

## 1. INTRODUCCIÓN HISTÓRICA. MODELO GEOCÉNTRICO Y HELIOCÉNTRICO.

Desde los tiempos más remotos, el hombre conoció la existencia de cuerpos celestes que parecían moverse en el firmamento. Eran el Sol, la Luna, planetas (del griego: vagabundo, errante) y algunas estrellas.

**Ptolomeo de Alejandría**, en el siglo II de la era cristiana, pensaba que **la Tierra era el centro de Universo**, alrededor de la cuál giraban los demás cuerpos celestes. Tal concepción del Universo se llama **geocéntrica**. Era la teoría sostenida por la Iglesia en ese momento.

El astrónomo polaco **Nicolás Copérnico** en 1548 propone, el modelo **heliocéntrico, que acepta como centro de rotación al Sol**. De este modo las órbitas de los planetas serían circunferencias alrededor del Sol. Por ello Copérnico, temió represalias del Santísimo Tribunal de la Inquisición.

El astrónomo danés **Ticho Brahe** aunque no aceptó tal concepción heliocéntrica, tomó muchas medidas sobre la posición de las estrellas de los planetas.

Estos valiosísimos datos le sirvieron a su discípulo **Johannes Kepler** (que si creía en la teoría heliocéntrica) mejorar la concepción del Universo de Copérnico y enunció tres leyes físicas que veremos a continuación, no sin antes decir que fue **Galileo** primero, e **Isaac Newton** después, quienes establecieron definitivamente el modelo heliocéntrico enunciando Newton la Ley de la Gravitación Universal.

## 2. LEYES DE KEPLER.

Fueron probablemente enunciadas en el año 1609, y se refieren a los movimientos que describen los planetas alrededor del Sol.

### 1ª LEY DE KEPLER.

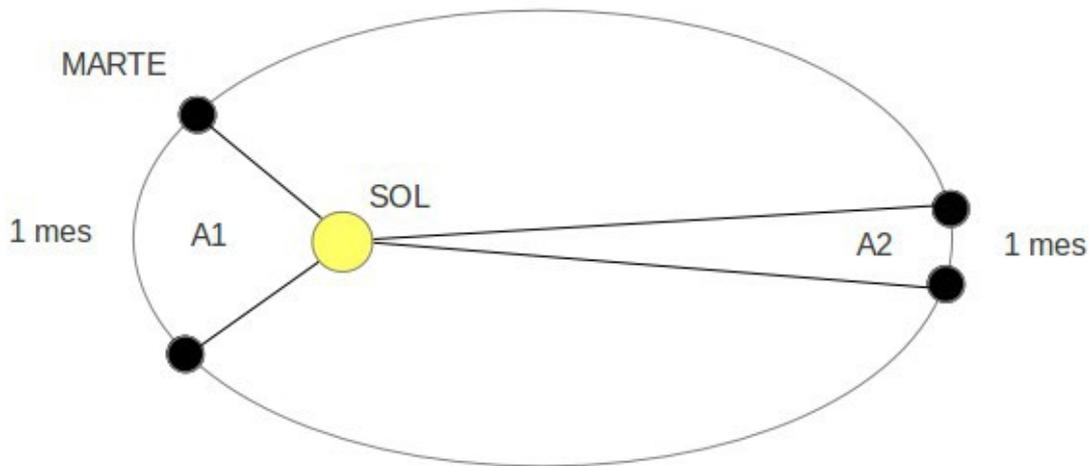
“Todo planeta se mueve en una **órbita elíptica**, estando el Sol en uno de sus focos”.

Es decir, se descarta la idea de Copérnico que decía que las órbitas eran circunferencias.

### 2ª LEY DE KEPLER

Los planetas se mueven más rápido cuando están próximos al sol (**perihelio**)

que cuando están en zonas más alejadas del sol (**afelio**).



