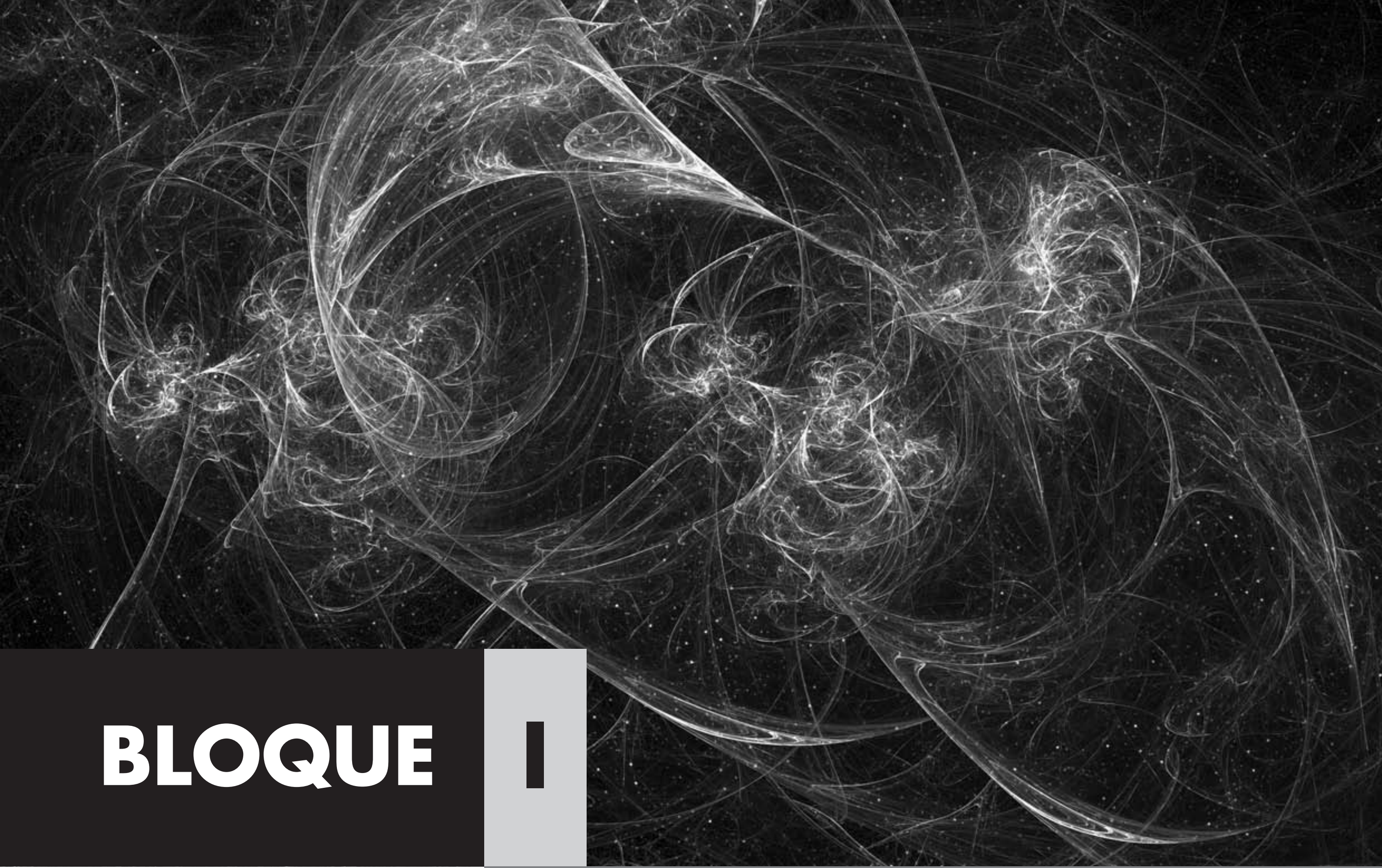
Solucións ás actividades



BLOQUE I

Álxebra

1. Sistemas lineares
2. Matrices
3. Determinantes
4. Sistemas lineares con parámetros

1 Sistemas lineares

1. Sistemas de ecuacións lineares

Pensa e calcula

Resolve mentalmente o seguinte sistema: $\left.\begin{array}{r} 2x + y - z = 0 \\ y + z = 6 \\ z = 2 \end{array}\right\}$

Solución:

$x = -1, y = 4, z = 2$

Aplica a teoría

1. Resolve os seguintes sistemas polo método de Gauss e clasifícaos:

a) $\left.\begin{array}{r} x \quad + 2z = 0 \\ x + y + 2z = -1 \\ 2x + 3y \quad = 1 \end{array}\right\}$ b) $\left.\begin{array}{r} x - y + z = 1 \\ 3x + y - 2z = 5 \\ x - 2y + z = 0 \end{array}\right\}$

Solución:

a) Escríbense á dereita as operacións que hai que realizar:

$$\left.\begin{array}{r} x \quad + 2z = 0 \\ x + y + 2z = -1 \\ 2x + 3y \quad = 1 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \\ 2^a - 1^a \\ 3^a - 2 \cdot 1^a \end{array}$$

$$\left.\begin{array}{r} x \quad + 2z = 0 \\ y \quad = -1 \\ 3y - 4z = 1 \end{array}\right\} y = -1$$

$$\left.\begin{array}{r} x + 2z = 0 \\ y = -1 \\ -3 - 4z = 1 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \\ \\ z = -1 \end{array} \Rightarrow \left.\begin{array}{r} x - 2 = 0 \\ y = -1 \\ z = -1 \end{array}\right\} x = 2$$

A solución do sistema é: **$x = 2$, $y = -1$, $z = -1$**

O sistema é **heteroxéneo compatible determinado**.

b) Escríbense á dereita as operacións que hai que realizar:

$$\left.\begin{array}{r} x - y + z = 1 \\ 3x + y - 2z = 5 \\ x - 2y + z = 0 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \\ 2^a - 3 \cdot 1^a \\ 1^a - 3^a \end{array} \Rightarrow \left.\begin{array}{r} x - y + z = 1 \\ 4y - 5z = 2 \\ y = 1 \end{array}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{r} x - 1 + z = 1 \\ 4 - 5z = 2 \\ y = 1 \end{array}\right\} z = 2/5$$

$$\left.\begin{array}{r} x - 1 + 2/5 = 1 \\ z = 2/5 \\ y = 1 \end{array}\right\} x = 8/5$$

A solución do sistema é: **$x = 8/5$, $y = 1$, $z = 2/5$**

O sistema é **heteroxéneo compatible determinado**.

2. Resolve os seguintes sistemas polo método de Gauss e clasifícaos:

a) $\left.\begin{array}{r} x + y + 2z = 3 \\ 2x - y + z = 9 \\ x - y - 6z = 5 \end{array}\right\}$ b) $\left.\begin{array}{r} 2x + y + z = 1 \\ x + 2y + z = 2 \\ x + y + 2z = 4 \end{array}\right\}$

Solución:

a) Escríbense á dereita as operacións que hai que realizar:

$$\left.\begin{array}{r} x + y + 2z = 3 \\ 2x - y + z = 9 \\ x - y - 6z = 5 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \\ 2 \cdot 1^a - 2^a \\ 1^a - 3^a \end{array}$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{r} x + y + 2z = 3 \\ 3y + 3z = -3 \\ 2y + 8z = -2 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \\ 2^a : 3 \\ 3^a : 2 \end{array}$$

$$\left.\begin{array}{r} x + y + 2z = 3 \\ y + z = -1 \\ y + 4z = -1 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \\ \\ 3^a - 2^a \end{array}$$

$$\left.\begin{array}{r} x + y + 2z = 3 \\ y + z = -1 \\ 3z = 0 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \\ \\ z = 0 \end{array} \Rightarrow \left.\begin{array}{r} x + y = 3 \\ y = -1 \\ z = 0 \end{array}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{r} x - 1 = 3 \\ y = -1 \\ z = 0 \end{array}\right\} x = 4$$

A solución do sistema é: **$x = 4$, $y = -1$, $z = 0$**

O sistema é **heteroxéneo compatible determinado**.

b) Colócase a 1ª ecuación en terceiro lugar e escríbense á dereita as operacións que hai que realizar:

$$\left.\begin{array}{r} x+2y+z=2 \\ x+y+2z=4 \\ 2x+y+z=1 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \\ 1^a-2^a \\ 2\cdot 1^a-3^a \end{array}$$

$$\left.\begin{array}{r} x+2y+z=2 \\ y-z=-2 \\ 3y+z=3 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \\ \\ 3^a-3\cdot 2^a \end{array}$$

$$\left.\begin{array}{r} x+2y+z=2 \\ y-z=-2 \\ 4z=9 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \\ \\ z=9/4 \end{array}$$

$$\left.\begin{array}{r} x+2y+9/4=2 \\ y-9/4=-2 \\ z=9/4 \end{array}\right\} y=1/4$$

$$\left.\begin{array}{r} x+1/2+9/4=2 \\ y=1/4 \\ z=9/4 \end{array}\right\} x=-3/4$$

A solución do sistema é: $\mathbf{x=-3/4}$, $\mathbf{y=1/4}$, $\mathbf{z=9/4}$

O sistema é **heteroxéneo compatible determinado**.

