BOLETÍN DE EXERCICIOS
MATEMÁTICAS 3º ESO PENDENTES

POLINOMIOS

Concepto	Procedemento	Exemplo
Polinomios	Un polinomios é a suma ou resta indicada de varios monomios non semellantes.	Un polinomio é: $\mathbf{P(x) = 3x^2 - 5x + 1}$
Valor numérico dun polinomio	É o número que se obtén ao cambiar a indeterminada por un número que nos digan e facer as operacións indicadas.	O valor numérico de $\mathbf{A(x) = 2x^3 - 3x + 4}$ para x=-2 é: $\mathbf{A(-2) = 2 \cdot (-2)^3 - 3 \cdot (-2) + 4 =}$ $\mathbf{= -16 + 6 + 4 = -6}$
Suma de polinomios	Para sumar polinomios colocámolos uns enriba doutros ordenándoos e deixando ocos nos lugares onde falte algún termo, logo sumamos por columna os monomios semellantes que nos quedaron	Calcula A(x)+B(x)+C(x), sendo: $\mathbf{A(x) = x^2 - 1}$ $\mathbf{B(x) = 2 - 3x + 2x^2}$ $\mathbf{C(x) = 3x + 4}$ x^2 - 1 $2x^2$ -3x + 2 3x + 4 ――――― $3x^2$ +5
Resta de polinomios	Procédese como na suma pero cando un polinomio ten diante o signo de restar, escríbese o seu oposto (con todos os signos cambiados)	Cos polinomios anteriores calculemos A(x)-B(x)+C(x): x^2 - 1 $-2x^2$ +3x - 2 3x + 4 ――――― $-x^2$ +6x +1
Multiplicación de polinomios	Colócanse un enriba do outro e vanse multiplicando ordenadamente os monomios que os forman colocando os resultados parciais en columnas de monomios semellantes e sumando os resultados.	Calculemos B(x).C(x) cos polinomios anteriores: $2x^2$ -3x + 2 3x + 4 ――――― $8x^2$ -12x +8 $6x^3$ - $9x^2$ +6x ――――― $6x^3$ – x^2 - 6x + 8

Igualdades notables	Chámanse así a unha serie de expresións que polo seu uso frecuente é conveniente recordar de memoria. As máis importantes son: -Cadrado dunha suma: "É igual ao cadrado do 1º, máis o dobre do 1º polo 2º máis o cadrado do segundo". $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ -Cadrado dunha diferencia:"Es igual ao cadrado do 1º, menos o dobre do 1º polo 2º máis o cadrado do 2º". $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ -Produto dunha suma por unha diferenza: "É igual á diferenza dos cadrados" $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ Se aplicando estas igualdades eliminamos paréntese dise que desenvolvemos. Se non había paréntese e os poñemos, dise que factorizamos	Desenvolve: $(2x+3y)^2 = 4x^2+12xy+9y^2$ $(x-3b)^2 = x^2-6bx+9b^2$ $(2a+3b)(2a-3b) = 4a^2-9b^2$ Factoriza: $1+2x+x^2 = (1+x)^2$ $x^2-6x+9 = (x-3)^2$ $100-25x^2 = (10+5x)(10-5x)$
División de polinomios	Ordénanse en sentido decrecente e vaise dividindo ordenadamente (como nas divisións numéricas) os monomios correspondentes.	$3x^4 - 2x^3 + x^2 - 3x + 1 \;\lfloor\; x^3-5x^2+x-2$ $-3x^4+15x^3-3x^2+6x$ $13x^3 - 2x^2 + 3x + 1 \qquad 3x+13$ $-13x^3+65x^2-13x+26$ $63x^2-10x+27$
Regra de Ruffini	Cando o divisor da división de polinomios é de primeiro grao e o seu coeficiente principal é un a división é máis doada usando a regra de Ruffini. -Poñen só os coeficientes do dividendo nunha fila horizontal -Ponse o termo independente do divisor (cambiado de signo), no ángulo entre dúas liñas. -Báixase o primeiro coeficiente. -Multiplícase o termo independente do divisor por ese coeficiente e o resultado ponse baixo o seguinte coeficiente e súmanse. Así	Divide: $(x^3-3x^2+3x-2):(x+1)$ $\begin{array}{r\|rrrr} & 1 & -3 & 3 & -2 \\ -1 & & -1 & 4 & -7 \\ \hline & 1 & -4 & 7 & -9 \end{array}$ O cociente é: x^2-4x+7 E o resto -9

