Estas actividades deberán enviarse por email a yanezpires@gmail.com antes do 30 de abril de 2020.

ANEXO 1

2ª Parte

Lóxica de Cuantores

(Cuantificacional, de predicados, de termos ou cálculo funcional)

1. INTRODUCCIÓN

Na presentación anterior xa nos temos referido a esta parte da lóxica que nos permite formalizar e resolver argumentos irresolubles dende a lóxica de enunciados.

Diciamos entón que a lóxica cuantificacional ocúpase da análise de argumentos que envolven necesariamente o uso das partículas "todo" ou "algún", ás que chamaremos **cuantores**.

Do mesmo xeito, presentamos a siloxística aristotélica como antecedente do novo cálculo. Pois ben, imos comezar precisamente por esa correspondencia:

1.º O primeiro, indicar que imos traballar cos mesmos tipos de fórmulas, de xeito que as proposicións cetegóricas aristotélicas (A,E,I,O) terían, na lóxica de cuantores, a seguinte tradución formal:

	siloxística	Lóxica cuantificacional
A	Todo S é P	$\bigwedge x\ (Px \rightarrow Qx)$
E	Ningún S é P	$\bigwedge x\ (Px \rightarrow \neg Qx)$
I	Algún S é P	$\bigvee x\ (Px \wedge Qx)$
O	Algún S non é P	$\bigvee x\ (Px \wedge \neg Qx)$

2º As partículas "$\bigwedge x$" e "$\bigvee x$" representan os cuantores:

Cuantores	Denominación	lectura
$\bigwedge x$	Cuantificador universal ou Xeneralizador	**Todo**, "Para todo x"
$\bigvee x$	Cuantificador existencial ou Particularizador	**Algún**, "Existe algún x tal que"

3º As letras maiúsculas do noso alfabeto a partir do P e ata o Z, denomínanse letras predicativas, e representan predicados tales como "ser profesor", "estar cansado", etc. Cando van acompañadas dunha variable ou constante individual (véxase máis abaixo), lerase: "P de x", "P de a", "Q de x", "Q de a", etc.

4º Os restantes símbolos son: as variables de individuo (x) e as constantes xa empregadas nos cálculo de enunciados: $\neg$ (negador), Λ (conxuntor), V (disxuntor), $\rightarrow$ (implicador), e coimplicador.

5º Máis adiante, na resolución de argumentos, imos empregar as constantes individuales: a, b, c , que se refiren a individuos concretos.

Tendo en conta todo o anterior, xa podemos formalizar e ler correctamente os diferentes tipos de proposicións categóricas dende o novo cálculo. Vexamos:

	Esquema siloxístico	Esquema cuantificacional	Lectura
A	Todo S é P	$\bigwedge x\ (Px \rightarrow Qx)$	**Para todo x**, **si** "P de x" **entón** "Q de x"
E	Ningún S é P	$\bigwedge x\ (Px \rightarrow \neg Qx)$	**Para todo x**, **si** "P de x" **entón non** é certo que "Q de X"
I	Algún S é P	$\bigvee x\ (Px \wedge Qx)$	**Existe algún** x tal que, "P de x" **e** "Q de x"
O	Algún S non é P	$\bigvee x\ (Px \wedge \neg Qx)$	**Existe algún** x tal que, **non é** certo que "P de x" **e** "Q de x"

Xa podemos tamén traducir á lóxica proposicional os modos siloxísticos aristotélicos. Imos considerar a título de exemplo os modos principais da **primeira figura**:

Modo siloxístico	Esquema siloxístico	Esquema cuantificacional
BARBARA (A,A,A)	Todo M é P Todo S é M Todo S é P	$\bigwedge x\,(Px \rightarrow Qx)$ (A) P.Maior $\bigwedge x\,(Rx \rightarrow Px)$ (A) p.menor $\bigwedge x\,(Rx \rightarrow Qx)$ (A) Conclusión
CELARENT (E,A,E)	Ningún M é P Todo S é M Ningún S é P	$\bigwedge x\,(Px \rightarrow \neg Qx)$ (E) P.M. $\bigwedge x\,(Rx \rightarrow Px)$ (A) p.m. $\bigwedge x\,(Rx \rightarrow \neg Qx)$ (E) C.
DARII (A,I,I)	Todo M é P Algún S é M Algún S é P	$\bigwedge x\,(Px \rightarrow Qx)$ (A) P.M. $\bigvee x\,(Rx \wedge Px)$ (I) p.m. $\bigvee x\,(Rx \wedge Qx)$ (I) C.
FERIO (E,I,O)	Ningún M é P Algún S é M Algún S non é P	$\bigwedge x\,(Px \rightarrow \neg Qx)$ (E) P.M. $\bigvee x\,(Rx \wedge Px)$ (I) p.m. $\bigvee x\,(Rx \wedge \neg Qx)$ (O) C.