3. Resolve os seguintes sistemas polo método de Gauss e clasifícaos:

a) $\left.\begin{array}{r} 2x+y+4z=1 \\ -x+2y-2z=1 \\ y+z=2 \end{array}\right\}$ b) $\left.\begin{array}{r} 8x+3y+2z=4 \\ 2x-y=0 \\ 2x+2z=1 \end{array}\right\}$

Solución:

a) Permutan a 1ª e a 2ª ecuación, e escríbense as operacións que hai que realizar:

$$\left.\begin{array}{r} -x+2y-2z=1 \\ 2x+y+4z=1 \\ y+z=2 \end{array}\right\} 2\cdot 1^a+2^a$$

$$\left.\begin{array}{r} -x+2y-2z=1 \\ 5y=3 \\ y+z=2 \end{array}\right\} y=3/5$$

$$\left.\begin{array}{r} -x+6/5-2z=1 \\ y=3/5 \\ 3/5+z=2 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \\ \\ z=7/5 \end{array}$$

$$\left.\begin{array}{r} -x+6/5-14/5=1 \\ y=3/5 \\ z=7/5 \end{array}\right\} \begin{array}{l} x=-13/5 \\ \\ \\ \end{array}$$

A solución do sistema é: $\mathbf{x=-13/5}$, $\mathbf{y=3/5}$, $\mathbf{z=7/5}$

O sistema é **heteroxéneo compatible determinado**.

b) Colócase a 2ª ecuación en primeiro lugar, permutan as columnas de **x** e **y**, e escríbense as operacións que hai que realizar:

$$\left.\begin{array}{r} -y+2x=0 \\ 3y+8x+2z=4 \\ 2x+2z=1 \end{array}\right\} 3\cdot 1^a+2^a$$

$$\left.\begin{array}{r} -y+2x=0 \\ 14x+2z=4 \\ 2x+2z=1 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \\ 2^a:2 \\ 7\cdot 3^a-2^a \end{array}$$

$$\left.\begin{array}{r} -y+2x=0 \\ 7x+z=2 \\ 12z=3 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \\ \\ z=1/4 \end{array}$$

$$\left.\begin{array}{r} -y+2x=0 \\ 7x+1/4=2 \\ z=1/4 \end{array}\right\} x=1/4$$

$$\left.\begin{array}{r} -y+1/2=0 \\ x=1/4 \\ z=1/4 \end{array}\right\} \begin{array}{l} y=1/2 \\ \\ \\ \end{array}$$

A solución do sistema é: $\mathbf{x=1/4}$, $\mathbf{y=1/2}$, $\mathbf{z=1/4}$

O sistema é **heteroxéneo compatible determinado**.

4. Resolve os seguintes sistemas polo método de Gauss e clasifícaos:

a) $\left.\begin{array}{r} -x-y=0 \\ 3x+2y=0 \\ y+z=0 \end{array}\right\}$ b) $\left.\begin{array}{r} x+2z=3 \\ 3x+y+z=-1 \\ 2y-z=-2 \\ x-y-2z=-5 \end{array}\right\}$

Solución:

a) Escríbense as operacións que hai que realizar:

$$\left.\begin{array}{r} -x-y=0 \\ 3x+2y=0 \\ y+z=0 \end{array}\right\} \begin{array}{l} -1^a \\ 2^a+3\cdot 1^a \Rightarrow \\ \\ \end{array} \left.\begin{array}{r} x+y=0 \\ -y=0 \\ y+z=0 \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} x=0 \\ y=0 \\ z=0 \end{array}$$

A solución do sistema é: $\mathbf{x=0}$, $\mathbf{y=0}$ e $\mathbf{z=0}$, que é a solución trivial.

O sistema é **homoxéneo compatible determinado**.

b) Escríbense as operacións que hai que realizar:

$$\left.\begin{array}{r} x+2z=3 \\ 3x+y+z=-1 \\ 2y-z=-2 \\ x-y-2z=-5 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \\ 2^a-3\cdot 1^a \\ \\ 1^a-4^a \end{array}$$

$$\left.\begin{array}{r} x+2z=3 \\ y-5z=-10 \\ 2y-z=-2 \\ y+4z=8 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \\ \\ 3^a-2\cdot 2^a \\ \\ \end{array} \Rightarrow$$

Elimínase a 4ª ecuación porque é: 4ª = 3ª – 2ª

$$\left.\begin{array}{r} x+2z=3 \\ y-5z=-10 \\ 9z=18 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \\ \\ z=2 \end{array} \Rightarrow \left.\begin{array}{r} x+4=3 \\ y-10=-10 \\ z=2 \end{array}\right\} \begin{array}{l} x=-1 \\ y=0 \\ \\ \end{array}$$

A solución do sistema é: $\mathbf{x=-1}$, $\mathbf{y=0}$, $\mathbf{z=2}$

O sistema é **heteroxéneo compatible determinado**.

2. Estudo dos sistemas

Pensa e calcula

Indica o número de solucións que teñen os seguintes sistemas e clasifícaos:

a) $\left.\begin{aligned} x + y &= 1 \\ 2x + 2y &= 2 \end{aligned}\right\}$ b) $\left.\begin{aligned} x + y &= 1 \\ 2x + 2y &= 5 \end{aligned}\right\}$ c) $\left.\begin{aligned} x + y &= 1 \\ x - y &= 1 \end{aligned}\right\}$

Solución:

a) Infinitas solucións, porque a 2ª é o dobre da 1ª. O sistema é heteroxéneo compatible indeterminado.

b) Non ten solución, porque a 2ª ecuación é o dobre da 1ª agás o termo independente. O sistema é heteroxéneo incompatible.

c) Unha solución. O sistema é heteroxéneo compatible determinado.

Aplica a teoría

5. Discute os seguintes sistemas e clasifícaos:

a) $\left.\begin{aligned} x + 2y - z &= 6 \\ x + y + 2z &= 7 \\ 2x - y - z &= 3 \end{aligned}\right\}$ b) $\left.\begin{aligned} x \quad + z &= -1 \\ x + y \quad &= 0 \\ x \quad + z &= -1 \end{aligned}\right\}$

Solución:

a) Escríbense as operacións que hai que realizar:

$$\left.\begin{aligned} x + 2y - z &= 6 \\ x + y + 2z &= 7 \\ 2x - y - z &= 3 \end{aligned}\right\} \begin{aligned} &\\ &1^a - 2^a \\ &2 \cdot 1^a - 3^a \end{aligned}$$

$$\left.\begin{aligned} x + 2y - z &= 6 \\ y - 3z &= -1 \\ 5y - z &= 9 \end{aligned}\right\} \begin{aligned} &\\ &\\ &3^a - 5 \cdot 2^a \end{aligned}$$

$$\left.\begin{aligned} x + 2y - z &= 6 \\ y - 3z &= -1 \\ 14z &= 14 \end{aligned}\right\} \begin{aligned} &\\ &\\ &z = 1 \end{aligned}$$

$$\left.\begin{aligned} x + 2y - 1 &= 6 \\ y - 3 &= -1 \\ z &= 1 \end{aligned}\right\} y = 2 \Rightarrow \left.\begin{aligned} x + 4 - 1 &= 6 \\ y &= 2 \\ z &= 1 \end{aligned}\right\} x = 3$$

A solución do sistema é: **$x = 3$**, **$y = 2$**, **$z = 1$**

O sistema é **heteroxéneo compatible determinado**.