	sucesivamente ata chegar ao último termo que será o resto	
Sacar factor común	Cando temos unha expresión polinómica na que en cada un dos monomios que a forman hai factores repetidos, poden estes sacarse fóra dunha paréntese e deixar dentro só os que resultan de dividir cada monomio polos factores comúns. Para sacar factor común sacamos: Das indeterminadas, as comúns co menor expoñente Para sacar factor común sacamos: ▪ Dos coeficientes, o m.c.d. ▪ Das indeterminadas, as comúns co menor expoñente	Sacar factor común: $100x^5-80x^4+16x^3=$ $=4x^3(25x^2-20x+4)$ $4m^2n+8mn^2-2mn=$ $2mn(2m+4n-1)$
Factorización usando o factor común e as igualdades notables	Por aplicación das tres igualdades notables e a extracción de factor común, podemos descompoñer un polinomio en produto de varios factores máis simples	Factoriza: $490x^3-420x^2+90x=$ $=10x(49x^2-42x+9)=$ $10x(7x-3)^2$
Factorización de polinomios usando a regra de Ruffini	Se temos o polinomio P(x) e existe un número a tal que P(a)=0, se di que "a" é un cero ou raíz do polinomio. As raíces enteiras dun polinomio hai que buscalas entre os divisores do termo independente. Se a é unha raíz de P(x), (x-a) é un termo divisor do polinomio. Se atopamos as raíces enteiras podemos factorizar o polinomio dado	Factoriza $4x^4-4x^3-9x^2+x+2$ Os divisores de 2 son: $D(2)=\{2,1,-1,-2\}$ Comenzaremos probando de menor a maior polos positivos. Para o 1 |4 -4 -9 1 2 1	4 0 -9 -8 4 0 -9 -8 -6 Non serve. Probamos -1 |4 -4 -9 1 2 -1| -4 8 1 -2 4 -8 -1 2 0 Serve. Se probamos agora de novo -1 (pode volver a servir) 4 -8 -1 2 -1| -4 12 -11 4 -12 11 -9 Non.

		Para 2 $\begin{array}{r|rrrr} & 4 & -8 & -1 & 2 \\ 2 & & 8 & 0 & -2 \\ \hline & 4 & 0 & -1 & 0 \end{array}$ Teremos que: $\mathbf{4x^4 - 4x^3 - 9x^2 + x + 2} =$ $= \mathbf{(x+1)(x-2)(4x^2-1)} =$ $\mathbf{(x+1)(x-2)(2x+1)(2x-1)}$

EXERCICIOS

1. Calcula:

   a) $(2x^3 – 9x^2 – 4 + 5x) + (6x^4 + x^2 – 5x)$
   b) $(x^4 – 9x^2 + 1) + (10x^3 + 23x^2 + 12x)$

2. Calcula:

   a) $(-3x^4 + 5x – 2x^3 – 3) – (27x^3 +36x – 54x^2 + 8)$
   b) $(5x^3 + 2x – 4x^2 – 3) – (5x^2 + 14 – 6x)$