Como podedes observar na formalización cuantificacional substituímos as letras M (termo medio), S (termo menor) e P (termo maior) da lóxica siloxística aristotélica polas letras predicativas P, R e Q, respectivamente, que desempeñan as mesmas funcións.

ACTIVIDADES

Todas as actividades desta **Parte 2** deberán enviarse por email antes de 30 de abril.

1. Fíxate no exemplo anterior e traduce á lóxica cuantificacional todos os modos siloxísticos das figuras 2º,3ª e 4ª, xunto cos modos subalternos da 1ª figura.

2. A DEDUCIÓN CUANTIFICACIONAL

A lóxica de cuantores supón a lóxica de xuntores (ou proposicional), e non pode ser estudada se antes non se coñece esta. Da linguaxe propia da lóxica de cuantores temos falado máis arriba.

Ocuparémonos, pois, inmediatamente do cálculo dedutivo de cuantores. Dito dun xeito moi esquemático, as operacións do cálculo cuantificacional redúcense a:

a) Abrir as fórmulas pechadas por cuantificadores, suprimindo ou desmontando provisionalmente este.
b) Aplicar as técnicas da lóxica de xuntores (proposicional ou de enunciados) ás fórmulas resultantes; e
c) restituír ou repoñer ao fin das operacións os cuantificadores que se tiñan suprimido.

Imos ver, xa que logo, en que consisten as operacións de suprimir (a) e repoñer (c) os cuantores. Para iso, compre introducir unha serie de regras propias do cálculo cuantificacional. Aínda que o cálculo de predicados (cuantores ou cuantificacional) consta tamén de regras básicas e derivadas, nós só imos considerar as básicas, que son catro, unha de introdución e otra de eliminación para cada un dos cuantificadores.

2.1. *Regra de eliminación do xeneralizador* (cuantificador universal) (**EG**)

Chamada tamén, por algúns autores *instanciación universal*, é unha regra que permite inferir dunha xeneralización o resultado de suprimir o cuantificador mediante a introdución dunha constante individual.

A aplicación desta regra é intuitivamente evidente pois consiste, simplemente, na exemplificación de xeneralidades, en pasar dunha lei xeral a un caso concreto.

Tal sería, por exemplo, o paso das premisas:

Todo galego é europeo (lei xeral) e **Méndez Ferrín é galego** (caso concreto)

Á conclusión:

Méndez Ferrín é europeo

Ou da proposición:

Todo é material

á proposición:

Isto é material

A regra de eliminación do xeneralizador formúlase así:

EG

$\bigwedge x\, Px$ (premisa da regra)

Pa (conclusión da regra)

2.2. *Regra de introdución do xeneralizador* (ou cuantificador universal) (**IG**)

A regra de *introdución do xeneralizador*, ou tamén de *xeneralización* (que se abreviará **IG**), corresponde ao uso ordinario dun principio intuitivo: “o que vale para un caso calquera, vale para todo caso”.

Dito principio permite permite establecer unha inferencia que vai de *calquera* a *todo*, é dicir, do caso á lei. Pero, ese “calquera” ten que ser *absolutamente calquera*, é dicir, ten que atoparse libre de toda condición ou privilexio. Só tendo a seguridade de ter elixido ese individuo, e despois de probar que posúe a propiedade desexada, pódese concluír a xeneralización.

Se trasladamos ditas cautelas á linguaxe simbólica: será lícito pasar da predicación Pa (lembrade que “a” é unha constante individual, refírese a un individuo concreto) á xeneralización da mesma, pero despois de asegurarse de que o individuo elixido (“a”) non figura en ningún suposto ou hipótese sen cancelar da que dependa a predicación Pa (que é a premisa da inferencia).

A operación de xeneralizar por indución é, polo tanto, unha operación crítica, que está suxeita a unha condición; se esa condición formal non se cumpre, a xeneralización será incorrecta.

O esquema da regra sería este:

IG

Pa (premisa da regra)

$\Lambda x\ Px$ (conclusión da regra)

A *condición crítica*, a que nos referimos, sería esta: que “a” non figure en ningún suposto non pechado do que dependa Pa.

