1. Halla el lugar geométrico de los puntos, P, del plano tales que su distancia a Q(2, 4) sea igual a 3. ¿De qué figura se trata?

2. Halla el lugar geométrico de los puntos del plano cuya suma de cuadrados de distancias a los puntos A(–4, 0) y B(4, 0) es 40. Identifica la figura resultante.

3. Hallar la ecuación que verifican los puntos del plano que equidistan del punto (3, 0) y de la recta $x = -4$

4. Hallar las ecuaciones de las circunferencias siguientes:

a) C(0,3) y r=3
b) C(–2, –3) y pasa por el punto (1,4)
c) C(3,4) y es tangente al eje de abscisas
d) Tiene por diámetro el segmento de extremos A(2,0) y B(-6,6)

5. Hallar el centro y el radio de las circunferencias siguientes:

a) $x^2 + y^2 - 4x - 6y - 12 = 0$
b) $4x^2 + 4y^2 - 4x + 12y - 6 = 0$
c) $x^2 + y^2 + 3x + y + 10 = 0$
d) $(1/2)x^2 + (1/2)y^2 + 3x + y + 5 = 0$

6. Dada la circunferencia de ecuación $x^2 + y^2 - 12x + 10y - 11 = 0$, calcular las rectas tangentes a ella que son paralelas a la recta $x + y + 4 = 0$

7. Estudia la posición relativa de la recta $r : 2x - 3y + 5 = 0$ y la circunferencia: $x^2 + y^2 - 6x - 2y + 6 = 0$

8. Escribir las ecuaciones reducidas de las siguientes elipses:

a) Sus ejes miden 7 y 5 cm respectivamente.
b) El eje menor mide 4 cm y la elipse pasa por (2,1)
c) Pasa por los puntos (2,0) y $(1, \sqrt{3}/2)$

9. Halla las tangentes a la elipse $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$ que pasan por el punto P(5, 0)

10. Escribir las ecuaciones reducidas de las siguientes hipérbolas:

a) La distancia focal es 34 cm y uno de los focos dista del vértice más próximo 2 cm.

b) Pasa por los puntos $(4,\sqrt{6})$ y $(2\sqrt{3},2)$

c) Uno de los focos dista de ambos vértices 2 y 50 cm respectivamente.

11. Escribir la ecuación de la elipse de focos F(3,0) y F'(−3,0) sabiendo que pasa por el punto (0,4).

12. En la elipse de ecuación $x^2/6 + y^2/3 = 1$ se quiere inscribir un rectángulo de lados paralelos a los ejes. Averiguar sus vértices sabiendo que tiene 8 unidades cuadradas de área.

13. En la elipse $x^2 / 16 + y^2 / (16/5) = 1$ se inscribe un triángulo equilátero uno de cuyos vértices es el que la elipse forma con el semieje positivo de abscisas. Averiguar éstos vértices.

14. Hallar la ecuación reducida de la hipérbola de foco F(3,0) y excentricidad 2. Escribir además las ecuaciones de sus asíntotas.

15. Hallar la ecuación de la hipérbola de semieje real 4 cm, sabiendo que sus asíntotas forman un ángulo de 60º.

16. Escribir la ecuación reducida de la parábola de foco F(3,0).

17. Escribir la ecuación general de la parábola de vértice V(−1,0) y foco F(4,0).

Soluciones del Boletín 3:

1) Calcular: i^{15}; i^{37}; i^{108}; i^{-41}; i^{-2} — *$-i$; i; 1; $-i$; -1*

2) Siendo $z_1 = 3 + 2i$ y $z_2 = 4 - 5i$, calcular:

a) $z_1 (z_1 + z_2)$ — *$15-23i$*

b) $\dfrac{z_1}{z_2}$ — $\dfrac{2}{41}+\dfrac{23}{41}i$

c) $\dfrac{z_1^{\,2}+z_2}{z_2}$ — $\dfrac{1}{41}+\dfrac{73}{41}i$

3) Siendo x e y números reales y z complejo, resolver las ecuaciones siguientes:

a) $(2 + i)\cdot(x - i) = y + 3i$ — *$x=5$ $y=11$*

b) $2z + 5i - 4 = \dfrac{z-i-4}{3}$ — $z=\dfrac{8}{5}-\dfrac{16}{5}i$

c) $z^2 + 6z + 10 = 0$ — *$z=-3\pm i$*

d) $(2 + i)\cdot z + 6 - i = 1 + i$ — *$z=-8/5+9/5\,i$*

e) $z^2 - z + 4 = 0$ — *$z=1/2\pm\sqrt{15}\,/2\,i$*

f) $iz - 2i = 3z - 1$ — *$z=1/2-1/2\,i$*

g) $\dfrac{z}{3+2i}+\dfrac{2z-i}{4-2i}=3$ — $z=\dfrac{239}{52}-\dfrac{1}{52}i$

h) $z^3 - 2z^2 + z - 2 = 0$ — *2, i, $-i$*

4) Sabiendo que tg α = 1/3, hallar: Hallar m para que $(3 - 6i)\cdot(2 - mi)$:

a) sea un número real. — *$m=-4$*

b) sea un número imaginario puro. — *$m=1$*

c) tenga su afijo en la bisectriz del primer cuadrante. — *$m=6$*

5) Escribir en forma polar y trigonométrica los complejos siguientes:

a) $\sqrt{6}+\sqrt{2}\,i$ — *$2\sqrt{2}_{\,30^\circ}$*

b) $\sqrt{12}-2i$ — *4_{330°*

c) 4 — *4_{0°*

d) $6i$ — *6_{90°*

e) -8 — *8_{180°*

f) i — *1_{90°*

6) Efectuar las operaciones siguientes:

a) $1_{45^\circ} \cdot 4_{25^\circ} / 2_{35}$ — *2_{35°*

b) $2_{45^\circ} + 3_{60^\circ} - 1_{90^\circ}$ — *$(2+3\sqrt{3}/2)+(\sqrt{2}+1/2)i$*

c) $(1_{\pi/3})^6$ — *1_{0°*

d) $(1 + i)^4$ — *-4*

e) $\left(\dfrac{1+i}{1-i}\right)^4$ — *1*

f) $\sqrt[3]{27_{\,30^\circ}}$ — *3_{10° 3_{130° 3_{250°*

g) $\sqrt[4]{16\,i}$ — *$2_{22.5^\circ}$ $2_{112.5^\circ}$ $2_{202.5^\circ}$ $2_{292.5^\circ}$*

h) $\sqrt[6]{-1}$ — *1_{30° 1_{90° 1_{150° 1_{210° 1_{270° 1_{330°*

i) $(2 + 2i)^6$ — *$512_{\,270^\circ}$*

j) $\sqrt[4]{-8\sqrt{3}+8\,i}$ — *$2_{\,37.5^\circ}$, $2_{\,127.5^\circ}$, $2_{\,217.5^\circ}$, $2_{\,307.5^\circ}$*

7) ¿La recta x–y+5 = 0 pasa por alguno de los puntos: (0,–5), (2,1), (1,–1), (–8,–3)? *(–8,–3)*

8) Determinar la posición de los siguientes pares de rectas:

a) 2x+3y = 0	4x+6y+8 = 0	*Paralelas*
b) x–y = 0	2x+y–1 = 0	*Secantes*
c) x–2y = –1	4x+2y = 3	*Secantes*
d) 3x+2y–5 = 0	2x–3y+4 = 0	*Secantes*
e) y = x–2	x / 3 + y / 2 =1	*Secantes*
f) $\left.\begin{array}{l} x=4+3\lambda \\ y=-1+\lambda \end{array}\right\}$	$\left.\begin{array}{l} x=2+6\lambda \\ y=3+2\lambda \end{array}\right\}$	*Paralelas*
g) y = 2x+5	6x–3y+15 = 0	*Coincidentes*

9) Hallar las rectas paralela y perpendicular a la recta r pasando por el punto P en cada caso:

a) r ≡ 5x–2y–3 = 0 P(1,3) $||$ *5x–2y+1=0* $\perp$ *2x+5y–17=0*

b) r ≡ 3x–y+1 = 0 P punto de abscisa 1 de r $\perp$ *x+3y–13=0*

c) r ≡ $\frac{x-4}{3}=\frac{y+1}{-2}$ P(–1,–2) $||\ \frac{x+1}{3}=\frac{y+2}{-2}$ $\perp\ \frac{x+1}{2}=\frac{y+2}{3}$

10) Dado el triángulo de vértices A(–1,2), B(4,–1) y C(3,4), escribir:

a) Ecuación general del lado AB *3x+5y–7=0*

b) Ecuación continua de la mediana desde el vértice B *(x–1)/3=(y–3)/–4*

c) Ecuación explícita de la recta paralela al lado AB pasando por C *y= –3/5 x + 29/5*

d) Ecuación vectorial de la altura desde C *(x,y)=(3,4)+λ(3,5)*

11) Escribir la ecuación de la recta paralela a t que pasa por la intersección de r y s, siendo sus ecuaciones: r ≡ $\frac{x-1}{2}=\frac{y-5}{-7}$ s ≡ (x,y) = (–2,0)+λ(5,–2) t ≡ x+3y–1 = 0

r∩s=(3,–2) *x+3y+3=0*

12) Calcular la distancia entre los pares de puntos siguientes:

a) A(–5,3) y B(2, –6) b) P(1,0) y Q(–3,1) c) M(4,2) y N(–2,5)

d(A,B)= $\sqrt{130}$ *d(P,Q)=* $\sqrt{17}$ *d(M,N)=* $\sqrt{45}$

13) Hallar la distancia entre los pares de rectas siguientes:

a) 3x–y+4 = 0	5x+y+1 = 0	*d=0*
b) (x,y) = (0,1)+λ(2,1)	$\left.\begin{array}{l} x=2\lambda \\ y=-4+\lambda \end{array}\right\}$	*d=* $2\sqrt{5}$
c) $\frac{x+3}{3}=\frac{y}{-1}$	y = $-\frac{1}{3}x-\frac{1}{3}$	*d=* $\frac{\sqrt{10}}{5}$

14) Hallar el punto simétrico a P en los siguientes casos:

a) P(–2,1), respecto al origen de coordenadas. *P′(2,–1)*

b) P(4,1), respecto a la recta r ≡ (x–5)/3=(y–4)/2. *P′(24/13,55/13)*

c) P(1,1), respecto a la bisectriz del primer y tercer cuadrante. *P′=P*

d) P(1,1), respecto a la bisectriz del segundo y cuarto cuadrante. *P′(–1, –1)*

15) Sean A(1,1), B(5,4) y C(3,–2) los vértices de un triángulo. Hallar:

a) Ecuación general del lado AC. *3x+2y–5 = 0*

b) Ecuación explícita de la altura desde el vértice B. *y = 2/3 x – 2/3*

c) Ecuación vectorial de la mediana desde el vértice A. *(x,y) = (1,1) + λ(3,0)*

d) Área del triángulo. *9* u^2