3. Dados os polinomios: $P(x) = 2x^3 – 5x^2 – 3x + 4$
   $Q(x) = -2x^2 + x^3 – x – 3$
   Calcula : P(x) – Q(x)

4. Dados os polinomios: $P(x) = x^8 – 1$
   $Q(x) = x^3 – 2x -3$
   Calcula : $P(x) \cdot Q(x)$

5. Dados os polinomios: $P(x) = 5x^3 – 3x + 8$
   $Q(x) = x^2 – 3$
   Calcula : $P(x) \cdot Q(x)$

6. Dados os polinomios: $P(x) = x^5 – x^3 + x$
   $Q(x) = x^3 – 2x + 1$
   Calcula : P(x) : Q(x)

7. Dados os polinomios: $P(x) = 3x^4 – 2x^2 + x^3 -5$
   $Q(x) = x^3 – 3 + 2x$
   Calcula : P(x) : Q(x)

8. Utilizando a regra de Ruffini realiza a seguinte división de polinomios:

   $(3x^5 + 2x + 1) : (x + 1)$

9. Efectúa a seguinte división polinómica utilizando a regra de Ruffini:

   $(x^4 – 3x^2 + 5x – 1) : (x – 4)$

10. Calcula, aplicando a regra de Ruffini, o cociente e o resto da seguinte división de polinomios:

    $(-3x^4 + 5x – 2x^3 – 3) : (x + 1)$

11. Obtén o cociente e o resto da división $(x^3 – 3x + 5) : (x – 2)$ aplicando a regra de Ruffini

12. Descompón en factores, aplicando as identidades notables, o polinomio:

    $x^2 + 4x + 4$

13. Descompón en factores aplicando a diferencia de cadrados: $9x^2 – 36$

14. Descompón en factores: $\frac{4}{9}x^4 - \frac{1}{4}$

15. Factoriza os polinomios seguintes:

$$a) x^3 + 2x^2 - x - 2$$
$$b) - 2x^3 + x + 1$$
$$c) x^3 - 2x^2 - 2x - 3$$
$$d) x^3 + 3x^2 - x - 3$$
$$e) x^4 - 2x^3 + 2x - 4$$

ECUACIÓNS DE PRIMEIRO GRAO

Unha ecuación de **primeiro grao** é unha expresión que se pode reducir á forma

$$ax + b = 0,$$

sendo a distinto de cero.
Ten unha única solución: $x = -b/a$

ECUACIÓNS EQUIVALENTES

Dúas ecuacións son equivalentes se teñen a mesma solución ou ambas as dúas carecen de solución.

TRANSFORMACIÓNS QUE MANTEÑEN A EQUIVALENCIA DE ECUACIÓNS.

- Para resolver unha ecuación, despexaremos a x mediante unha serie de pasos. Cada paso consiste en transformar a ecuación noutra equivalente na que a x estea máis próxima a ser despexada
- O que está a sumar nun membro pasa restando ao outro membro. E viceversa.
  O que está a multiplicar a todo o demais dun membro pasa dividindo a todo o demais do outro. E viceversa.

PASOS PARA RESOLVER ECUACIÓNS DE PRIMEIRO GRAO

$$x + \frac{(3x-6)}{5} = 3 - \frac{(5x-7)}{3}$$

1.Calculamos o m.c.m. dos denominadores: mcm(5,3)=15

2.Multiplicamos a ecuación polo m.c.m.

$$15x + \frac{15(3x-6)}{5} = 15.3 - \frac{15(5x-7)}{3}$$

3. Simplificamos:

$$15x + 3(3x-6) = 45 - 5(5x-7)$$

4.Quitamos os parénteses:

$$15x + 9x - 18 = 45 - 25x + 35$$

5. Resolvemos a ecuación que resulta agrupando a un lado os termos con x e ao outro os que non teñen x e despexando a x aplicando as regras de antes:

$$15x + 9x + 25x = 45 + 35 + 18$$
$$49x = 98$$
$$x = \frac{98}{49}$$
$$x = 2$$

ECUACIÓNS DE SEGUNDO GRAO

Unha ecuación de **segundo grao** é da forma: $ax^2 + bx + c = 0$, con a distinto de 0.
Resolvíanse mediante a fórmula:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

EXERCICIOS DE ECUACIÓNS DE PRIMEIRO E SEGUNDO GRAO

1. Resolve estas ecuacións de primeiro grao:

a) $5(x+3)-2x=x+9$
b) $8(x+2)-[3(x-1)+2(x+7)]=2x+3$
c) $\frac{3(x-4)}{4}=\frac{5(x-5)}{4}-\frac{2(x-3)}{3}$
d) $\frac{3x-17}{8}-\frac{1-4x}{3}=\frac{1-x}{4}-\frac{9-x}{6}$

2. Resolve estas ecuacións de primeiro grao:

$a)\quad \frac{x-1}{3}-2x+4=x+1$

$b)\quad \frac{2(x+3)}{3}-1=\frac{3(x-6)}{4}+4$

$c)\quad x-2+\frac{3x+1}{2}=x-\frac{2x-5}{4}$

3.Resolve estas ecuacións de segundo grao:

a) $5x^2-5=0$
b) $2x^2-6x=0$
c) $5x^2+5=0$
d) $(x-2)^2=16$
e) $(5x-3)\cdot(5x+3)=0$
f) $(3-4x)^2=-1$
g) $-x^2-x+6=0$
h) $x^2+2x+1=0$

4. Resolve estes problemas:

1. Acha tres números pares consecutivos, sabendo que o terceiro máis o triplo do primeiro excede en 20 unidades ao segundo.