b) Elimínase a 1ª ecuación porque é igual á 3ª:

$$\left.\begin{aligned} x + y \quad &= 0 \\ x \quad + z &= -1 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left.\begin{aligned} -1 - z + y &= 0 \\ x &= -1 - z \end{aligned}\right\} y = 1 + z$$

A solución do sistema é: **$x = -1 - z$**, **$y = 1 + z$**

O sistema é **heteroxéneo compatible indeterminado**. A solución, en ecuacións paramétricas, é:

$$\left.\begin{aligned} x &= -1 - \lambda \\ y &= 1 + \lambda \\ z &= \lambda \end{aligned}\right\} \lambda \in \mathbb{R}$$

6. Discute os seguintes sistemas e clasifícaos:

a) $\left.\begin{aligned} x + y + 4z &= 1 \\ -x + y - 2z &= 1 \\ y + z &= 1 \end{aligned}\right\}$ b) $\left.\begin{aligned} x - 3y + z &= 1 \\ 2x - y - 3z &= 2 \\ x + y - 3z &= 3 \end{aligned}\right\}$

Solución:

a) Escríbense as operacións que hai que realizar:

$$\left.\begin{aligned} x + y + 4z &= 1 \\ -x + y - 2z &= 1 \\ y + z &= 1 \end{aligned}\right\} 1^a + 2^a \Rightarrow \left.\begin{aligned} x + y + 4z &= 1 \\ 2y + 2z &= 2 \\ y + z &= 1 \end{aligned}\right\} 2^a = 2 \cdot 3^a$$

$$\left.\begin{aligned} x + y &= 1 - 4z \\ y &= 1 - z \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left.\begin{aligned} x + 1 - z &= 1 - 4z \\ y &= 1 - z \end{aligned}\right\}$$

$$\left.\begin{aligned} x &= -3z \\ y &= 1 - z \end{aligned}\right\}$$

A solución do sistema é: **$x = -3z$, $y = 1 - z$**

O sistema é heteroxéneo **compatible indeterminado**. A solución, en ecuacións paramétricas, é:

$$\left.\begin{aligned} x &= -3\lambda \\ y &= 1 - \lambda \\ z &= \lambda \end{aligned}\right\} \lambda \in \mathbb{R}$$

b) Escríbense as operacións que hai que realizar:

$$\left.\begin{aligned} x - 3y + z &= 1 \\ 2x - y - 3z &= 2 \\ x + y - 3z &= 3 \end{aligned}\right\} \begin{aligned} &\\ &2^a - 2 \cdot 1^a \\ &3^a - 1^a \end{aligned} \Rightarrow \left.\begin{aligned} x - 3y + z &= 1 \\ 5y - 5z &= 0 \\ 4y - 4z &= 2 \end{aligned}\right\} \begin{aligned} &\\ &2^a : 5 \\ &3^a : 2 \end{aligned}$$

$$\left.\begin{aligned} x - 3y + z &= 1 \\ y - z &= 0 \\ 2y - 2z &= 1 \end{aligned}\right\} \begin{aligned} &\\ &\\ &3^a - 2 \cdot 2^a \end{aligned} \Rightarrow \left.\begin{aligned} x - 3y + z &= 1 \\ y - z &= 0 \\ 0 &= 1 \end{aligned}\right\}$$

Obsérvase que se chegou a unha contradición, $0 = 1$, que é imposible. O sistema non ten solución. O sistema é heteroxéneo **incompatible**.

7. Discute os seguintes sistemas e clasifícaos:

a) $\left.\begin{array}{r} -3x + y + 4z = 1 \\ -x - 3y - 2z = 1 \\ y + z = -3 \end{array}\right\}$ b) $\left.\begin{array}{r} 4x + y + 2z = 0 \\ 2x + y = 0 \\ x + z = 0 \end{array}\right\}$

Solución:

a) Permutan a 1ª e a 2ª ecuación cambiando de signo a 2ª ecuación e escríbense as operacións que hai que realizar:

$$\left.\begin{array}{r} x + 3y + 2z = -1 \\ -3x + y + 4z = 1 \\ y + z = -3 \end{array}\right\} \; 2^a - 3 \cdot 1^a$$

$$\left.\begin{array}{r} x + 3y + 2z = -1 \\ 10y + 10z = -2 \\ y + z = -3 \end{array}\right\} \; \begin{array}{l} \\ 2^a : 2 \\ 10 \cdot 3^a - 2^a \end{array}$$

$$\left.\begin{array}{r} x + 3y + 2z = -1 \\ 5y + 5z = -2 \\ 0 = -28 \end{array}\right\}$$

Obsérvase que se chegou a unha contradición, 0 = –28, que é imposible. O sistema non ten solución.

O sistema é **heteroxéneo incompatible**.

b) Permutan as columnas de **y** coas de **x** e escríbense as operacións que hai que realizar:

$$\left.\begin{array}{r} y + 4x + 2z = 0 \\ y + 2x = 0 \\ x + z = 0 \end{array}\right\} \; 1^a - 2^a$$

$$\left.\begin{array}{r} y + 4x + 2z = 0 \\ 2x + 2z = 0 \\ x + z = 0 \end{array}\right\} \; 2^a = 2 \cdot 3^a \Rightarrow \left.\begin{array}{r} y + 4x + 2z = 0 \\ x + z = 0 \end{array}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{r} y + 4x = -2z \\ x = -z \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{r} y - 4z = -2z \\ x = -z \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{r} y = 2z \\ x = -z \end{array}\right\}$$

A solución do sistema é: **x = –z**, **y = 2z**

O sistema é **homoxéneo compatible indeterminado**. A solución, en ecuacións paramétricas, é:

$$\left.\begin{array}{l} x = -\lambda \\ y = 2\lambda \\ z = \lambda \end{array}\right\} \lambda \in \mathbb{R}$$

8. Discute os seguintes sistemas e clasifícaos:

a) $\left.\begin{array}{r} x + y + z = 0 \\ 2x + y + 2z = 0 \end{array}\right\}$ b) $\left.\begin{array}{r} x + 2y - 2z = 1 \\ -x - 3y + z = 6 \\ 3x + y + z = 2 \end{array}\right\}$

Solución:

a) Escríbense as operacións que hai que realizar:

$$\left.\begin{array}{r} x + y + z = 0 \\ 2x + y + 2z = 0 \end{array}\right\} \; \begin{array}{l} \\ 2 \cdot 1^a - 2^a \end{array} \Rightarrow \left.\begin{array}{r} x + y + z = 0 \\ y = 0 \end{array}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{r} x + z = 0 \\ y = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{r} x = -z \\ y = 0 \end{array}\right\}$$

A solución do sistema é: **x = –z**, **y = 0**

O sistema é **homoxéneo compatible indeterminado**. A solución, en ecuacións paramétricas, é:

$$\left.\begin{array}{l} x = -\lambda \\ y = 0 \\ z = \lambda \end{array}\right\} \lambda \in \mathbb{R}$$

b) Escríbense as operacións que hai que realizar:

$$\left.\begin{array}{r} x + 2y - 2z = 1 \\ -x - 3y + z = 6 \\ 3x + y + z = 2 \end{array}\right\} \; \begin{array}{l} \\ 1^a + 2^a \\ 3 \cdot 1^a - 3^a \end{array}$$

$$\left.\begin{array}{r} x + 2y - 2z = 1 \\ -y - z = 7 \\ 5y - 7z = 1 \end{array}\right\} \; \begin{array}{l} \\ \\ 3^a + 5 \cdot 2^a \end{array}$$

$$\left.\begin{array}{r} x + 2y - 2z = 1 \\ -y - z = 7 \\ -12z = 36 \end{array}\right\} \; \begin{array}{l} \\ \\ z = -3 \end{array}$$

$$\left.\begin{array}{r} x + 2y + 6 = 1 \\ -y + 3 = 7 \\ z = -3 \end{array}\right\} y = -4$$

$$\left.\begin{array}{r} x - 8 + 6 = 1 \\ y = -4 \\ z = -3 \end{array}\right\} \; \begin{array}{l} x = 3 \\ \\ \\ \end{array}$$

A solución do sistema é: **x = 3**, **y = –4**, **z = –3**

O sistema é **heteroxéneo compatible determinado**.