### 3ª LEY DE KEPLER

La relación entre el cuadrado del período( es el tiempo que tarda en dar una vuelta completa alrededor del sol) de un planeta y el cubo de su distancia media al sol es constante.

$$\frac{T_1^2}{R_1^3} = \frac{T_2^2}{R_2^3}$$

**T:** período

**R:** distancia media sol-planeta

Comprobémoslo para el caso de la *Tierra* y *Marte* :

**Tierra** :  $R_{\text{ORB.}} = 1,5 \cdot 10^{11} \text{ m}$ ;  $T = 365,25 \text{ días} = 3,15 \cdot 10^7 \text{ s}$ .

**Marte** :  $R_{\text{ORB.}} = 2,29 \cdot 10^{11} \text{ m}$ ;  $T = 686,98 \text{ días} = 5,93 \cdot 10^7 \text{ s}$ .

$$\frac{T_T^2}{R_T^3} = \frac{T_M^2}{R_M^3} = 2,9 \cdot 10^{-19} \text{ s}^2/\text{m}^3$$

### 3. LEY DE GRAVITACIÓN UNIVERSAL. CONCEPTO DE PESO

La leyenda dice que **Newton** descubrió el principio de gravitación universal reflexionando después de ver caer una manzana. La realidad es que Newton estudió concienzudamente los trabajos de Galileo sobre la caída de los cuerpos y de Copérnico y Kepler sobre el movimiento planetario antes de extraer sus propias conclusiones.

Fue concebida por **Isaac Newton**, y es válida para todos para todos los cuerpos del Universo. Tiene el siguiente enunciado:

**“Entre dos cuerpos materiales se establece una fuerza de atracción que es directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que los separa”**

$$\mathbf{F = G \cdot \frac{m_1 m_2}{d^2}}$$

Cte de gravitación universal=  $6,67 \cdot 10^{-11}$  N.m<sup>2</sup>/Kg<sup>2</sup>  
 $m_1, m_2$ : masas (Kg)

d=distancia entre masas(m)

Con su principio de gravitación universal Newton había encontrado **una ley igual para todos los cuerpos del Universo.**

La aportación de **Cavendish** fue el cálculo de la constante de gravitación universal .Su trabajo logró una gran precisión para las posibilidades técnicas del siglo XVII; aunque su experiencia se ha realizado con mejores instalaciones y más precisión, su valor sigue siendo esencialmente correcto.

*¿Por qué no se percibe la fuerza de gravitación entre cuerpos pequeños? La respuesta está en la pequeñez de la constante G.*

Esta atracción no la podemos notar en los cuerpos que vemos a nuestro alrededor apoyados sobre el suelo, ya que, al ser es muy pequeña y debido al rozamiento, los cuerpos no se pueden acercar entre sí.

### PESO DE UN CUERPO

Sabemos, por experiencia, que todo cuerpo situado cerca de la superficie terrestre experimenta una fuerza vertical y dirigida hacia el centro de la Tierra debida a la atracción que ejerce nuestro planeta sobre el cuerpo. A esa fuerza le denominamos **peso**.

Por lo tanto, **peso** es la fuerza con la que los cuerpos celestes atraen a otros más pequeños. La fuerza peso siempre está dirigida hacia el centro del cuerpo celeste. Se calcula como el producto de la masa del cuerpo por la gravedad en dicho punto:

$$\mathbf{P = m \cdot g}$$

### GRAVEDAD EN UN PLANETA

Vamos a deducir la fórmula que nos permita calcular la gravedad de un planeta en cualquier punto.

Igualando la expresión del peso con la expresión de la fuerza de atracción gravitatoria entre un cuerpo de masa m colocado a una distancia R del centro de la tierra:

$$\mathbf{F = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R^2}}$$

$$\mathbf{P = m \cdot g}$$

Igualdo ambas  $\mathbf{F=P}$   $\mathbf{G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R^2} = m \cdot g}$   $\mathbf{g=G \cdot \frac{M_T}{R^2}}$

Por lo tanto, para calcular **la aceleración de la gravedad de cualquier planeta** utilizará una expresión análoga:

$$g = G \frac{M_p}{R^2}$$

donde  $M$  es la *masa del planeta* y  $R$  es la *distancia al centro del planeta*. **Si el cuerpo está sobre la superficie, esta distancia coincidirá con el radio del planeta.**

Debido a que la fuerza de gravedad es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia, su valor decae muy rápidamente al alejarse de la masa responsable de la atracción. **Si nos alejamos a una distancia de unos 10 radios terrestres la fuerza de gravedad se hace prácticamente nula.**

