1) Calcular: i^{15}; i^{37}; i^{108}; i^{-41}; i^{-2}

2) Siendo $z_1 = 3 + 2i$ y $z_2 = 4 - 5i$, calcular:

a) $z_1(z_1 + z_2)$

b) $\dfrac{z_1}{z_2}$

c) $\dfrac{z_1^{\,2} + z_2}{z_2}$

3) Siendo x e y números reales y z complejo, resolver las ecuaciones siguientes:

a) $(2 + i)\cdot(x - i) = y + 3i$

b) $2z + 5i - 4 = \dfrac{z - i - 4}{3}$

c) $z^2 + 6z + 10 = 0$

d) $(2 + i)\cdot z + 6 - i = 1 + i$

e) $z^2 - z + 4 = 0$

f) $iz - 2i = 3z - 1$

g) $\dfrac{z}{3+2i} + \dfrac{2z - i}{4 - 2i} = 3$

h) $z^3 - 2z^2 + z - 2 = 0$

4) Sabiendo que tg $\alpha = 1/3$, hallar: Hallar m para que $(3 - 6i)\cdot(2 - mi)$:

a) sea un número real.

b) sea un número imaginario puro.

c) tenga su afijo en la bisectriz del primer cuadrante.

5) Escribir en forma polar y trigonométrica los complejos siguientes:

a) $\sqrt{6} + \sqrt{2}\,i$

b) $\sqrt{12} - 2i$

c) 4

d) $6i$

e) -8

f) i

6) Efectuar las operaciones siguientes:

a) $1_{45º} \,.\, 4_{25º} \,/\, 2_{35}$

b) $2_{45º} + 3_{60º} - 1_{90º}$

c) $(1_{\Pi/3})^6$

d) $(1 + i)^4$

e) $\left(\dfrac{1+i}{1-i}\right)^4$

f) $\sqrt[3]{27_{\,30º}}$

g) $\sqrt[4]{16\,i}$

h) $\sqrt[6]{-1}$

i) $(2 + 2i)^6$

j) $\sqrt[4]{-8\sqrt{3} + 8\,i}$

7) ¿La recta x–y+5 = 0 pasa por alguno de los puntos: (0,–5), (2,1), (1,–1), (–8,–3)?

8) Determinar la posición de los siguientes pares de rectas:

a) 2x+3y = 0 — 4x+6y+8 = 0
b) x–y = 0 — 2x+y–1 = 0
c) x–2y = –1 — 4x+2y = 3
d) 3x+2y–5 = 0 — 2x–3y+4 = 0
e) y = x–2 — x / 3 + y / 2 =1
f) $\left.\begin{array}{l} x = 4+3\lambda \\ y = -1+\lambda \end{array}\right\}$ — $\left.\begin{array}{l} x = 2+6\lambda \\ y = 3+2\lambda \end{array}\right\}$
g) y = 2x+5 — 6x–3y+15 = 0

9) Hallar las rectas paralela y perpendicular a la recta r pasando por el punto P en cada caso:
a) r ≡ 5x–2y–3 = 0 — P(1,3)
b) r ≡ 3x–y+1 = 0 — P punto de abscisa 1 de r
c) r ≡ $\frac{x-4}{3} = \frac{y+1}{-2}$ — P(–1,–2)

10) Dado el triángulo de vértices A(–1,2), B(4,–1) y C(3,4), escribir:
a) Ecuación general del lado AB
b) Ecuación continua de la mediana desde el vértice B
c) Ecuación explícita de la recta paralela al lado AB pasando por C
d) Ecuación vectorial de la altura desde C

11) Escribir la ecuación de la recta paralela a t que pasa por la intersección de r y s, siendo sus ecuaciones: r ≡ $\frac{x-1}{2} = \frac{y-5}{-7}$ s ≡ (x,y) = (–2,0)+λ(5,–2) t ≡ x+3y–1 = 0

12) Calcular la distancia entre los pares de puntos siguientes:
a) A(–5,3) y B(2, –6) b) P(1,0) y Q(–3,1) c) M(4,2) y N(–2,5)

13) Hallar la distancia entre los pares de rectas siguientes:

a) 3x–y+4 = 0 — 5x+y+1 = 0
b) (x,y) = (0,1)+λ(2,1) — $\left.\begin{array}{l} x = 2\lambda \\ y = -4+\lambda \end{array}\right\}$
c) $\frac{x+3}{3} = \frac{y}{-1}$ — y = $-\frac{1}{3}$x – $\frac{1}{3}$

14) Hallar el punto simétrico a P en los siguientes casos:
a) P(–2,1), respecto al origen de coordenadas.
b) P(4,1), respecto a la recta r ≡ (x–5)/3=(y–4)/2.
c) P(1,1), respecto a la bisectriz del primer y tercer cuadrante.
d) P(1,1), respecto a la bisectriz del segundo y cuarto cuadrante.

15) Sean A(1,1), B(5,4) y C(3,–2) los vértices de un triángulo. Hallar:
a) Ecuación general del lado AC.
b) Ecuación explícita de la altura desde el vértice B.
c) Ecuación vectorial de la mediana desde el vértice A.
d) Área del triángulo.