Consideremos o seguinte exemplo para ilustrar o coidado que debemos ter na aplicación da regra:

$\Lambda x\ Px \vee \Lambda x\ Qx$ **I-** $\Lambda x\ (Px \vee Qx)$

Primeiro argumento

-1.	$\Lambda x\ Px \vee \Lambda x\ Qx$	
2.	$\Lambda x\ Px$	
3.	Pa	**EG** (2)
4.	$Pa \vee Qa$	**ID** (3)
5.	$\Lambda x\ Qx$	
6.	Qa	**EG** (5)
7.	$Pa \vee Qa$	**ID** (6)
8.	$Pa \vee Qa$	**ED** (1,2-4, 5-7)
9.	$\Lambda x\ (Px \vee Qx)$	**IG** (8)

$\Lambda x\ (Px \vee Qx)$ **I-** $\Lambda x\ Px \vee \Lambda x\ Qx$

Segundo argumento

- 1	$\Lambda x\ Px \vee \Lambda x\ Qx$	
2	$Pa \vee Qa$	EG (1)
3.	Pa	
4.	$\Lambda x\ Px$	**(?)**

No primeiro argumento **IG** aplícase na liña 8 (resultado da aplicación da regra **ED** que xa é independente de supostos previos pois todos eles están pechados) para construír a liña 9, o cal é correcto. Pero no segundo argumento a posibilidade de aplicar a regra **IG** á liña 3 para construír a liña 4 queda frustrada polo feito de que dita liña 3 non está exenta de supostos xa que ela mesma é unha suposición. A *condición crítica* da regra impide, pois, a súa aplicación en tal caso.

Aclaracións

I- (dedutor): símbolo que empregamos para introducir a conclusión

2.3. *Regra de introdución do particularizador* (ou cuantificador existencial) **(IP)**

A regra de *introdución do particularizador* (**IP**) ten por base unha inferencia intuitivamente evidente, segundo a cal podemos pasar da atribución dunha nota a un individuo á a afirmación de que existen suxeitos (polo menos un) que posúe esa nota. E o paso lóxico que vai da afirmación *deste* á a afirmación *dalgún,* por exemplo do enunciado “isto arde” ao enunciado “algo arde”, ou do enunciado “isto é material” ao enunciado “algo é material”.

O esquema da regra sería este:

IP

Pa (premisa da regra)

$Vx\ Px$ (conclusión da regra)

Imos ver un exemplo de argumento cuxa resolución apoiase no emprego da regra **IP**:

$\Lambda x\ (Px \rightarrow Qx),\ Pa \quad \vdash \ \mathrm{V}x\ Qx$

- 1. $\Lambda x\ (Px \rightarrow Qx)$
- 2. Pa
3. $Pa \rightarrow Qa$ — **EG** (1)
4. Qa — **EI** (2, 3)
5. $\mathrm{V}x\ Qx$ — **IP** (4)

2.3. *Regra de eliminación do particularizador* (ou cuantificador existencial) **(EP)**

A regra de *eliminación do particularizador* (en abreviatura: **EP**), ou tamén, como algún autores a chaman, de *instanciación existencial*, baséase nunha inferencia do discurso intuitivo que consiste en pasar da existencia dun individuo en principio non identificado ás consecuencias que se seguen de imaxinar a súa identificación.

A presentación desta regra require algunhas aclaración previas. Segundo a referida inferencia, se se sabe que hai *algún* (polo menos un) individuo *tal que* posúe unha determinada propiedade, entón, aínda sen saber exactamente cal sexa ese individuo, pódese pasar ao establecemento de consecuencias que se seguen do suposto da súa identificación, é dicir, do suposto de que un individuo, imaxinariamente determinado, posúa dita característica.

Pero semellante inferencia só pode ofrecer garantías de corrección baixo certas restricións. De entrada, o individuo imaxinariamente elixido non pode ser un individuo absolutamente calquera (posto que o dato inicial: *algún*, non é extensible a todos), senón un tal que posúa a propiedade en cuestión. Agora ben, o requisito imposto ao individuo imaxinado de que sexa *tal que* satisfaga esa propiedade, arrastra como consecuencia a restrición de que ese individuo non teña sido mencionado antes en ningunha hipótese (suposto), é dicir, que non teña intervido antes no exercicio baixo algunha outra condición (suposto).

Estas condicións tradúcense do seguinte xeito na formulación da regra:

EP

$\mathrm{V}x\ Px$

Pa
.
.
.
A

A

Deben facerse as seguintes reflexións para mellor comprender e empregar **EP:**

1) O símbolo individual (a constante “**a**”, por exemplo) elixido non debe aparecer na premisa existencial da que se parte (Vx Px, por exemplo), nin tampouco en **A,** nin en ningunha hipótese (suposto) previo sen pechar.

2) A estrutura da regra de eliminación do particularizador (**EP**) garda certa analoxía cos estrutura da regra de eliminación do disxuntor (**ED**).