2. Acha o lado dun rombo, sabendo que a diagonal maior mide 16 cm e a diagonal menor mide 12 cm.

3. Se á metade dun número lle restas a súa terceira parte, e, a este resultado súmaslle 85/2, obtés o triplo do número inicial. ¿De que número se trata?

4. Calcula os lados dun rectángulo, sabendo que a base excede en 2 unidades ao triplo da altura, e que o seu perímetro é de 20 cm.

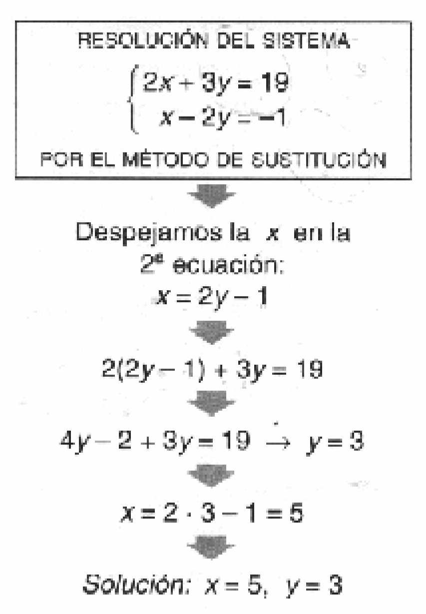
SISTEMAS DE ECUACIÓNS

Método de substitución.

Este método de resolución dun sistema de ecuacións consiste en despexar unha incógnita nunha das ecuacións e substituír na outra.

Describamos os pasos que convén dar para aplicar este método:
1º. Despéxase unha incógnita nunha das ecuacións.
2º. Substitúese a expresión desta incógnita na outra ecuación, obtendo unha ecuación cunha soa incógnita.
3º. Resólvese esta ecuación.
4º. O valor obtido substitúese na ecuación na que aparecía a incógnita despexada.

EXEMPLO


RESOLUCIÓN DEL SISTEMA

$$\begin{cases} 2x + 3y = 19 \\ x - 2y = -1 \end{cases}$$

POR EL MÉTODO DE SUSTITUCIÓN

Despejamos la x en la 2ª ecuación:

$x = 2y - 1$

$2(2y - 1) + 3y = 19$

$4y - 2 + 3y = 19 \rightarrow y = 3$

$x = 2 \cdot 3 - 1 = 5$

Solución: $x = 5$, $y = 3$

5º. Obtívose, así, a solución.

Método de igualación.

Este método consiste en despexar a mesma incógnita en ambas as dúas ecuacións e igualar as expresións resultantes.

Describamos os pasos que convén dar para aplicar este método:
1º. Despéxase a mesma incógnita en ambas as dúas ecuacións.
2º. Iguálanse as expresións, o cal dá lugar a unha ecuación cunha incógnita.
3º. Resólvese esta ecuación.
4º. O valor obtido substitúese en calquera das dúas expresións nas que aparecía despexase a outra incógnita.

EXEMPLO

RESOLUCIÓN DEL SISTEMA

$$\begin{cases} 2x + 3y = 19 \\ x - 2y = 1 \end{cases}$$

POR EL MÉTODO DE IGUALACIÓN

$$\downarrow$$

$$\begin{cases} x = \dfrac{19 - 3y}{2} \\ x = -1 + 2y \end{cases}$$

$$\downarrow$$

$$\frac{19 - 3y}{2} = -1 + 2y$$

$$\downarrow$$

$$19 - 3y = 2(-1 + 2y) \rightarrow y = 3$$

$$\downarrow$$

$$x = -1 + 2 \cdot 3 = 5$$

$$\downarrow$$

Solución: $x = 5,\ y = 3$

5º. Obtívose así a solución.

Método de redución

.
Este método consiste en preparar as dúas ecuacións para que unha das incógnitas teña o mesmo coeficiente en ambas as dúas. Restando as ecuacións resultantes, membro a membro, obtense unha ecuación con só unha incógnita (reduciuse o número de incógnitas).

Resumamos os pasos que debemos dar:
1º. Prepáranse as dúas ecuacións (multiplicándoas polos números que conveña).
2º. Ao restalas desaparece unha das incógnitas.
3º. Resólvese a ecuación resultante.
4º. O valor obtido substitúese nunha das iniciais e resólvese.

