

1. Calcula el dominio de las siguientes funciones:

- |   |   |   |
|---|---|---|
| a) $f(x) = \frac{x}{x^2 + 2x - 15}$       | b) $f(x) = \frac{3 - x}{x^3 - x}$                           | c) $f(x) = \frac{2x^3}{x^2 + 1}$                    |
| d) $f(x) = \sqrt{x^3 - 4x}$               | e) $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x - 3}$                          | f) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}$                |
| g) $f(x) = \sqrt{\frac{x - 1}{x}}$        | h) $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 2x}}{(x^2 - 1) \cdot (x + 2)}$ | i) $f(x) = \frac{\sqrt[5]{x - 7}}{\sqrt{2x^2 - 8}}$ |
| j) $f(x) = \sqrt[3]{x^3 + 2x^2 - 9x - 1}$ | k) $f(x) = 2^{\sqrt{x}}$                                    | l) $f(x) = 7^{\frac{1}{x-2}}$                       |
| m) $f(x) = \log(x^2 - 16)$                | n) $f(x) = \text{Ln} \frac{x+2}{x-1}$                       | o) $f(x) = \frac{1}{\log_2 x}$                      |
| p) $f(x) = \frac{\log x}{\sqrt{x+3}}$     | q) $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - x - 6}}{\log(x^2 + 3x - 4)}$   | r) $f(x) = 3^{\frac{\text{Ln} \frac{1}{x}}{x}}$     |

2. Dadas las funciones:  $f(x) = x^2 + x$        $g(x) = \sqrt{x - 6}$   
Calcula:  $f \circ g$ ,  $g \circ f$ ,  $g^{-1}$ ,  $g \circ g^{-1}$

3. Calcula los límites de las siguientes funciones:

- |   |  |
|---|--|
| 1) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 2x + 3}{3x^4 - 1}$                              | 2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 4x + 1}{2x^2 + 5}$                        |
| 3) $\lim_{x \rightarrow \infty} (2x^2 - x^4 + 2x^5 + 7)$                                    | 4) $\lim_{x \rightarrow \infty} (x^3 - x^6 + 2x + 7)$                                  |
| 5) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2}{2x - 1} - \frac{x^2 + 1}{2x + 1} \right)$ | 6) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x^2}{x - 1} - \frac{x^2}{x + 5} \right)$ |
| 7) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2}{x + 1} - \frac{4 - x^2}{x - 1} \right)$   | 8) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 1} - x)$                                  |
| 9) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - 1} - \sqrt{x^2 + 1})$                          | 10) $\lim_{x \rightarrow \infty} (x - \sqrt{x^2 + 10x})$                               |
| 11) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 8} - \sqrt{x^2 + 4})$                         | 12) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x} / x) = 0$                                   |
| 13) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{4x^2 - x - 1} - 2x)$                                | 14) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 3x} - x)$                                |
| 15) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 + x + 5x^2}}{(x + 5)\sqrt{x + 3}}$         | 16) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2x^4 - 3x} + x}{x^2 - \sqrt{4x^4 - 5}}$   |
| 17) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{x - 2}{x^3 + 5} \right)^{x+3}$            | 18) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x}{x + 1} \right)^{x^2}$                 |

$$19) \lim_{x \rightarrow \infty} \left( 1 - \frac{x+3}{2x-5} \right)^x$$

$$21) \lim_{x \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{x}{x+1} \right)^{-x}$$

$$23) \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2+x}{2x+7} \right)^{-x+1}$$

$$25) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2+4x+4}{x^2+2x}$$

$$27) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^2-1}{x}$$

$$29) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\sqrt{x+1}}{x}$$

$$31) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{2-\sqrt{x+4}}$$

$$20) \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x^2+1}{3x^2-1} \right)^{\frac{x^2}{x+1}}$$

$$22) \lim_{x \rightarrow \infty} \left( 1 - \frac{x+5}{2x-1} \right)^{\frac{1}{x}}$$

$$24) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x-1} + \sqrt{x+1}}{\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1}}$$

$$26) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3+2x^2+3x}{x^4-6x}$$

$$28) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3+5x^2+7x+3}{x^3+2x^2+x}$$

$$30) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x-3}-1}{x^2-16}$$

$$32) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+9}-3}{\sqrt{x+16}-14}$$

4. Estudia la continuidad de las siguientes funciones:

$$1) f(x) = \begin{cases} 7x-3 & \text{si } x < 1 \\ 5-x & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

$$2) f(x) = \begin{cases} x+1 & \text{si } x \leq 0 \\ x^2 & \text{si } 0 < x \leq 4 \\ 4x & \text{si } x > 4 \end{cases}$$

$$3) f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{3+2x} & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{1}{x} & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

$$4) f(x) = \begin{cases} \frac{x+5}{x-1} & \text{si } x \leq 3 \\ \frac{1}{x+1} & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

$$5) f(x) = \begin{cases} x^2-3x & \text{si } x < 1 \\ \frac{3x-1}{x-2} & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

$$6) f(x) = \begin{cases} x^2-3x+2 & \text{si } x < 0 \\ \frac{1}{x} & \text{si } 0 \leq x < 2 \\ 2x+3 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

$$7) f(x) = \begin{cases} 2x-5 & \text{si } x < -3 \\ x^2-20 & \text{si } -3 \leq x < 5 \\ 6 & \text{si } x = 5 \\ 3x-10 & \text{si } 5 < x < 6 \\ x^2-40 & \text{si } x > 6 \end{cases}$$

$$8) f(x) = \begin{cases} \frac{x+3}{x+1} & \text{si } x < -1 \\ x^2-3 & \text{si } -1 \leq x \leq 2 \\ 3x-5 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

## SOLUCIONES DEL BOLETÍN 4

1. Halla el lugar geométrico de los puntos, P, del plano tales que su distancia a Q(2, 4) sea igual a 3. ¿De qué figura se trata?