SOLUCIONES BOLETÍN II

16) Sin hallar el ángulo, calcular las demás razones trigonométricas a partir de la dada:

a) sen α = 3/5 $\alpha \in$ 1[er] cuadrante. *cos α = 4/5 tg α = 3/4*

b) cotg α = 2 $\alpha \in$ 1[er] cuadrante. *sen α = 0.45 cos α = 0.89*

c) cos α = 0.8 $\alpha \in$ 4º cuadrante. *sen α = –0.6 tg α = –1.5*

d) tg α = 2/3 180º < α < 270º *sen $\alpha = \dfrac{-2\sqrt{13}}{13}$ cos $\alpha = \dfrac{-3\sqrt{13}}{13}$*

e) sen α = 0.35 90º < α < 180º *cos α =–0.94 tg α =–0.37*

f) sec α = –1.54 $\alpha \in$ 2º cuadrante. *sen α =–0.76 tg α =–1.17*

g) tg α = 3 $\alpha \in$ 3[er] cuadrante. *sen $\alpha = \dfrac{-3\sqrt{10}}{10}$ cos $\alpha = \dfrac{-\sqrt{10}}{10}$*

17) Sabiendo que cos α = 0.6, hallar:

cos ($\Pi+\alpha$) = *–0.6* cos ($2\Pi-\alpha$) = *0.6* sen ($\Pi-\alpha$) = *0.8*

18) Sabiendo que sen α = 0.8, hallar:

sen ($\Pi+\alpha$) = *–0.8* sen ($2\Pi-\alpha$) = *–0.8* cos ($\Pi-\alpha$) = *–0.6*

19) Sabiendo que tg α = 1/3, hallar:

tg ($\Pi+\alpha$) = *1/3* tg ($\Pi/2-\alpha$) = *3* tg ($2\Pi-\alpha$) = *–1/3*

20) Una escalera de bomberos de 10 m de longitud se ha fijado en un punto de la calzada. Si se apoya sobre una de las fachadas forma un ángulo con el suelo de 45º y si se apoya sobre la otra forma un ángulo de 30º. Hallar la anchura de la calle. ¿Qué altura se alcanza sobre cada fachada?

(Soluc: anchura≅15,73 m; altura 7,07 y 5 m respectivamente)

21) Hallar sen 2x, cos 2x y tg 2x, siendo x$\in$1[er] cuadrante, en cada uno de los siguientes casos:

a) sen x=1/2 b) cos x=3/5 c) sen x=5/13

(Sol: a) $\sqrt{3}$/2; ½; $\sqrt{3}$ b) 24/25; -7/25; -24/7 c) 120/169; 119/169; 120/119)

22) Dado a $\in$ 4º cuadrante con tga = $-\sqrt{3}$, hallar el seno y el coseno de a/2

(Sol: sen (a/2) = ½ cos (a/2) = -$\sqrt{3}$/2)

23) Simplifica:

a) $\dfrac{sen\ 4a + sen\ 2a}{\cos 4a + \cos 2a}$ b) $\dfrac{sen\ 2a}{1-\cos^2 a}$ c) $2tg\ x \cdot \cos^2 \dfrac{x}{2} - sen\ x$

(Sol: a) tg 3a b) 2ctg a c) tg x)

24) Simplifica:

a) $\dfrac{\cos(a+b)+\cos(a-b)}{sen(a+b)+sen(a-b)}$ b) $\dfrac{1+\text{ctg}\, a\cdot \text{tg}\, b}{\text{ctg}\, a-\text{tg}\, b}$ c) $\dfrac{1-tg^2\frac{x}{2}}{1+tg^2\frac{x}{2}}$

(Sol: a) ctg a b) tg(a+b) c) cos x)

25) Demuestra las siguientes identidades:

a) $\dfrac{\text{cot}g\alpha + \text{tg}\alpha}{\text{cot}g\alpha - \text{tg}\alpha} = \sec 2\alpha$ b) $\dfrac{2\,\text{sen}\, a}{\text{tg}2a} = \cos a - \dfrac{\text{sen}^2 a}{\cos a}$ c) $\dfrac{1}{\cos\ x} - \dfrac{\cos\ x}{1+sen\ x} = tg\ x$

26) Resuelve las siguientes ecuaciones trigonométricas:

a) $\cos\left(2x + \dfrac{\Pi}{3}\right) = \dfrac{1}{2}$ b) $(1+\text{tg}^2 x)\cdot\cos x = 1$ c) $2\text{sen}\, x\cdot\cos^2 x - 6\text{sen}^3 x = 0$

(Sol: a) x = 0º , 120º + kΠ b) x = 2kΠ c) x = 0º , 180º , 30º , 150º , 210º , 330º + 2kΠ)

27) Un grupo decide escalar una montaña de la que desconocen la altura. A la salida del pueblo han medido el ángulo de elevación, que resulta ser 30º. A continuación han avanzado 100 m hacia la base de la montaña y han vuelto a medir el ángulo de elevación, siendo ahora 45º. Calcular la altura de la montaña. *(Soluc: 136,60 m)*

28) Rosa y Juan se encuentran a ambos lados de la orilla de un río, en los puntos A y B respectivamente. Rosa se aleja hasta un punto C distante 100 m del punto A desde la que dirige visuales a los puntos A y B que forman un ángulo de 20º y desde A ve los puntos C y B bajo un ángulo de 120º. ¿Cuál es la anchura del río? *(Soluc: 53,21 m)*

29) Para localizar una emisora clandestina, dos receptores A y B, que distan entre sí 10 km, orientan sus antenas hacia el punto donde está la emisora. Estas direcciones forman con AB ángulos de 40º y 65º. ¿A qué distancia de cada receptor se encuentra la emisora?

(Soluc: 9.38 y 6.65 km)

30) Dos observadores que distan entre sí 750 m, miran en el mismo instante hacia una paloma que se encuentra entre ambos y en el plano vertical que los une, bajo ángulos de elevación de 72º y 80º respectivamente. Hallar a que distancia de ambos se encontraba la paloma en ese instante y a qué altura volaba. (Soluc: *1573,27m 1519,35m y 1496,27 m)*

31) Las diagonales de un paralelogramo miden 5 y 6 cm respectivamente, y el menor de los ángulos que hay entre ellas es de 50º. Hallar el perímetro del paralelogramo. (Soluc: *14.72 cm*)