9. Discute os seguintes sistemas e clasifícaos:

a) $\left.\begin{array}{r} 3x - y + 2z = 1 \\ x + 4y + z = 1 \\ 2x - 5y + z = -2 \end{array}\right\}$ b) $\left.\begin{array}{r} 3x + y - 2z = -8 \\ x + 2y + z = -1 \\ 2x - 3y + z = -3 \end{array}\right\}$

Solución:

a) Permutan as dúas primeiras ecuacións e escríbense as operacións que hai que realizar:

$$\left.\begin{array}{r} x + 4y + z = 1 \\ 3x - y + 2z = 1 \\ 2x - 5y + z = -2 \end{array}\right\} \; \begin{array}{l} \\ 3 \cdot 1^a - 2^a \\ 2 \cdot 1^a - 3^a \end{array}$$

$$\left.\begin{array}{r} x + 4y + z = 1 \\ 13y + z = 2 \\ 13y + z = 4 \end{array}\right\} \; \begin{array}{l} \\ \\ 3^a - 2^a \end{array} \Rightarrow \left.\begin{array}{r} x + 4y + z = 1 \\ 13y + z = 2 \\ 0 = 2 \end{array}\right\}$$

Obsérvase que se chegou a unha contradición, 0 = 2, que é imposible. O sistema non ten solución.

O sistema é **heteroxéneo incompatible**.

b) Permutan a 1ª e a 2ª ecuacións e escríbense as operacións que hai que facer:

$$\left.\begin{array}{r} x + 2y + z = -1 \\ 3x + y - 2z = -8 \\ 2x - 3y + z = -3 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \\ 3 \cdot 1^a - 2^a \\ 2 \cdot 1^a - 3^a \end{array}$$

$$\left.\begin{array}{r} x + 2y + z = -1 \\ 5y + 5z = 5 \\ 7y + z = 1 \end{array}\right\} 2^a : 5$$

$$\left.\begin{array}{r} x + 2y + z = -1 \\ y + z = 1 \\ 7y + z = 1 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \\ \\ 7 \cdot 2^a - 3^a \end{array}$$

$$\left.\begin{array}{r} x + 2y + z = -1 \\ y + z = 1 \\ 6z = 6 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \\ \\ z = 1 \end{array}$$

$$\left.\begin{array}{r} x + 2y + 1 = -1 \\ y + 1 = 1 \\ z = 1 \end{array}\right\} y = 0 \Rightarrow \left.\begin{array}{r} x + 1 = -1 \\ y = 0 \\ z = 1 \end{array}\right\} \begin{array}{l} x = -2 \\ \\ \\ \end{array}$$

A solución do sistema é: $\mathbf{x = -2}$, $\mathbf{y = 0}$, $\mathbf{z = 1}$

O sistema é **heteroxéneo compatible determinado**.

10. Discute os seguintes sistemas e clasifícaos:

a) $\left.\begin{array}{r} 2x + y - z = 0 \\ x - y - z = 0 \\ 3x \quad - 2z = 0 \end{array}\right\}$ b) $\left.\begin{array}{r} x - y = z \\ x + z = y \\ y - z = x \end{array}\right\}$

Solución:

a) Cámbiase a columna de **x** ao final e escríbense as operacións que hai que realizar:

$$\left.\begin{array}{r} y - z + 2x = 0 \\ -y - z + x = 0 \\ -2z + 3x = 0 \end{array}\right\} 1^a + 2^a \Rightarrow \left.\begin{array}{r} y - z + 2x = 0 \\ -2z + 3x = 0 \\ \cancel{-2z + 3x = 0} \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\left.\begin{array}{r} y - z + 2x = 0 \\ -2z + 3x = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{r} y + 2x = z \\ 3x = 2z \end{array}\right\} x = 2z/3$$

$$\left.\begin{array}{r} y + 4z/3 = z \\ x = 2z/3 \end{array}\right\} y = -z/3$$

A solución do sistema é: $\mathbf{x = 2z/3}$, $\mathbf{y = -z/3}$

O sistema é **homoxéneo compatible indeterminado**. A solución, en ecuacións paramétricas, é:

$$\left.\begin{array}{l} x = 2\lambda/3 \\ y = -\lambda/3 \\ z = \lambda \end{array}\right\} \lambda \in \mathbb{R}$$

b) Pásanse todas as incógnitas ao primeiro membro, ordénanse e escríbense as operacións que hai que realizar:

$$\left.\begin{array}{r} x - y - z = 0 \\ x - y + z = 0 \\ \cancel{-x + y - z = 0} \end{array}\right\} \begin{array}{l} \\ 2^a - 1^a \\ = -2^a \end{array} \Rightarrow \left.\begin{array}{r} x - y - z = 0 \\ 2z = 0 \end{array}\right\} z = 0$$

$$\left.\begin{array}{r} x - y = 0 \\ z = 0 \end{array}\right\} x = y$$

A solución do sistema é: $\mathbf{x = y}$, $\mathbf{z = 0}$

O sistema é **homoxéneo compatible indeterminado**. A solución, en ecuacións paramétricas, é:

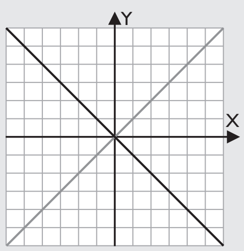
$$\left.\begin{array}{l} x = \lambda \\ y = \lambda \\ z = 0 \end{array}\right\} \lambda \in \mathbb{R}$$

3. Interpretación gráfica

Pensa e calcula

Representa no plano as rectas do seguinte sistema e interprétao graficamente: $\left.\begin{array}{r} x + y = 0 \\ x - y = 0 \end{array}\right\}$

Solución:



As dúas rectas son secantes. A solución do sistema é: $x = 0$, $y = 0$

Aplica a teoría

11. Resolve polo método de Gauss, clasifica e interpreta graficamente os seguintes sistemas:

a) $\left.\begin{array}{l} 3x + y = 4 \\ 3x + y = 2 \end{array}\right\}$ b) $\left.\begin{array}{l} 2x - y = 3 \\ 4x + y = 3 \end{array}\right\}$

Solución:

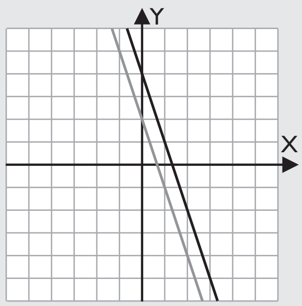
a) $\left.\begin{array}{l} 3x + y = 4 \\ 3x + y = 2 \end{array}\right\}\ 1^a - 2^a \Rightarrow \left.\begin{array}{r} 3x + y = 4 \\ 0 = 2 \end{array}\right\}$

Obsérvase que se chegou a unha contradición, 0 = 2, que é imposible.

O sistema non ten solución.

O sistema é **heteroxéneo incompatible**.

A interpretación gráfica é que son dúas rectas paralelas.



b) Permutan as columnas de **x** e de **y**. Escríbense as operacións que hai que realizar:

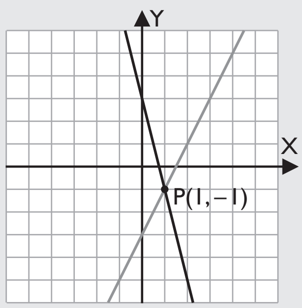
$\left.\begin{array}{r} -y + 2x = 3 \\ y + 4x = 3 \end{array}\right\}\ 1^a + 2^a \Rightarrow \left.\begin{array}{r} -y + 2x = 3 \\ 6x = 6 \end{array}\right\}\ x = 1$

$\left.\begin{array}{r} -y + 2 = 3 \\ x = 1 \end{array}\right\}\ y = -1$

A solución do sistema é: **x = 1, y = –1**

O sistema é **heteroxéneo compatible determinado**.

A interpretación gráfica é que son dúas rectas secantes que se cortan no punto P(1, –1).



12. Resolve polo método de Gauss, clasifica e interpreta graficamente os seguintes sistemas:

$$\left.\begin{array}{r} x + y + z = 3 \\ x + y - z = 3 \\ z = 0 \end{array}\right\}$$

Solución:

Substitúese z = 0 na 1ª e 2ª ecuacións.

$$\left.\begin{array}{r} x + y = 3 \\ \cancel{x + y = 3} \\ z = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x = 3 - y \\ z = 0 \end{array}\right\}$$

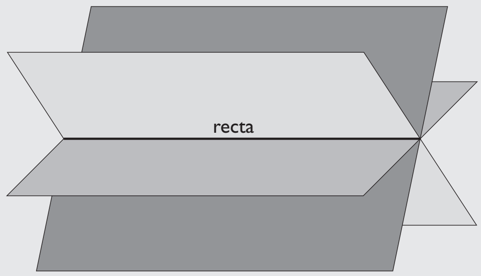
A solución do sistema é: **x = 3 – y, z = 0**

O sistema é **heteroxéneo compatible indeterminado**.

