

TEMA 0. VECTORES Y DINÁMICA DE ROTACIÓN. Cuestiones y problemas

1.- Dados los vectores: $\mathbf{a} = 2\mathbf{i} + 4\mathbf{j} + 6\mathbf{k}$ y $\mathbf{b} = \mathbf{i} - 2\mathbf{j} + 3\mathbf{k}$. Calcular: a) el vector suma $\mathbf{a} + \mathbf{b}$, su módulo y cosenos directores; b) el vector diferencia $\mathbf{a} - \mathbf{b}$ y el vector unitario que define su dirección y sentido.

2.- Un vector tiene por origen respecto de cierto sistema de referencia el punto O (-1, 2, 0) y de extremo P (3, -1, 2). Calcular: a) componentes del vector \mathbf{OP} ; b) módulo y cosenos directores; c) vector unitario en la dirección de él pero de sentido contrario.

3.- Dados los vectores $\mathbf{u} = 2\mathbf{i} + 3\mathbf{j}$ y $\mathbf{v} = 4\mathbf{i} - 2\mathbf{j}$. a) halla su suma, b) su diferencia, c) calcula el módulo de \mathbf{u} y de \mathbf{v} , d) calcula su producto escalar, e) ¿cual es el coseno del ángulo que forman ambos vectores?, f) calcular los cosenos directores del vector suma, g) calcula un vector unitario en la dirección del vector diferencia.

4.- Dado el vector $\mathbf{b} = 3\mathbf{i} + 2\mathbf{j} - \mathbf{k}$. a) Representálo en un sistema de coordenadas cartesianas. b) Calcula su módulo. c) Calcula los cosenos directores, ¿qué significan?

5.- Dados los vectores: $\mathbf{a} = \mathbf{i} + 2\mathbf{j} + 3\mathbf{k}$ y $\mathbf{b} = 2\mathbf{i} + 3\mathbf{j} - \mathbf{k}$. Calcular: a) su producto escalar, b) el ángulo que forman, c) la proyección de \mathbf{b} sobre \mathbf{a} d) su producto vectorial.

6.- Dados los vectores $\mathbf{a} = 2\mathbf{i} + 4\mathbf{j} + 6\mathbf{k}$ y $\mathbf{b} = \mathbf{i} + 2\mathbf{j} + 3\mathbf{k}$, a) hallar el módulo del vector suma y el vector unitario de su misma dirección, b) calcular el producto vectorial $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ y el área del paralelogramo determinado por los dos vectores.

Sol: a) $S = 11,22$, $\mathbf{u} = 0,27\mathbf{i} + 0,53\mathbf{j} + 0,80\mathbf{k}$, cero

7.- Los vectores \mathbf{a} (-3, 2, 1), \mathbf{b} (2, -4, 0) y \mathbf{c} (4, -1, 8) con concurrentes en el punto (3, 1, 2). Calcula el momento de cada vector respecto al origen de coordenadas y el momento del vector resultante respecto al origen de coordenadas.

8.- Dados los vectores $\mathbf{a} = 3\mathbf{i} - 2\mathbf{j}$ y $\mathbf{b} = -4\mathbf{i} + \mathbf{j}$ calcula: a) el vector suma y su módulo; b) el vector diferencia y el ángulo que forma con el eje OX; c) el vector $\mathbf{c} = 2\mathbf{a} - 3\mathbf{b}$ y el vector unitario que define la dirección y sentido de \mathbf{c} .

Sol: $\mathbf{S} = -\mathbf{i} - \mathbf{j}$; $S = \sqrt{2}$; b) $\mathbf{D} = 7\mathbf{i} - 3\mathbf{j}$; $23,2^\circ$; c) $\mathbf{c} = 18\mathbf{i} - 7\mathbf{j}$; $\mathbf{u}_c = 18\mathbf{i} - 7\mathbf{j} / \sqrt{373}$

9.- Dados los vectores $\mathbf{a} = 3\mathbf{i} - \mathbf{j} + 2\mathbf{k}$ y $\mathbf{b} = \mathbf{i} + \mathbf{j} - 2\mathbf{k}$, calcular: a) su producto escalar, b) el ángulo que forman sus direcciones. **Sol:** a) -2; b) $102,6^\circ$

10.- Dados los vectores \mathbf{a} (1, -1, 2) y \mathbf{b} (-1, 3, 4). Calcular: a) el producto escalar de ambos vectores; b) el ángulo que forman; c) la proyección de \mathbf{b} sobre \mathbf{a} . **Sol:** 4; $71,3^\circ$; $4/\sqrt{6}$

11.- Los vectores $\mathbf{a} = 3\mathbf{i} + \mathbf{j} - 5\mathbf{k}$ y $\mathbf{b} = 2\mathbf{i} - 6\mathbf{j} + 3\mathbf{k}$ forman entre si un ángulo de $113,3^\circ$. Deducir el módulo de su producto vectorial: a) a partir de la definición, b) resolviendo el determinante. **Sol.** a) 38; b) 38,6

12.- Dados los vectores $\mathbf{a} = 3\mathbf{i} + 4\mathbf{j} + \mathbf{k}$ y $\mathbf{b} = 4\mathbf{i} - 5\mathbf{j} + 8\mathbf{k}$, a) calcula su producto escalar, b) calcula su producto vectorial, c) ¿son perpendiculares?

Sol: a) 0, b) si, c) $37\mathbf{i} - 20\mathbf{j} - 31\mathbf{k}$

13.- Dados los vectores \mathbf{a} (2,1, -3) y \mathbf{b} (1, 0, -2). Hallar un vector unitario que sea perpendicular a ambos.

Sol: $-2\mathbf{i} + \mathbf{j} - \mathbf{k} / \sqrt{6}$

14.- Dados los vectores **a** (1, 3, -2) y **b** (1, -1, 0). Calcular: a) su producto vectorial; b) el área del paralelogramo que tiene a los dos vectores como lados. **Sol:** a) $-2\mathbf{i}-2\mathbf{j}-4\mathbf{k}$; b) $2\sqrt{6}$

15.- El vector **b** = $\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + 3\mathbf{k}$ está aplicado en el punto P (2, 1, 2). Calcular su momento respecto al origen de coordenadas. ¿Cuánto valdrá su módulo? **Sol:** $7\mathbf{i} - 4\mathbf{j} - 5\mathbf{k}$; 9,49

16.- El origen de un vector es el punto A (3,-1, 2) y su extremo B (1, 2, 1). Calcula su momento respecto a C (1, 1, 2) **Sol:** $2\mathbf{i}+ 2\mathbf{j}+ 2\mathbf{k}$

17.- Acerca del momento de inercia de un sólido rígido podemos afirmar que: a) su valor depende del eje de giro elegido; b) su valor depende de la velocidad con que gire el cuerpo; c) para una masa dada es tanto menor cuanto mayor sea el volumen que ocupe.

18.- ¿Por qué los picaportes de las puertas y ventanas se sitúan siempre en el extremo más alejado del eje de rotación?

19.- ¿Por qué los patinadores cierran los brazos sobre su cuerpo cuando quieren efectuar giros muy rápidos?

20.- Una persona se encuentra de pie sobre una plataforma que gira alrededor de un eje vertical. En un momento se siente mareada y trata de desplazarse hacia el eje con intención de asirse a él. ¿Crees que ha tomado la decisión más acertada? ¿Por qué?

LIBRO DE TEXTO 17, 18, 19 PÁG. 52