3) A combinación das regras **EP** e a regra **IG,** cuxa aplicación entraña condicións críticas, pode dar lugar, se se esquece ter en conta ditas condicións, a deducións inválidas como esta:

- 1. $\mathrm{V}x\ Px$
2. Pa
3. $\Lambda x\ Px$ — **IG** 2 (?)
4. $\Lambda x\ Px$ — **EP** 1, 2-3

A aplicación da regra **IG** na terceira liña é ilexítima, e iso invalida a derivación. Recordemos que, segundo a regra **IG**, a constante “a”, que serve de base a xeneralización, ten que representar a un individuo absolutamente *calquera*, é dicir, non suxeito a ningunha hipótese; pero o individuo suposto na segunda liña non é un individuo calquera, senón un individuo condicionado ao cumprimento da característica (predicado) P. Así, pois, a segunda liña non pode ter como resultado lóxico a terceira.
Dito máis xeralmente: a regra **IG** non é aplicable a unha constante situada baixo o alcance da regra **EP**. En caso contrario valería a inferencia, manifestamente incorrecta, do enunciado

Algúns homes son ricos

ao enunciados

Todos os homes son ricos.

ACTIVIDADES

Estas actividades deberán enviarse por email a yanezpires@gmail.com antes do 30 de abril de 2020.

2. Demostra a corrección formal dos seguintes modos siloxisticos: **CELARENT, DARII, FERIO, CESARE, CAMESTRES, BAROCO, DISAMIS, DATISI, BOCARDO, FERISON**, segundo os seguintes exemplos:

Exemplo 1: BARBARA

$\bigwedge x\ (Qx \to Rx)$
$\bigwedge x\ (Px \to Qx)$

$\bigwedge x\ (Px \to Rx)$ *Sendo “Qx” o termo medio, “Rx” o termo maior e “ Px” o termo menor

Demostración:

$\vdash \bigwedge x\ (Px \to Rx)$

- 1. $\bigwedge x\ (Qx \to Rx)$
- 2. $\bigwedge x\ (Px \to Qx)$
3. $Pa \to Qa$ **EG** (2)
4. $Qa \to Ra$ **EG** (1)
5. $Pa \to Ra$ **Sil** (3,4) *
6. $\bigwedge x\ (Px \to Rx)$ **IG** (5)

* Lembrade que neste cálculo utilizaremos tamén as regras básicas e derivadas do cálculo de enunciados, neste caso **Sil,** pero só para fórmulas libres de cuantores (non afectadas por estes: $Pa \to Qa$, p.e.)

Exemplo 2: FESTINO

$\bigwedge x\ (Rx \to \neg Qx)$
$\bigvee x\ (Px \wedge Qx)$

$\bigvee x\ (Px \wedge \neg Rx)$

Demostración:

$\vdash \bigvee x\ (Px \wedge \neg Rx)$

-1. $\bigwedge x\ (Rx \to \neg Qx)$
-2. $\bigvee x\ (Px \wedge Qx)$
3. $Ra \to \neg Qa$ **EG** (1)
4. $Pa \wedge Qa$
5. Pa **EC** (4)
6. Qa **EC** (4)
7. $\neg Ra$ **MT** (3, 6)
8. $Pa \wedge \neg Ra$ **IC** (5,7)
9. $\bigvee x\ (Px \wedge \neg Rx)$ **IP** (8)
10. $\bigvee x\ (Px \wedge \neg Rx)$ **EP** (2, 4-9)

3. Demostra a corrección formal do seguinte argumento:

$\bigwedge x\ (Rx \rightarrow Px)$
$\bigwedge x\ (Px \rightarrow \neg Sx)$
$\bigwedge x\ (Rx \wedge Qx \rightarrow Sx)$

$\bigwedge x\ (Rx \rightarrow \neg(Px \rightarrow Qx))$

4. E agora repaso da 2ª avaliación. Demostra a corrección formal dos seguintes argumentos:

a)

$\neg(\neg(\neg p \vee \neg q) \vee \neg(w \vee x))$
$\{(r \rightarrow p) \wedge u\} \wedge \{s \rightarrow q) \wedge t\}$
$\neg \{(r \wedge g) \wedge (s \wedge w) \wedge (x \rightarrow w)\} \rightarrow \{\neg (z \wedge j) \rightarrow (\neg r \vee \neg m)\}$
$\neg (r \rightarrow \neg m)$

$\neg (z \rightarrow \neg j)$

b)

$p \rightarrow \neg \{\neg (q \wedge r) \wedge (q \vee r)\}$
$(q \rightarrow r \vee j) \rightarrow \{(r \rightarrow q \vee t) \rightarrow \neg p\}$

$\neg p \vee (m \vee s)$