## SATÉLITES

Si suponemos una órbita circular (lo cual no está muy alejado de la realidad) podemos combinar la Ley de Gravitación Universal con la dinámica del movimiento circular:

Aplicando la ecuación fundamental de la dinámica y teniendo en cuenta que el satélite describe un movimiento circular por lo que tiene aceleración normal:

$$\frac{GMm}{R^2} = \frac{m \cdot v^2}{R}$$

Haciendo operaciones en esta ecuación, se puede deducir de modo sencillo que:

$v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{R}}$  **velocidad orbital**, donde  $M$  es la masa del planeta y  $R$  es la distancia al centro del planeta. Recordemos también que esta velocidad se puede expresar en función del **período(T)** de rotación del satélite:

$$v = 2 \cdot \pi R / T$$

### Satélites geoestacionarios

Si se desea que un satélite orbite alrededor de un planeta de forma tal que esté siempre colocado sobre el mismo punto (lo que se emplea en el caso de satélites de comunicaciones, meteorológicos u otros) es necesario que una vez colocado en posición gire con idéntico periodo que el de rotación de la Tierra (**T=24 h**).

## Ejercicios

1. Calcular el módulo de la fuerza con que una masa de 1000 kg atrae a otra de 100 kg si ambas están situadas a una distancia de 20 m. Comparar el resultado obtenido con la fuerza con que la Tierra atrae a un cuerpo de 50 kg situado en su superficie.

Dato G.

2. Calcular el valor de la gravedad en la superficie de Mercurio sabiendo que tiene una

radio de 2440 km y una masa de  $3,30 \cdot 10^{23}$  kg.

Dato: G

3. Si una persona pesa 686 N en la superficie de la tierra ¿ Cuánto pesará a 9000 m de altura sobre la superficie terrestre?

Datos: G , Radio Tierra , Masa tierra ,  $g_0 = 9,8 \text{ m/s}^2$

4. Calcula el periodo de la estación espacial internacional (ISS), sabiendo que gira en una órbita situada a una distancia media de 400 km sobre la superficie de la Tierra.

Datos: Radio Tierra y  $g_0 = 9,8 \text{ m/s}^2$

5. Un satélite artificial se dice que es geoestacionario si está siempre en la vertical de un cierto punto de la Tierra. ¿A qué altura están los satélites geoestacionarios?

Datos: radio Tierra y  $g_0 = 9,8 \text{ m/s}^2$

6. El valor de la gravedad varía si nos alejamos de la superficie terrestre. Calcular a qué altura deberemos situarnos de la superficie de la Tierra para que  $g = 5 \text{ m/s}^2$

Datos: G ; masa Tierra Radio de la Tierra

7. Dos bloques de 10 kg situados a 1 m de distancia, reposan sobre una superficie de coeficiente de rozamiento  $m=0,1$ . Compara el valor de la fuerza de rozamiento con la fuerza gravitatoria entre ambos cuerpos.

$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{Kg}^2$

8. Sabiendo que el radio de la Tierra es de unos 6400 km y que la gravedad superficial es de 9,8 N/kg, calcular a qué altura sobre la superficie la gravedad será  $g'=9 \text{ N/kg}$

9. La estación espacial internacional está a una altura de 400 km sobre la superficie terrestre. Calcula el peso de un astronauta de 75 kg situado dentro de dicha estación. Datos: G , masa Tierra, Radio de la Tierra

10. ¿Cuánto pesa una persona de 50 kg en un avión que vuela a 10 km de altura?

Compara este valor con el peso de la persona en la superficie terrestre.

Datos:  $G$  ,  $M$  de la Tierra y Radio de la Tierra.