**Circunferencia**  $x^2 + y^2 - 4x - 8y + 11 = 0$

2. Halla el lugar geométrico de los puntos del plano cuya suma de cuadrados de distancias a los puntos A(-4, 0) y B(4, 0) es 40. Identifica la figura resultante. **Circunferencia**  $x^2 + y^2 = 4$

3. Hallar la ecuación que verifican los puntos del plano que equidistan del punto (3, 0) y de la recta  $x = -4$  **Parábola de eje horizontal**  $y^2 = 14x + 7$

4. Hallar las ecuaciones de las circunferencias siguientes:

a) C(0,3) y r=3

$$x^2 + (y-3)^2 = 9$$

b) C(-2, -3) y pasa por el punto (1,4)

$$r = \sqrt{58}$$

c) C(3,4) y es tangente al eje de abscisas

$$r = 4$$

d) Tiene por diámetro el segmento de extremos A(2,0) y B(-6,6)

$$C(-2,3) \text{ y } r=5$$

5. Hallar el centro y el radio de las circunferencias siguientes:

a)  $x^2 + y^2 - 4x - 6y - 12 = 0$

$$C(2,3) \text{ y } r=5$$

b)  $4x^2 + 4y^2 - 4x + 12y - 6 = 0$

$$C(1/2, -3/2) \text{ y } r=2$$

c)  $x^2 + y^2 + 3x + y + 10 = 0$

*No es circunferencia*

d)  $(1/2)x^2 + (1/2)y^2 + 3x + y + 5 = 0$

$$\text{Punto } (-3, -1)$$

6. Dada la circunferencia de ecuación  $x^2 + y^2 - 12x + 10y - 11 = 0$ , calcular las rectas tangentes a ella que son paralelas a la recta  $x + y + 4 = 0$   $x + y + 11 = 0$   $x + y - 13 = 0$

7. Estudia la posición relativa de la recta  $r : 2x - 3y + 5 = 0$  y la circunferencia:  $x^2 + y^2 - 6x - 2y + 6 = 0$  **La recta es exterior a la circunferencia**

8. Escribir las ecuaciones reducidas de las siguientes elipses:

a) Sus ejes miden 7 y 5 cm respectivamente.

$$\frac{x^2}{49/4} + \frac{y^2}{25/4} = 1$$

b) El eje menor mide 4 cm y la elipse pasa por (2,1)

$$x^2/(16/3) + y^2/4 = 1$$

c) Pasa por los puntos (2,0) y  $(1, \sqrt{3}/2)$

$$x^2/4 + y^2 = 1$$

9. Halla las tangentes a la elipse  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$  que pasan por el punto P(5, 0)

$$y = \frac{1}{2}(x-5) \quad y = -\frac{1}{2}(x-5)$$

10. Escribir las ecuaciones reducidas de las siguientes hipérbolas:  $x^2/225 - y^2/64 = 1$
- a) La distancia focal es 34 cm y uno de los focos dista del vértice más próximo 2 cm.
- b) Pasa por los puntos  $(4, \sqrt{6})$  y  $(2\sqrt{3}, 2)$   $x^2/4 - y^2/2 = 1$
- c) Uno de los focos dista de ambos vértices 2 y 50 cm respectivamente.  
 $x^2/576 - y^2/100 = 1$
11. Escribir la ecuación de la elipse de focos  $F(3,0)$  y  $F'(-3,0)$  sabiendo que pasa por el punto  $(0,4)$ .  $x^2/25 + y^2/16 = 1$
12. En la elipse de ecuación  $x^2/6 + y^2/3 = 1$  se quiere inscribir un rectángulo de lados paralelos a los ejes. Averiguar sus vértices sabiendo que tiene 8 unidades cuadradas de área.  
 $(2,1), (2,-1), (-2,-1)$  y  $(-2,1)$  o  $(\sqrt{2}, \sqrt{2}), (\sqrt{2}, -\sqrt{2}), (-\sqrt{2}, -\sqrt{2})$  y  $(-\sqrt{2}, \sqrt{2})$
13. En la elipse  $x^2/16 + y^2/(16/5) = 1$  se inscribe un triángulo equilátero uno de cuyos vértices es el que la elipse forma con el semieje positivo de abscisas. Averiguar éstos vértices.  
 $(4,0), (1, \sqrt{3})$  y  $(1, -\sqrt{3})$
14. Hallar la ecuación reducida de la hipérbola de foco  $F(3,0)$  y excentricidad 2. Escribir además las ecuaciones de sus asíntotas.  $x^2/(9/4) - y^2/(27/4) = 1$  Asíntotas:  $\sqrt{3} x \pm y = 0$
15. Hallar la ecuación de la hipérbola de semieje real 4 cm, sabiendo que sus asíntotas forman un ángulo de  $60^\circ$ .  
 $x^2/16 - y^2/48 = 1$  o  $x^2/16 - y^2/(16/3) = 1$
16. Escribir la ecuación reducida de la parábola de foco  $F(3,0)$ .  $y^2 = 12x$
17. Escribir la ecuación general de la parábola de vértice  $V(-1,0)$  y foco  $F(4,0)$ .  $y^2 = 20(x + 1)$