A solución, en ecuacións paramétricas, é:

$$\left.\begin{array}{l} x = 3 - \lambda \\ y = \lambda \\ z = 0 \end{array}\right\} \lambda \in \mathbb{R}$$

A interpretación gráfica é que os tres planos se cortan nunha recta.



13. Resolve polo método de Gauss, clasifica e interpreta graficamente os seguintes sistemas:

$$\left.\begin{array}{r} 2x - y + 3z = 1 \\ x + 2y - z = 1 \\ x + y - 6z = -10 \end{array}\right\}$$

Solución:

A 1ª ecuación ponse en terceiro lugar e escríbense as operacións que hai que realizar:

$$\left.\begin{array}{r} x + 2y - z = 1 \\ x + y - 6z = -10 \\ 2x - y + 3z = 1 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \\ 1^a - 2^a \\ 2 \cdot 1^a - 3^a \end{array}$$

$$\left.\begin{array}{r} x + 2y - z = 1 \\ y + 5z = 11 \\ 5y - 5z = 1 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \\ \\ 5 \cdot 2^a - 3^a \end{array}$$

$$\left.\begin{array}{r} x + 2y - z = 1 \\ y + 5z = 11 \\ 30z = 54 \end{array}\right\} z = 9/5$$

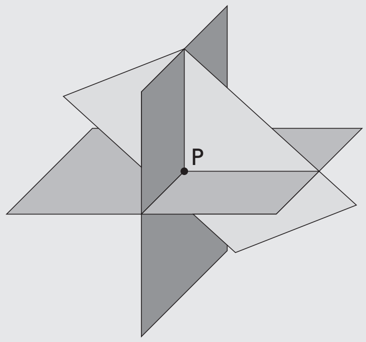
$$\left.\begin{array}{r} x + 2y - 9/5 = 1 \\ y + 9 = 11 \\ z = 9/5 \end{array}\right\} y = 2$$

$$\left.\begin{array}{r} x + 4 - 9/5 = 1 \\ y = 2 \\ z = 9/5 \end{array}\right\} x = -6/5$$

A solución é: **x = –6/5, y = 2, z = 9/5**

O sistema é **heteroxéneo compatible determinado**.

A interpretación gráfica é que os tres planos se cortan nun punto, que é a solución do sistema.



14. Resolve polo método de Gauss, clasifica e interpreta graficamente os seguintes sistemas:

$$\left.\begin{aligned} 3x + 2y + 2z &= 15 \\ 3x - 2y - 2z &= -1 \\ -x + 3y + 3z &= 3 \end{aligned}\right\}$$

Solución:

A 3ª ecuación ponse en primeiro lugar e escríbense as operacións que hai que realizar:

$$\left.\begin{aligned} -x + 3y + 3z &= 3 \\ 3x + 2y + 2z &= 15 \\ 3x - 2y - 2z &= -1 \end{aligned}\right\} \begin{matrix} \\ 2^a + 3 \cdot 1^a \\ 2^a - 3^a \end{matrix}$$

$$\left.\begin{aligned} -x + 3y + 3z &= 3 \\ 11y + 11z &= 24 \\ 4y + 4z &= 16 \end{aligned}\right\} \begin{matrix} \\ \\ 3^a : 4 \end{matrix}$$

$$\left.\begin{aligned} -x + 3y + 3z &= 3 \\ 11y + 11z &= 24 \\ y + z &= 4 \end{aligned}\right\} \begin{matrix} \\ \\ 11 \cdot 3^a - 2^a \end{matrix}$$

$$\left.\begin{aligned} -x + 3y + 3z &= 3 \\ 11y + 11z &= 24 \\ 0 &= 20 \end{aligned}\right\}$$

Obsérvase que se chegou a unha contradición, 0 = 20, que é imposible.

O sistema non ten solución.

O sistema é **heteroxéneo incompatible**.

A interpretación gráfica é que os tres planos non se cortan á vez. Córtanse dous a dous.

4. Resolución de problemas

Pensa e calcula

Formula un sistema de ecuacións para resolver o seguinte enunciado:

«Atopa dous números cuxa suma sexa 14 e o dobre do maior menos o menor sexa 10».

Solución:

Nº maior: x

Nº menor: y

$$\left.\begin{aligned} x + y &= 14 \\ 2x - y &= 10 \end{aligned}\right\} \Rightarrow x = 8, y = 6$$

Os números son 8 e 6.

Aplica a teoría

15. Se a altura de Carlos aumentase o triplo da diferenza entre as alturas de Antón e de Brais, Carlos sería igual de alto que Brais. As alturas dos tres suman 515 cm. Oito veces a altura de Antón é igual que nove veces a de Carlos. Atopa as tres alturas.

Solución:

a) **Repara:** incógnitas, datos e preguntas.

Altura de Carlos: x

Altura de Antón: y

Altura de Brais: z

b) **Mans á obra:**

$$\left.\begin{array}{r} x + 3(y - z) = z \\ x + y + z = 515 \\ 8y = 9x \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{r} x + 3y - 4z = 0 \\ x + y + z = 515 \\ 9x - 8y = 0 \end{array}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{l} x = 160 \\ y = 180 \\ z = 175 \end{array}\right\}$$

c) **Solución:**

As estaturas son:

Altura de Carlos: 160 cm

Altura de Antón: 180 cm

Altura de Brais: 175 cm

16. Se se mesturan 60 litros de viño branco con 20 litros de viño tinto, obtense un viño de 10 graos (10% de alcohol). Se, pola contra, se mesturan 20 litros de branco con 60 litros de tinto, obtense un viño de 11 graos. Que graduación terá unha mestura de 40 litros de viño branco con 40 litros de viño tinto.

Solución:

a) **Repara:** incógnitas, datos e preguntas.

Alcohol no viño branco: x

Alcohol no viño tinto: y

b) **Mans á obra:**

$$\left.\begin{array}{r} 60x + 20y = 800 \\ 20x + 60y = 880 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x = 9{,}5 \\ y = 11{,}5 \end{array}\right\}$$

c) **Solución:**

A graduación de cada viño é:

Alcohol no viño branco: 9,5

Alcohol no viño tinto: 11,5

A graduación de 40 litros de cada clase será:

$$\frac{9{,}5 + 11{,}5}{2} = 10{,}5$$

17. A idade dunha nai é na actualidade o triplo da idade do seu fillo. As idades do pai, da nai e do fillo suman 80 anos, e dentro de 5 anos, a suma das idades da nai e do fillo será 5 anos máis ca a idade do pai. Calcula cantos anos teñen na actualidade a nai, o pai e o fillo.

Solución:

a) **Repara:** incógnitas, datos e preguntas.

	Actualmente	Dentro de 5 anos
Fillo	x	$x + 5$
Nai	y	$y + 5$
Pai	z	$z + 5$

b) **Mans á obra:**

$$\left.\begin{array}{r} y = 3x \\ x + y + z = 80 \\ x + 5 + y + 5 = z + 5 + 5 \end{array}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{r} -3x + y = 0 \\ x + y + z = 80 \\ x + y - z = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x = 10 \\ y = 30 \\ z = 40 \end{array}\right\}$$

c) **Solución:**

As idades actuais son:

Nai: 30 anos.

Fillo: 10 anos.

Pai: 40 anos.

18. Alba merca tres pantalóns, dúas camisas e un sombreiro por 135 €. Antía merca un pantalón, tres camisas e un sombreiro por 100 €. Xabier merca dous pantalóns, tres camisas e dous sombreiros por 155 €. Se todos os artigos se mercaron ao mesmo prezo, cal é o prezo de cada unha das pezas de roupa?

Solución:

a) **Repara:** incógnitas, datos e preguntas.