11. ¿Cuánto pesaría una persona de 70 kg en un planeta de masa y radio 10 veces menores que los de la Tierra? Dato:  $g_0 = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$

12. La masa del Sol es 324440 veces mayor que la masa de la tierra.y su radio es 108 veces mayor. Si fuese posible lanzar un proyectil verticalmente hacia arriba desde la superficie solar y se disparase con una velocidad de  $200 \text{ m.s}^{-1}$ , ¿que altura alcanzaría? Datos:  $g_0 = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$

13. ¿A que altura de la superficie de la Tierra el campo gravitatorio terrestre se reduce a la tercera parte? Datos:  $R_T = 6400 \text{ km}$  ;  $g_0 = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$

14. Calcula la fuerza con que la Tierra atrae a un chico de 50 kg.  
Datos:  $M_T = 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$   $R_T = 6370 \text{ km}$  ;  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N.m}^2/\text{Kg}^2$

15. Calcula la gravedad en la superficie de la luna sabiendo que  $M_L = 6,7 \cdot 10^{22} \text{ kg}$  y  $R_L = 1,6 \cdot 10^6 \text{ m}$  . Calcula el peso de un hombre de 80 kg de masa en la Tierra ( $g_0 = 9,8 \text{ m/s}^2$ ) y la Luna. Dato:  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N.m}^2/\text{Kg}^2$

16 Sea un vehículo espacial de 1220 kg. Calcula: a) ¿Cuánto pesa en la Tierra?. b) ¿Cuál será la gravedad de Marte si dicho vehículo pesa en este planeta 4636 N?. Dato:  $g_T = 9,8 \text{ m/s}^2$

17. La masa de Urano es  $M_U = 8,7 \cdot 10^{25} \text{ kg}$  y su gravedad  $8,8 \text{ m/s}^2$ . Calcula a) El radio del planeta Urano. b) El peso de una persona en la superficie de Urano cuyo peso en la Tierra es de 931 N. Datos:  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N.m}^2/\text{Kg}^2$   $g_0 = 9,8 \text{ m/s}^2$

18. Marte es el planeta elegido por los escritores de ciencia ficción como sitio más favorable del Sistema Solar para ser habitado por el ser humano. Calcula: a) La aceleración de la gravedad en Marte; b) ¿Cómo te sentirías: más ligero o más pesado? Datos:  $M_M = 6,4 \cdot 10^{23} \text{ kg}$   $R_M = 3390 \text{ km}$   $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N.m}^2/\text{Kg}^2$

19 .Un astronauta de 60 kg de masa es atraído con una fuerza de 270 N cuando se encuentra a una distancia de 5000 km del centro de un determinado planeta. Determina la masa del planeta. Dato:  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N.m}^2/\text{Kg}^2$

20. Io es un satélite de Júpiter que gira alrededor del planeta en órbitas casi circulares de 422.000 km de radio con un periodo de 42,5 horas. Determinar la masa de

Júpiter. Dato:  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N.m}^2/\text{Kg}^2$  21. ¿A qué altura sobre la Tierra una persona que tiene 60 kg. de masa pesará únicamente 200 N? Datos: Radio terrestre: 6400 km.; gravedad superficie terrestre: 9,8 N/kg.

22. Calcula el peso sobre la superficie lunar de una persona de 50 kg. de masa. Datos: masa de la Luna:  $7,35 \cdot 10^{22} \text{ kg}$ ; Diámetro lunar: 3500 km.;  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N.m}^2/\text{Kg}^2$  .

23. Un astronauta de 80 kg. de masa pesa 500N en un planeta de 5.000 km. de radio. ¿Qué masa tiene el planeta?  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N.m}^2/\text{Kg}^2$  .

24. Un satélite se mueve en órbita circular a 1000 km. de altura. ¿Cuánto tarda en recorrer su órbita? Datos:  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N.m}^2/\text{Kg}^2$  ; Radio de la Tierra: 6400km; gravedad superficie terrestre: 9,8 N/kg.

**25.** Calcular el valor de la gravedad en la superficie de Mercurio sabiendo que tiene una radio de 2440 km y una masa de  $3,30 \cdot 10^{23}$  kg.

Dato:  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{N} \cdot \text{m}^2 / \text{Kg}^2$

**26.** Un satélite artificial de 500 kg describe una órbita circular alrededor de la Tierra con un radio de  $2 \cdot 10^4$  km. Calcula su velocidad orbital y su período.

Datos  $g_0 = 9,8 \text{ m/s}^2$ ;  $R_T = 6370 \text{ km}$

**27.** Un satélite artificial de 200 kg describe una órbita circular a una altura de 650 km de la Tierra. Calcula: a) El período y la velocidad del satélite en la órbita; b) El cociente entre los valores de la gravedad en el satélite y en la superficie de la Tierra.

