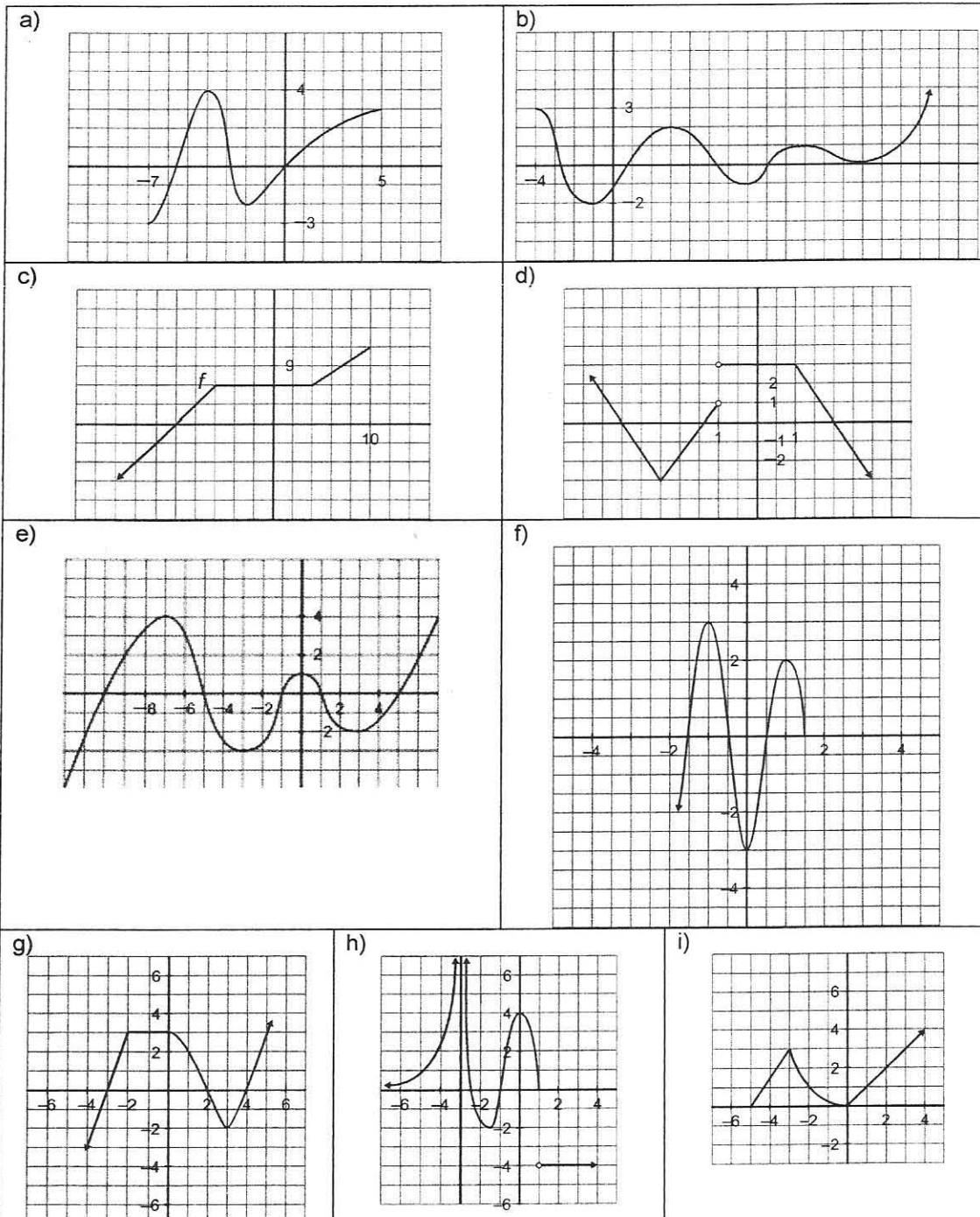
$$g) \frac{x+1}{x^2-4x+3} \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} x+1=0 \\ x^2-4x+3=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=-1 \\ x=\begin{cases} 1 \\ 3 \end{cases} \end{cases}$$



$$x \in (-\infty, -1] \cup (3, +\infty)$$

PROPIEDADES DE LAS FUNCIONES

EJERCICIO 3 : Dada las gráficas de las siguientes funciones, estudia sus propiedades:



Solución:

- a) $Dom f = [-7, 5]$
 $Rec f = [-3, 4]$
 Puntos de corte con los ejes: OX: (-5,5;0); (-2,8,0), (0,0) OY: (0,0)
 Simetría: No es simétrica
 Continuidad: Continua en [-7,5]
 Tendencia y periodicidad: No tiene
 Monotonía: Creciente $[-7,-4) \cup (-2,5]$; Decreciente $(-4,-2)$
 Extremos relativos: Máximo relativo (-4,4) y Mínimo relativo (-2,-2)
 Extremos absolutos: Máximo absoluto (-4,4) y Mínimo absoluto (-7,-3)
 Curvatura: Cóncava $(-6,-3) \cup (0,5]$ y Convexa $[-7,-6) \cup (-3,0)$
 Puntos de Inflexión: (-6,-1), (-3,2), (0,0)
- b) $Dom f = [-4, \infty)$
 $Rec f = [-2, \infty)$
 Puntos de corte con los ejes: OX: (-2,7;0); (1,0), (5,5;0), (8,0), (13,0) y OY: (0,-1,2)
 Simetría: No es simétrica
 Continuidad: Continua en $[-4, \infty)$
 Tendencia y periodicidad: Cuando x tiende a $+\infty$, la función tiende a $+\infty$
 Monotonía: Creciente $(-1,3) \cup (7,10) \cup (13, +\infty)$; Decreciente $[-4,-1) \cup (3,7) \cup (10,13)$
 Extremos relativos: Máximos relativos (3,2), (10,1) y Mínimo relativo (-1,-2), (7,-1), (13,0)
 Extremos absolutos: Máximo absoluto: No tiene y Mínimo absoluto (-1,-2)
 Curvatura: Cóncava $[-4,-3) \cup (0;5,2) \cup (8,12)$ y Convexa $(-3,0) \cup (5,2;8) \cup (12, +\infty)$
 Puntos de Inflexión: (-3;1,8), (5,2;0), (8,0), (12;0,8)
- c) $Dom f = (-\infty, 10]$
 $Rec f = (-\infty, 12]$
 Puntos de corte con los ejes: OX: (-10,0) OY: (0,6)
 Simetría: No es simétrica
 Continuidad: Continua en $(-\infty, 10]$
 Tendencia y periodicidad: Cuando x tiene a $-\infty$, la función tiene a $-\infty$
 Monotonía: Creciente $(-\infty,-6) \cup (4,10]$; Constante (-6,4)
 Extremos relativos: No tiene
 Extremos absolutos: Máximo absoluto (10,12) y Mínimo absoluto no tiene
 Curvatura: No tiene
 Puntos de Inflexión: No tiene
- d) $Dom f = (-\infty,-1) \cup (-1, +\infty) = \mathbb{R} - \{-1\}$
 $Rec f = \mathbb{R}$
 Puntos de corte con los ejes: OX: (-3,5;0), (-1,3;0), (2,0) OY: (0,3)
 Simetría: No es simétrica
 Continuidad: Continua en $\mathbb{R} - \{-1\}$. En $x = -1$ es discontinua inevitable de salto finito (Salto 2)
 Tendencia y periodicidad: Cuando la x tiende a $-\infty$ la función tiende a $+\infty$. Cuando la x tiende a $+\infty$, la función tiende a $-\infty$.
 Monotonía: Creciente $(-2,5;-1)$; Decreciente $(-\infty;-2,5) \cup (1, +\infty)$; Constante (-1,1)
 Extremos relativos: Máximo relativo: No tiene y Mínimo relativo (-2,5;-3)
 Extremos absolutos: Máximo absoluto: No tiene y Mínimo absoluto: No tiene
 Curvatura: No tiene
 Puntos de Inflexión: No tiene
- e) $Dom f = \mathbb{R}$ $Rec f = \mathbb{R}$
 Puntos de corte con los ejes: OX: (-10,0), (-5,0), (-1,0), (1,0), (5,0) y OY: (0,1)
 Simetría: No es simétrica
 Continuidad: Continua en \mathbb{R}
 Tendencia y periodicidad: Cuando la x tiende a $-\infty$, la función tiende a $-\infty$. Cuando x tiende a $+\infty$, la función tiende a $+\infty$
 Monotonía: Creciente $(-\infty,-7) \cup (-3,0) \cup (3, +\infty)$; Decreciente $(-7,-3) \cup (0,3)$
 Extremos relativos: Máximos relativos (-7,4), (0,1) y Mínimos relativos (-3,-3), (3,-2)
 Extremos absolutos: Máximo absoluto: No tiene y Mínimo absoluto: No tiene
 Curvatura: Cóncava $(-\infty,-5) \cup (-1,1)$ y Convexa $(-5,-1) \cup (1, +\infty)$
 Puntos de Inflexión: (-5,0), (-1,0), (1,0)