Prezo do pantalón: x

Prezo da camisa: y

Prezo do sombreiro: z

b) **Mans á obra:**

$$\left.\begin{array}{r} 3x + 2y + z = 135 \\ x + 3y + z = 100 \\ 2x + 3y + 2z = 155 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x = 25 \\ y = 15 \\ z = 30 \end{array}\right\}$$

c) **Solución:**

Prezo do pantalón: 25 €

Prezo da camisa: 15 €

Prezo do sombreiro: 30 €

Preguntas tipo test

Contesta no teu caderno:

1 O seguinte sistema é:

$$\left.\begin{aligned}2x + y &= 0\\ x + y &= 1\\ x - 2y &= 2\end{aligned}\right\}$$

- [x] Heteroxéneo.
- [ ] Homoxéneo.
- [ ] Non se pode clasificar porque ten máis ecuacións ca incógnitas.
- [ ] Ningunha das anteriores.

2 Chámase sistemas equivalentes a:

- [ ] Os que teñen o mesmo número de ecuacións.
- [x] Os que teñen as mesmas solucións.
- [ ] Os que teñen o mesmo número de incógnitas.
- [ ] Ningunha das respostas anteriores.

3 Cal destas transformacións non produce un sistema equivalente?:

- [ ] Suprimir ecuacións que sexan combinación linear das restantes.
- [ ] Cambiar de orde as ecuacións.
- [ ] Sumarlle a unha ecuación unha combinación linear das restantes.
- [x] Suprimir unha incógnita que teña o mesmo coeficiente en todas as ecuacións.

4 Nun sistema compatible determinado:

- [ ] Existen infinitas solucións.
- [ ] Non existe solución.
- [x] Existe unha solución.
- [ ] Ningunha das respostas anteriores.

5 Un sistema homoxéneo:

- [ ] É sempre compatible indeterminado.
- [ ] É incompatible
- [x] É sempre compatible.
- [ ] É sempre compatible determinado.

6 A solución do seguinte sistema é:

$$\left.\begin{aligned}x + y + z &= 3\\ 2x - 4y - z &= 0\\ 3x - 2y - 5z &= -7\end{aligned}\right\}$$

- [ ] $x = 1, y = 2, z = 0$
- [ ] $x = 1, y = 0, z = -2$
- [x] $x = 1, y = 0, z = 2$
- [ ] Non ten solución.

7 A solución do seguinte sistema é:

$$\left.\begin{aligned}x + y + z &= 1\\ y + z &= 2\\ -x + y + z &= 3\end{aligned}\right\}$$

- [ ] $x = -1, y = 0, z = 1$
- [x] $x = -1, y = 2 - \lambda, z = \lambda; \lambda \in \mathbb{R}$
- [ ] $x = -\lambda, y = 2 - \lambda, z = \lambda; \lambda \in \mathbb{R}$
- [ ] Non ten solución.

8 A solución do seguinte sistema é:

$$\left.\begin{aligned}x + 3y - z &= 1\\ 2x + 6y - 2z &= 2\\ 5x + 15y - 5z &= 5\end{aligned}\right\}$$

- [ ] $x = 1, y = 1, z = 5$
- [ ] $x = 1 + \lambda, y = \lambda, z = \lambda; \lambda \in \mathbb{R}$
- [ ] É incompatible.
- [x] $x = 1 + \lambda - 3\mu, y = \mu, z = \lambda; \lambda, \mu \in \mathbb{R}$

9 No seguinte sistema non cambia a solución se engadimos a ecuación:

$$\left.\begin{aligned}x + 2y + z &= 1\\ -x - y + z &= 0\end{aligned}\right\}$$

- [ ] Calquera ecuación que se engada cambiará a solución.
- [ ] $y + 2z = 5$
- [x] $y + 2z = 1$
- [ ] $2x + 3y = 0$

10 Un comercio ten un total de 270 unidades dun produto de tres tipos: A, B e C. Do tipo A ten 30 unidades menos que da totalidade de B máis C, e do tipo C ten o 35% da suma de A máis B. O número de produtos que hai no comercio de cada tipo é:

- [x] Do tipo A hai 120, do tipo B, 80 e do tipo C, 70.
- [ ] Do tipo A hai 120, do tipo B, 70 e do tipo C, 80.
- [ ] O problema non ten solución.
- [ ] Do tipo A hai 100, do tipo B, 90 e do tipo C, 80.

Exercicios e problemas

1. Sistemas de ecuacións lineares

19. Resolve os seguintes sistemas polo método de Gauss e clasifícaos:

a) $\left.\begin{aligned} 5x + 2y + 3z &= 4 \\ 2x + 2y + z &= 3 \\ x - 2y + 2z &= -3 \end{aligned}\right\}$ b) $\left.\begin{aligned} x + z &= 2 \\ x + y &= 3 \\ x + y + z &= 0 \end{aligned}\right\}$

Solución:

a) Solución: $x = 1, y = 1, z = -1$

O sistema é heteroxéneo compatible determinado.

b) Solución: $x = 5, y = -2, z = -3$

O sistema é heteroxéneo compatible determinado.

20. Resolve os seguintes sistemas polo método de Gauss e clasifícaos:

a) $\left.\begin{aligned} x + y + z &= 2 \\ x - y + 2z &= 1 \\ 2x + y + 2z &= 0 \end{aligned}\right\}$ b) $\left.\begin{aligned} 3x + y + z &= 6 \\ x + 3y + z &= -10 \\ x + y + 3z &= 4 \end{aligned}\right\}$

Solución:

a) Solución: $x = -9, y = 4, z = 7$

O sistema é heteroxéneo compatible determinado.

b) Solución: $x = 3, y = -5, z = 2$

O sistema é heteroxéneo compatible determinado.

21. Discute os seguintes sistemas e clasifícaos:

a) $\left.\begin{aligned} x + y + 2z &= 2 \\ 2x - y + 3z &= 2 \\ 5x - y + z &= 6 \end{aligned}\right\}$ b) $\left.\begin{aligned} x + 2y + z &= 9 \\ 2x - y + 2z &= -2 \\ x + y + 2z &= 8 \end{aligned}\right\}$

Solución:

a) Solución: $x = 4/3, y = 2/3, z = 0$

O sistema é heteroxéneo compatible determinado.

b) Solución: $x = -2, y = 4, z = 3$

O sistema é heteroxéneo compatible determinado.

2. Estudo dos sistemas

22. Discute os seguintes sistemas e clasifícaos:

a) $\left.\begin{aligned} x + 2y - z &= 2 \\ x + z &= -2 \\ x - y &= 1 \end{aligned}\right\}$ b) $\left.\begin{aligned} -x + y - 3z &= -2 \\ 4x + 2y - z &= 5 \\ 2x + 4y - 7z &= 1 \end{aligned}\right\}$

Solución:

a) Solución: $x = 1/2, y = -1/2, z = -5/2$

O sistema é heteroxéneo compatible determinado.

b) Solución: $x = \dfrac{9 - 5z}{6}, y = \dfrac{13z - 3}{6}$

A solución, en ecuacións paramétricas, é:

$$\left.\begin{aligned} x &= \frac{9 - 5\lambda}{6} \\ y &= \frac{13\lambda - 3}{6} \\ z &= \lambda \end{aligned}\right\} \lambda \in \mathbb{R}$$

O sistema é heteroxéneo compatible indeterminado.

23. Discute o seguinte sistema e clasifícao para este valor: $a = 0$

$$\left.\begin{aligned} x + 2y + z &= a \\ x + y - az &= a \\ 2x + 3y + z &= a \end{aligned}\right\}$$

Solución:

a) Solución: $x = z, y = -z$

A solución, en ecuacións paramétricas, é:

$$\left.\begin{aligned} x &= \lambda \\ y &= -\lambda \\ z &= \lambda \end{aligned}\right\} \lambda \in \mathbb{R}$$

O sistema é homoxéneo compatible indeterminado.

24. Discute os seguintes sistemas e clasifícaos:

a) $\left.\begin{aligned} 2x - 3y + z &= 0 \\ x + 2y - z &= 0 \\ 4x + y - z &= 0 \end{aligned}\right\}$ b) $\left.\begin{aligned} x - z &= 0 \\ x - y + z &= 0 \\ x + y + z &= 0 \end{aligned}\right\}$

Solución:

a) Solución: $x = z/7, y = 3z/7$

A solución, en ecuacións paramétricas, é:

$$\left.\begin{aligned} x &= \lambda/7 \\ y &= 3\lambda/7 \\ z &= \lambda \end{aligned}\right\} \lambda \in \mathbb{R}$$

O sistema é homoxéneo compatible indeterminado.

b) Solución: $x = 0, y = 0, z = 0$

O sistema é homoxéneo compatible determinado.