Datos:  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{N} \cdot \text{m}^2 / \text{Kg}^2$   $M_T = 5,98 \cdot 10^{24}$  kg ;  $R_T = 6,37 \cdot 10^6$  m

**28.** Se desea poner en órbita un satélite de 1800 kg que gire a razón de 12,5 vueltas por día. Calcula: a) El período del satélite; b) La distancia del satélite a la superficie terrestre; c) La energía cinética del satélite en esa órbita.

Datos:  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{N} \cdot \text{m}^2 / \text{Kg}^2$   $R_T = 6378 \text{ km}$ ;  $M_T = 5,98 \cdot 10^{24}$  kg

**29.** Sabiendo que los satélites Meteosat son satélites geoestacionarios, calcula: a) La altura a la que se encuentran respecto de la superficie terrestre; b) La fuerza gravitatoria ejercida sobre el satélite.

Datos:  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{N} \cdot \text{m}^2 / \text{Kg}^2$   $R_T = 6,38 \cdot 10^6$  m;  $M_T = 5,98 \cdot 10^{24}$  kg;  $m_{\text{sat}} = 8 \cdot 10^2$  kg;

**30.** Un astronauta de 75 kg gira alrededor de la Tierra (dentro de un satélite) en una órbita situada a 10000 km sobre la superficie de la Tierra. Calcula: a) La velocidad orbital y el período de rotación; b) El peso del astronauta en esa órbita.

Datos:  $g_0 = 9,80 \text{ m/s}^2$ ;  $R_T = 6400 \text{ km}$

**31.** Un satélite artificial con una masa de 200 kg se mueve en una órbita circular alrededor de la Tierra con una velocidad constante de 10800 km/h, calcula la altura a la que se encuentra?. Datos:  $g_0 = 9,8 \text{ m/s}^2$   $R_T = 6370 \text{ km}$ .

**32.** a) Enuncia la tercera ley de Kepler; b) El planeta Júpiter tiene varios

satélites. El más próximo es lo que gira en una órbita de radio 421 000 km con un

período de  $1,53 \cdot 10^5$  s, y el siguiente satélite es Europa, que gira a 670 000 km del

centro de Júpiter. Calcula el período de rotación de Europa.

33. Un satélite está en una órbita circular alrededor de un planeta desconocido. El satélite tiene una velocidad de  $1.70 \cdot 10^4$  m / s, y el radio de la órbita es  $5.25 \cdot 10^6$  m. Un segundo satélite también tiene una órbita circular alrededor de este mismo planeta. La órbita de este segundo satélite tiene un radio de  $8.60 \cdot 10^6$  m. ¿Cuál es la velocidad orbital del segundo satélite?

34. Una distancia de 2 m separa dos objetos de igual masa. Si la fuerza gravitatoria entre ellos es  $1.04 \cdot 10^{-8}$  N, encuentra la masa de cada objeto.

35. ¿Cuál es la intensidad del campo gravitatorio en un punto  $6,38 \cdot 10^6$  m por encima de la superficie de la Tierra? ¿A qué distancia de la superficie de la Tierra la aceleración debida a la gravedad vale  $7.33$  m / s<sup>2</sup>?

Datos:  $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$  N.m<sup>2</sup>/Kg<sup>2</sup>  $R_T = 6378$  km;  $M_T = 5,98 \cdot 10^{24}$  kg

36. ¿A qué altitud sobre la superficie de la Tierra su peso sería la mitad de el que es en la superficie de la Tierra? Datos:  $g_0$  y  $R_T = 6378$  km

37. En la superficie del planeta Y, que tiene una masa de  $4.83 \cdot 10^{24}$  kg, un objeto de 30 kg pesa 50 N. ¿Cuál es el radio del planeta? Datos:  $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$  N.m<sup>2</sup>/Kg<sup>2</sup>.

