

1. Hallar una función polinómica de 2º grado sabiendo que pasa por el punto (1,3) y tiene un extremo en el punto (2,2).
2. Hallar $f(x) = ax^2 + bx + c$ sabiendo que pasa por (0,3) y tiene un extremo en (1,2).
3. Hallar una función polinómica de 3º grado sabiendo que se corta con un eje en el punto de ordenada 4, pasa por (3,10) y tiene un punto de inflexión en (1,4).
4. Hallar $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ sabiendo que tiene un máximo en (0,4) y un mínimo en (2,0).
5. Hallar $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ sabiendo que tiene extremos en los puntos de abscisa 0 y 4 y que pasa por el punto (1,1).
6. Hallar $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ sabiendo que pasa por el punto (2,-4) y tiene un punto de inflexión en (1,-1).
7. Hallar la función $f(x) = \frac{x^2 + ax + b}{x^2 + ax + c}$ sabiendo que pasa por el origen de coordenadas y tiene un extremo en el punto (2, -1).
8. Hallar la ecuación de la recta tangente a la función $f(x) = x^2 - x$ en el punto de abscisa -1.
9. Hallar la ecuación de la tangente a la curva $y = x^3 - 6x^2 + 16x - 11$ en su punto de inflexión.
10. Dada la función $f(x) = 2x^4 - x^2 + x$ averiguar en que punto de su gráfica la recta tangente a la función forma un ángulo de 45º con la horizontal.
11. Hallar la recta tangente a $f(x) = x^3 - 2x + \frac{1}{x}$ en el punto de abscisa 1.
12. Hallar la ecuación de la tangente a la función $y = \operatorname{tg} \sqrt{x}$ en $x = \pi^2/9$.
13. Demostrar que la tangente a la curva $y = x^5 (\operatorname{sen} x + 3) - 5x^2 e^{2x+1}$ en $x = 0$ es horizontal.
14. Hallar los puntos de la curva $y = 3x^2 - 5x + 12$ en los que la recta tangente a ella pasa por el (0,0). Hallar también dichas tangentes.
15. Determinar los puntos de la curva $y = x^3 + 9x^2 - 9x + 15$ en los que la recta tangente es paralela a la recta $y = 12x + 5$.
16. En el segmento de la parábola $y = x^2$ comprendido entre los puntos A(1,1) y B(3,9), hallar un punto tal que la recta tangente a la función en él sea paralela a la recta que une A y B.
17. Hallar a y b para que la parábola $y = x^2 + ax + b$ sea tangente a la recta $y = x$ en (-1,-1).
18. Hallar k para que las rectas tangentes a la función $f(x) = kx^3 - k^2x^2 + 7x - 18$ en los puntos de abscisas $x = 1$ y $x = 2$ sean paralelas.

19. Dada la función $y = x^2 + 3$ se pide:

- Ecuación de la recta tangente en el punto $x = 1$.
- Abscisa del punto en el que la recta tangente es horizontal.

20. Encontrar la función polinómica de tercer grado cuya segunda derivada es $x - 1$ y tiene un mínimo en $(4, -\frac{1}{3})$.

21. Comprobar que la derivada de $f(x) = \operatorname{arctg} \frac{1+x}{1-x} - \operatorname{arctg} x$ es nula.

22. ¿Para qué valores de x tiene sentido la expresión $f(x) = \sqrt{4+x} + \sqrt{4-x} - 2\sqrt{2}$? Hallar los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los extremos de dicha función.

23. Hallar los intervalos de concavidad y convexidad y las asíntotas de la función $y = \frac{e^{-x}}{1-x}$

24. Hallar intervalos de crecimiento y decrecimiento, extremos y asíntotas de $y = \frac{x^2 + x}{x-1}$

25. Hallar los intervalos de concavidad y convexidad y los puntos de inflexión de $y = 2x^2 + \operatorname{Ln} x$

26. Estudiar la continuidad y derivabilidad de $f(x) = \begin{cases} 2x + 5 & \text{si } x \leq -2 \\ x^2 - 3 & \text{si } -2 < x < 0 \\ 0 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

27. Estudiar la continuidad y derivabilidad de las funciones siguientes:

$$f(x) = |x-2|$$

$$f(x) = \frac{|x|}{x^2 - 1}$$

$$f(x) = |x| + |x-1|$$

28. ¿Es continua y derivable en $x = 0$ la función siguiente? $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{e^x - 1} & \text{si } x \neq 0 \\ 1 & \text{si } x = 0 \end{cases}$

29. Determinar a y b para que las siguientes funciones sean continuas y derivables:

$$g(x) = \begin{cases} x^3 - x & \text{si } x \leq 0 \\ ax + b & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

$$h(x) = \begin{cases} \operatorname{sen} x & \text{si } x \leq 0 \\ -x^2 + ax + b & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} x^3 + 2 & \text{si } x \leq 0 \\ \sqrt{ax + b} & \text{si } 0 < x \leq 2 \\ \frac{3}{\sqrt{2}} - \frac{x}{2\sqrt{2}} & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

SOLUCIONES BOLETÍN 5:

1. a) $\mathbb{R} - \{-5, 3\}$ b) $\mathbb{R} - \{-1, 0, 1\}$ c) \mathbb{R} d) $[-2, 0] \cup [2, +\infty)$ e) $[0, +\infty) - \{3\}$ f) \mathbb{R}
g) $(-\infty, 0) \cup [1, +\infty)$ h) $(-\infty, -2) \cup (-2, -1) \cup (-1, 0] \cup [2, +\infty)$ i) $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$ j) (Error)
k) $[0, +\infty)$ l) $\mathbb{R} - \{2\}$ m) $(-\infty, -4) \cup (4, +\infty)$ n) $(-\infty, -2) \cup (1, +\infty)$ o) $(0, +\infty)$ p) $(0, +\infty)$
q) $(-\infty, -4) \cup [3, +\infty)$ r) $(0, +\infty)$

2. $(f \circ g)(x) = x - 6 + \sqrt{x - 6}$ $(g \circ f)(x) = \sqrt{x^2 + x - 6}$ $g^{-1}(x) = x^2 + 6$ $(g \circ g^{-1})(x) = x$

3. 1) 0 2) $\frac{3}{2}$ 3) ∞ 4) $-\infty$ 5) $\frac{1}{2}$ 6) ∞ 7) ∞ 8) 0 9) 0 10) -5 11) 0 12) 0 13) $-\frac{1}{4}$ 14) $\frac{3}{2}$
15) ∞ 16) -2 17) 1 18) 0 19) 0 20) 1 21) 0 22) 1 23) 0 24) 1 25) 0 26) $-\frac{1}{2}$ 27) 2
28) -2 29) $-\frac{1}{2}$ 30) $\frac{1}{16}$ 31) -4 32) $\frac{4}{3}$

4. 1) Continua

2) En $x = 0$, salto finito. En $x = 4$, continua. En el resto continua

3) En $x = -\frac{3}{2}$ salto infinito. En $x = 0$, salto infinito. En el resto continua

4) En $x = 1$ salto infinito, en $x = 3$, salto finito. En el resto continua.

5) En $x = 1$ continua. En $x = 2$, salto infinito. En el resto continua

6) En $x = 0$ salto infinito. En $x = 2$, salto finito. En el resto continua

7) En $x = -3$ continua. En $x = 5$ desigualdad evitable. En $x = 6$ salto finito. En el resto continua

8) En $x = -1$ salto infinito. En $x = 2$, continua. En el resto continua