- f) $Dom f = (-\infty; 1,5]$
 Rec $f = (-\infty, 3]$
 Puntos de corte con los ejes: OX: $(-1,5;0)$, $(-0,5;0)$, $(0,5;0)$, $(1,5;0)$ y OY: $(0,-3)$
 Simetría: No es simétrica
 Continuidad: Continua en $(-\infty; 1,5]$
 Tendencia y periodicidad: Cuando x tiende a $-\infty$, la función tiende a $-\infty$
 Monotonía: Creciente $(-\infty, -1) \cup (0, 1)$; Decreciente $(-1, 0) \cup (1; 1,5]$
 Extremos relativos: Máximos relativos $(-1, 3)$, $(1, 3)$ y Mínimo relativo $(0, -3)$
 Extremos absolutos: Máximo absoluto: $(-1, 3)$ y Mínimo absoluto: No tiene
 Curvatura: Cóncava $(-\infty, -0,5) \cup (0,5; 1,5]$ y Convexa $(-0,5; 0,5)$
 Puntos de Inflexión: $(-0,5; 0)$, $(0,5; 0)$
- g) $Dom f = \mathbb{R}$
 Rec $f = \mathbb{R}$
 Puntos de corte con los ejes: OX: $(-3, 0)$, $(2, 0)$, $(4, 0)$ y OY: $(0, 3)$
 Simetría: No es simétrica
 Continuidad: Continua en \mathbb{R}
 Tendencia y periodicidad: Cuando x tiende a $-\infty$, la función tiende a $-\infty$. Cuando x tiende a $+\infty$, la función tiende a $+\infty$
 Monotonía: Creciente $(-\infty, -2) \cup (3, +\infty)$; Constante $(-2, 0)$; Decreciente $(0, 3)$
 Extremos relativos: Máximos relativos: No tiene y Mínimo relativo $(3, -2)$
 Extremos absolutos: No tiene
 Curvatura: Cóncava $(0, 3)$ y Convexa $(3, +\infty)$
 Puntos de Inflexión: $(3, -2)$
- h) $Dom f = \mathbb{R} - \{-3\}$
 Rec $f = \{-4\} \cup [-2, +\infty)$
 Puntos de corte con los ejes: OX: $(-2,5;0)$; $(-1,0)$, $(1;0)$ y OY: $(0,4)$
 Simetría: No es simétrica
 Continuidad: Continua en $\mathbb{R} - \{-3, 1\}$. En $x = -3$ es discontinua inevitable de salto finito. En $x = 1$ es discontinua inevitable de salto finito (salto 4)
 Tendencia y periodicidad: Cuando x tiende a $-\infty$, la función tiende a 0. Cuando x tiende a $+\infty$, la función tiende a -4 . Asíntotas: Asíntota vertical $x = -3$ (Se va al infinito). Asíntota horizontal $y = 0$
 Monotonía: Creciente $(-\infty, -3) \cup (-1,5, 0)$; Constante $(1, +\infty)$; Decreciente $(-3; -1,5) \cup (0, 1]$
 Extremos relativos: Máximos relativos $(0, 4)$ y Mínimo relativo $(-1,5; -2)$
 Extremos absolutos: Máximo absoluto: No tiene y Mínimo absoluto $\{(x, -4) / x \in (1, +\infty)\}$
 Curvatura: Cóncava $(-1, 1)$ y Convexa $(-\infty, -3) \cup (-3, -1)$
 Puntos de Inflexión: $(-1, 0)$
- i) $Dom f = [-5, \infty)$
 Rec $f = [0, \infty)$
 Puntos de corte con los ejes: OX: $(-5, 0)$, $(0, 0)$ OY: $(0, 0)$
 Simetría: No es simétrica
 Continuidad: Continua en $[-5, \infty)$
 Tendencia y periodicidad: Cuando x tiende a $+\infty$, la función tiende a $+\infty$
 Monotonía: Creciente $[-5, -3) \cup (0, +\infty)$; Decreciente $(-3, 0)$
 Extremos relativos: Máximos relativos $(-3, 3)$ y Mínimo relativo $(0, 0)$
 Extremos absolutos: Máximo absoluto: No tiene y Mínimo absoluto $(-5, 0)$, $(0, 0)$
 Curvatura: Convexa $(-3, 0)$
 Puntos de Inflexión: No tiene