25. Discute os seguintes sistemas e clasifícaos:

a) $\left.\begin{aligned} 2x + 2y - 2z &= 1 \\ 2x + y - 2z &= 1 \end{aligned}\right\}$ b) $\left.\begin{aligned} x + y + 2z &= 1 \\ 2x + 2y + z &= 2 \end{aligned}\right\}$

Solución:

a) Solución: $x = \dfrac{2z + 1}{2}, y = 0$

A solución, en ecuacións paramétricas, é:

$$\left.\begin{array}{l} x = \dfrac{2\lambda + 1}{2} \\ y = 0 \\ z = \lambda \end{array}\right\} \lambda \in \mathbb{R}$$

O sistema é heteroxéneo compatible indeterminado.

b) Solución: $x = 1 - y, z = 0$

A solución, en ecuacións paramétricas, é:

$$\left.\begin{array}{l} x = 1 - \lambda \\ y = \lambda \\ z = 0 \end{array}\right\} \lambda \in \mathbb{R}$$

O sistema é heteroxéneo compatible indeterminado.

26. Discute os seguintes sistemas e clasifícaos:

a) $\left.\begin{array}{r} x + y - z = 1 \\ 2x - y + 3z = 4 \\ x + 4y - 6z = 0 \end{array}\right\}$ b) $\left.\begin{array}{r} 2x + 3y - 4z = 1 \\ 4x + 6y - z = 2 \\ x + y + z = 10 \end{array}\right\}$

Solución:

a) Non ten solución.

O sistema é heteroxéneo incompatible.

b) Solución: $x = 29, y = -19, z = 0$

O sistema é heteroxéneo compatible determinado.

27. Discute o sistema que aparece a continuación e clasifícao para os valores:

a) $\lambda = -1$ b) $\lambda = 2$

$$\left.\begin{array}{r} x - y + \lambda z = 2 \\ \lambda x + \lambda y - z = 5 \\ (\lambda + 1)x + \lambda y - z = \lambda \end{array}\right\}$$

Solución:

a) Non ten solución.

O sistema é heteroxéneo incompatible.

b) Solución: $x = -3, y = 9, z = 7$

O sistema é heteroxéneo compatible determinado.

28. Discute o sistema que aparece a continuación e clasifícao para os valores:

a) $a = 1$ b) $a = 2$

$$\left.\begin{array}{r} x + z = 1 \\ y + (a - 1)z = 0 \\ x + (a - 1)y + az = a \end{array}\right\}$$

Solución:

a) Solución: $x = 1 - z, y = 0$

A solución, en ecuacións paramétricas, é:

$$\left.\begin{array}{l} x = 1 - \lambda \\ y = 0 \\ z = \lambda \end{array}\right\} \lambda \in \mathbb{R}$$

O sistema é heteroxéneo compatible indeterminado.

b) Non ten solución.

O sistema é heteroxéneo incompatible.

3. Interpretación gráfica

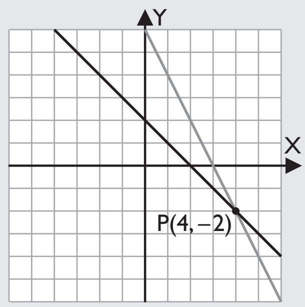
29. Resolve polo método de Gauss, clasifica e interpreta graficamente os seguintes sistemas:

a) $\left.\begin{array}{r} x + y = 2 \\ 2x + y = 6 \end{array}\right\}$ b) $\left.\begin{array}{r} -x + y = 4 \\ x - y = -2 \end{array}\right\}$

Solución:

a) Solución: $x = 4, y = -2$

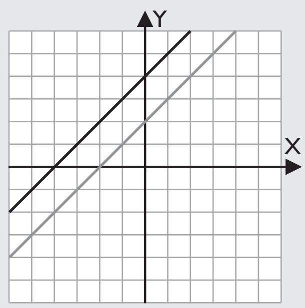
O sistema é heteroxéneo compatible determinado.



Son dúas rectas secantes.

b) Non ten solución.

O sistema é heteroxéneo incompatible.



Son rectas paralelas.

30. Resolve polo método de Gauss, clasifica e interpreta graficamente os seguintes sistemas:

a) $\left.\begin{array}{r} 2x + y = 3 \\ 8x + 4y = 12 \end{array}\right\}$ b) $\left.\begin{array}{r} 3x - y = 1 \\ x - y = -3 \end{array}\right\}$

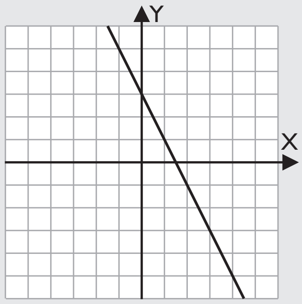
Solución:

a) Solución: $2x + y = 3$

O sistema é heteroxéneo compatible indeterminado.

A solución, en ecuacións paramétricas, é:

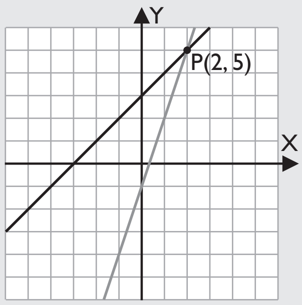
$$\left.\begin{array}{l} x = \dfrac{3-\lambda}{2} \\ y = \lambda \end{array}\right\} \lambda \in \mathbb{R}$$



Son dúas rectas coincidentes.

b) Solución: $x = 2, y = 5$

O sistema é heteroxéneo compatible determinado.



Son dúas rectas secantes.

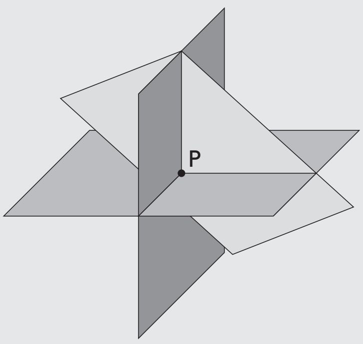
31. Resolve polo método de Gauss, clasifica e interpreta graficamente os seguintes sistemas:

$$\left.\begin{array}{r} x + y + z = 3 \\ 2x - y + z = 2 \\ x - y + z = 1 \end{array}\right\}$$

Solución:

$x = 1, y = 1, z = 1$

O sistema é heteroxéneo compatible determinado.



Os tres planos córtanse no punto que é a solución do sistema.

32. Resolve polo método de Gauss, clasifica e interpreta graficamente os seguintes sistemas:

$$\left.\begin{array}{r} 2x + 3y - z = 3 \\ x + y - z = 2 \\ x - 2z = 3 \end{array}\right\}$$

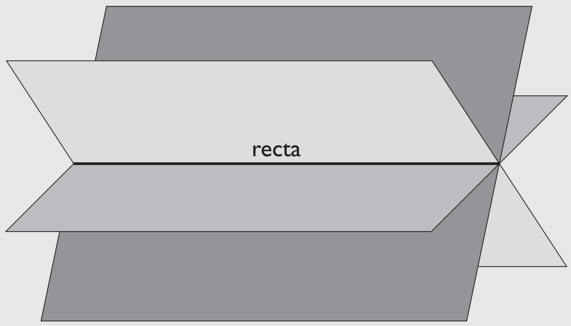
Solución:

$x = 3 + 2z, y = -1 - z$

O sistema é heteroxéneo compatible indeterminado.

A solución, en ecuacións paramétricas, é:

$$\left.\begin{array}{l} x = 3 + 2\lambda \\ y = -1 - \lambda \\ z = \lambda \end{array}\right\} \lambda \in \mathbb{R}$$



Os planos córtanse nunha recta.

33. Resolve polo método de Gauss, clasifica e interpreta graficamente os seguintes sistemas:

$$\left.\begin{array}{r} 2x - y + 3z = 1 \\ x + 2y - z = -3 \\ x + 7y - 6z = -10 \end{array}\right\}$$

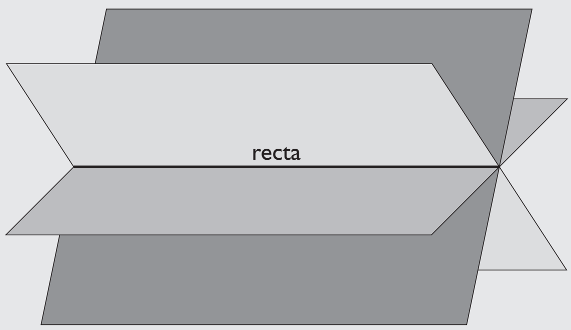
Solución:

$x = -1/5 - z, y = -7/5 + z$

A solución, en ecuacións paramétricas, é:

$$\left.\begin{array}{l} x = -1/5 - \lambda \\ y = -7/5 + \lambda \\ z = \lambda \end{array}\right\} \lambda \in \mathbb{R}$$

O sistema é heteroxéneo compatible indeterminado.