EXEMPLO

$\begin{cases} 3x + 4y = 9 \\ 5x + 2y = 15 \end{cases}$ Posto que o coeficiente do y na primeira ecuación éo dobre que na segunda, multiplicando ésta por 2 igualaranse os coeficientes. Restando,eliminarase esta incógnita.

$\begin{cases} 3x + 4y = 9 \\ 5x + 2y = 15 \end{cases} \rightarrow$ *Multiplicando por -2:* $\begin{cases} 3x + 4y = 9 \\ -10x - 4y = -30 \end{cases}$*; ahora sumando ambas ecuaciones obtemos o seguinte:* -7x = -21; x = $\dfrac{-21}{-7}$ = 3;

Agora substituímos x=3 en cualquera das expresións iniciais ➔ 3x+4y=9 ➔ 3·3+4y=9 ➔ 4y=0 ➔ y=0.

5º. Obtense, así, a solución.

Exercicios de sistemas de ecuacións lineais

1) Resolve os seguintes sistemas de ecuacións lineais polos métodos de:
a) Igualación
b) Sustitución
c) Redución

a) $\begin{cases} 3x + 2y = 3 \\ 4x + 3y = 2 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x - 6y = -2 \\ 5x - 3y = 31 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x = 3y - 1 \\ 2x + 3y = 25 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 10(x-2) + y = 1 \\ x + 3(x-y) = 5 \end{cases}$ e) $\begin{cases} x - y = 3 \\ 2(x-y) + \dfrac{x-y}{3} = 3x - 1 \end{cases}$ f) $\begin{cases} x - 2(x+y) = 3y - 2 \\ \dfrac{x}{2} + \dfrac{y}{2} = 3 \end{cases}$

Problemas de sistemas de ecuacións

Na granxa

Nunha granxa críanse crían galiñas e coellos. Se se contan as cabezas, son 50, se as patas, son 134. ¿Cantos animais hai de cada clase?

Un granxeiro conta cun determinado número de gaiolas para os seus coellos. Se introduce 6 coellos en cada gaiola quedan catro prazas libres nunha gaiola. Se introduce 5 coellos en cada gaiola quedan dous coellos libres. ¿Cántos coellos e gaiolas hai?

Nunha loita entre moscas e arañas interveñen 42 cabezas e 276 patas. ¿Cantos loitadores había de cada clase? (Recorda que unha mosca ten 6 parrulos e unha araña 8 patas).

No instituto

Ao comezar os estudios|estudos de Bacharelato fáiselles un test aos estudantes con 30 cuestións sobre Matemáticas. Por cada cuestión contestada correctamente dánselle 5 puntos e por cada cuestión incorrecta ou non contestada quítanlle 2 puntos. Un alumno obtivo en total 94 puntos. ¿Cantas cuestións respondeu
correctamente?

Na miña clase están 35 alumnos. Regaláronnos polo noso bo comportamento 2 bolígrafos a cada rapaza e un caderno a cada rapaz. Se en total foron 55 regalos, ¿cantos rapaces e rapazas están na miña clase?

Traballando con números

Acha dous números tales que se se dividen o primeiro por 3 e o segundo por 4 a suma é 15; mentres que se se multiplica o primeiro por 2 e o segundo por 5 a suma é 174.

Asuntos de familia

O outro día o meu avó de 70 anos de idade quixo repartir entre os seus netos certa cantidade de diñeiro. Se nos daba 300 ptas a cada un sobráballe 600 ptas. e se non daba 500 ptas. lle faltaba 1000. ¿Cantos netos ten? ¿Que cantidade quería repartir?

Ao preguntar na miña familia cántos fillos son, eu respondo que teño tantas irmás como irmáns e a miña irmá maior responde que ten dobre número de irmáns que de irmás. ¿Cantos fillos e fillas somos?

Hai 5 anos a idade do meu pai era a tripla da do meu irmán e dentro de 5 anos só será a duplo. ¿Cales son as idades do meu pai e do meu irmán?

Entre o meu avó e o meu irmán teñen 56 anos. Se o meu avó ten 50 anos máis que o meu irmán, ¿que idade ten cada un?

Páxinas interesantes de contados matemáticos:

- www.edu.xunta.es/contidos
- www.ematematicas.net
- www.librosvivos.net
- http://descartes.cnice.mec.es/