38. Una órbita de satélite a una altura de 3185 km sobre la superficie de la Tierra.

Determine la velocidad y el período orbital del satélite. Datos: Datos:  $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$  N.m<sup>2</sup>/Kg<sup>2</sup>

$R_T = 6378$  km;  $M_T = 5,98 \cdot 10^{24}$  kg

39. Un satélite se encuentra en una órbita circular a 300 km sobre la superficie de la Tierra. Encontrar su velocidad y su periodo de revolución. Datos:  $g_0$  y  $R_T = 6378$  km

40. Un objeto de 150 kg se lanza a la órbita a una altura de 12800 km por encima de la

superficie de la Tierra. a) ¿Cuál es el peso del satélite en órbita? b) ¿Cuál es la velocidad del satélite en la orbita? Datos:  $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$  N.m<sup>2</sup>/Kg<sup>2</sup>  $R_T = 6378$  km;  $M_T = 5,98 \cdot 10^{24}$  kg

41. Dada la siguiente información: Masa de Marte:  $6.42 \cdot 10^{23}$  kg, masa del Sol:

$1.991 \cdot 10^{30}$  kg, distancia de Marte del Sol:  $2.279 \cdot 10^{11}$  m

a) Encuentra la velocidad con que Marte se mueve alrededor del sol b) ¿T de Marte alrededor del sol? c) ¿Cuál es la fuerza de gravedad experimentada por Marte desde el Sol? Dato:  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{N} \cdot \text{m}^2/\text{Kg}^2$  .

42. Un satélite se coloca en órbita a  $6 \cdot 10^5$  m sobre la superficie de Júpiter. Júpiter tiene una masa de  $1,90 \cdot 10^{27}$  kg y un radio de  $7,14 \cdot 10^7$  m.. Encuentra la velocidad orbital del satélite . Dato:  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{N} \cdot \text{m}^2/\text{Kg}^2$

43. El período de la Luna es de aproximadamente 27.2 días. Determine el radio de la órbita de la Luna y la velocidad orbital de la Luna.

Datos:  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{N} \cdot \text{m}^2/\text{Kg}^2$   $M_T = 5,98 \cdot 10^{24}$  kg

44. La Tierra viaja alrededor del Sol una vez al año en forma circular órbita cuyo radio es  $1,50 \cdot 10^{11}$  m. Determina: a) La masa del Sol. b) La velocidad orbital de la Tierra Dato:  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{N} \cdot \text{m}^2/\text{Kg}^2$ .

45. Un satélite geosincrónico es uno que se mantiene por encima de la misma parte del Tierra todo el tiempo (en otras palabras, su período es el mismo que el de la tierra). ¿A qué altura sobre la superficie de la Tierra está este satélite? Datos:  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{N} \cdot \text{m}^2/\text{Kg}^2$

$R_T = 6378$  km;  $M_T = 5,98 \cdot 10^{24}$  kg

46. ¿A qué distancia sobre la superficie de la Tierra un satélite tendría un período de 5 h? ¿Cuál sería la velocidad lineal del satélite a esta distancia?

Datos:  $g = 9,8$  m/s<sup>2</sup> y  $R_T = 6378$  km .

47. El planeta Mercurio tiene una masa de  $3,3 \cdot 10^{23}$  kg y un radio de 2440 km.

a) ¿Cuánto vale la aceleración de la gravedad en su superficie?

b) ¿Cuánto pesará en Mercurio una persona de 70 kg?

Dato:  $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$  Nm<sup>2</sup>/kg

48. El planeta Venus tiene una masa de  $4,8 \cdot 10^{24}$  kg y un radio de 6052 km.

Calcula la gravedad en su superficie.¿ es muy diferente a la de la superficie terrestre?

Dato:  $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$  Nm<sup>2</sup>/kg

**49.** Los satélites de televisión giran alrededor de la Tierra en una órbita de 42370 km de radio.

a) ¿Cuánto vale la aceleración de la gravedad en esa órbita?

b) ¿Cuánto pesará allí un satélite de 1200 kg?

Datos:  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$  ; masa de la Tierra:  $6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$

**50.** Calcula la aceleración de la gravedad sobre la superficie de Titán, que es la principal luna de Saturno, si su masa es  $1,345 \cdot 10^{23} \text{ kg}$  y tiene 2575 km de radio.

Dato:  $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$ .