Os planos córtanse nunha recta.

34. Resolve polo método de Gauss, clasifica e interpreta graficamente os seguintes sistemas:

$$\left.\begin{array}{l} x + y + z = 3 \\ x + y - z = 3 \\ 2x + 2y = 5 \end{array}\right\}$$

Solución:

Non ten solución.

O sistema é heteroxéneo incompatible.

Os planos non teñen ningún punto en común. Córtanse dous a dous.

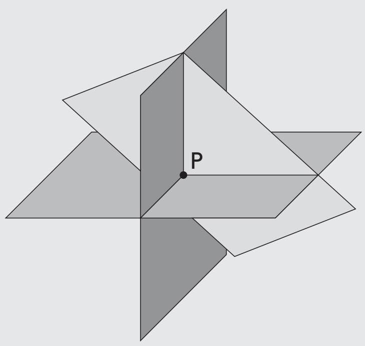
35. Resolve polo método de Gauss, clasifica e interpreta graficamente os seguintes sistemas:

$$\left.\begin{array}{l} 3x + y = 0 \\ 4y + z = 0 \\ 3x + 2y + z = 1 \end{array}\right\}$$

Solución:

$x = 1/9, y = -1/3$ y $z = 4/3$

O sistema é heteroxéneo compatible determinado.



Os planos córtanse nun punto que é a solución do sistema.

4. Resolución de problemas

36. Sonia mercou uns bolígrafos de 2 €, uns cadernos de 1 € e unhas caixas de 3 €. Entre bolígrafos e cadernos hai o triplo que caixas. Considerando que mercou 12 obxectos e pagou 22 €, calcula o número de bolígrafos, cadernos e caixas que mercou.

Solución:

a) **Repara:** incógnitas, datos e preguntas.

Nº de bolígrafos: x

Nº de cadernos: y

Nº de caixas: z

b) **Mans á obra:**

$$\left.\begin{array}{l} 2x + y + 3z = 22 \\ x + y = 3z \\ x + y + z = 12 \end{array}\right\} \Rightarrow x = 4, y = 5, z = 3$$

c) **Solución:**

Mercouse:

Nº de boligrafos: 4

Nº de cadernos: 5

Nº de caixas: 3

37. Calcula as idades actuais dun pai e as súas dúas fillas sabendo que hai 14 anos a idade do pai era 5 veces a suma das idades das fillas naquel momento; que dentro de 10 anos a idade do pai será a suma das idades que as fillas terán nese momento; e que cando a filla maior teña a idade actual do pai, a filla menor terá 42 anos.

Solución:

a) **Repara:** incógnitas, datos e preguntas.

	Pai	Filla 1	Filla 2
Actualmente	x	y	z
Hai 14 anos	x – 14	y – 14	z – 14
Dentro de 10 anos	x + 10	y + 10	z + 10
Dentro de x – y anos	2x – y	x	z + x – y

b) **Mans á obra:**

$$\left.\begin{array}{l} x - 14 = 5(y - 14 + z - 14) \\ x + 10 = y + 10 + z + 10 \\ z + x - y = 42 \end{array}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{l} x - 5y - 5z = -126 \\ x - y - z = 10 \\ x - y + z = 42 \end{array}\right\} \Rightarrow x = 44, y = 18, z = 16$$

c) **Solución:**

As idades son:

Pai: 44 anos.

Filla 1: 18 anos.

Filla 2: 16 anos.

38. Un adegueiro merca viños de dúas rexións diferentes A e B. Se se mesturan dúas partes do viño da rexión A con tres partes da rexión B, cada litro custa 3,3 €. Se se mesturan tres partes do viño da rexión A con dúas partes da rexión B, cada litro desta mestura custa 3,2 €. Atopa canto lle custou ao adegueiro o litro de cada viño adquirido.

Solución:

a) **Repara:** incógnitas, datos e preguntas.

Prezo do viño de tipo A: x

Prezo do viño de tipo B: y

b) **Mans á obra:**

$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{2x+3y}{5}=3{,}3\\ \dfrac{3x+2y}{5}=3{,}2\end{array}\right\}\Rightarrow\left.\begin{array}{l}2x+3y=16{,}5\\3x+2y=16\end{array}\right\}\Rightarrow x=3,\ y=3{,}5$$

c) **Solución:**

Prezo do viño de tipo A: 3 €

Prezo do viño de tipo B: 3,5 €

39. Un tren transporta 470 viaxeiros, e a recadación do importe dos seus billetes ascende a 4 250 €. Calcula cantos viaxeiros pagaron o importe total do billete, que ascende a 10 €, cantos pagaron o 80% do billete e cantos pagaron o 50%, sabendo que o número de viaxeiros que pagaron o 50% é a metade do número de viaxeiros que pagaron o 80%.

Solución:

a) **Repara:** incógnitas, datos e preguntas.

Viaxeiros que pagan o 100%: x

Viaxeiros que pagan o 80%: y

Viaxeiros que pagan o 50%: z

b) **Mans á obra:**

$$\left.\begin{array}{r}x+y+z=470\\10x+8y+5z=4250\\z=y/2\end{array}\right\}\Rightarrow x=320,\ y=100,\ z=50$$

c) **Solución:**

320 viaxeiros pagan o 100% do billete.

100 viaxeiros pagan o 80% do billete.

50 viaxeiros pagan o 50% do billete.

Para ampliar

40. Resolve e clasifica os seguintes sistemas:

a) $\left.\begin{array}{r}2x+y-z=-1\\x-2y+2z=2\\3x-y+2z=4\end{array}\right\}$ b) $\left.\begin{array}{r}2x-y=4\\-2x+y=-4\\x+2y=2\end{array}\right\}$

Solución:

a) x = 0, y = 2 y z = 3

O sistema é heteroxéneo compatible determinado.

b) x = 2; y = 0

O sistema é heteroxéneo compatible.

41. Resolve e clasifica os seguintes sistemas:

a) $\left.\begin{array}{r}2x+y+z=6\\x+y+2z=4\\x+y+z=1\end{array}\right\}$ b) $\left.\begin{array}{r}x-y+z=3\\2x+y-3z=1\\8x-5y+3z=19\end{array}\right\}$

Solución:

a) x = 5, y = –7, z = 3

O sistema é heteroxéneo compatible determinado.

b) $x=\dfrac{2z+4}{3},\ y=\dfrac{5z-5}{3}$

A solución, en ecuacións paramétricas, é:

$$\left.\begin{array}{l}x=\dfrac{2(\lambda+2)}{3}\\ y=\dfrac{5(\lambda-1)}{3}\\ z=\lambda\end{array}\right\}\ \lambda\in\mathbb{R}$$

O sistema é heteroxéneo compatible indeterminado.

42. Resolve e clasifica o seguinte sistema para o seguinte valor: m = 3

$$\left.\begin{array}{r}2x+y-z=2\\x+y+2z=5\\-x+(m+2)z=3\end{array}\right\}$$

Solución:

x = –3, y = 8, z = 0

O sistema é heteroxéneo compatible determinado.

43. Resolve e clasifica o sistema para os seguintes valores de a:

a) a = –1 b) a = 2

$$\left.\begin{array}{r}x-y=2\\ax+y+2z=0\\x-y+az=1\end{array}\right\}$$

Solución:

a) Solución: $x = 2 + y, z = 1$

A solución, en ecuacións paramétricas, é:

$$\left.\begin{array}{l} x = 2 + \lambda \\ y = \lambda \\ z = 1 \end{array}\right\} \lambda \in \mathbb{R}$$

O sistema é heteroxéneo compatible indeterminado.

b) Solución: $x = 1, y = -1, z = -1/2$

O sistema é heteroxéneo compatible determinado.

44. Discute os seguintes sistemas e clasifícaos:

a) $\left.\begin{array}{r} -3x + y + 4z = 1 \\ -x - 3y - 2z = 1 \\ y + z = -3 \end{array}\right\}$ b) $\left.\begin{array}{r} x + y + 5z = 0 \\ 2x - 3y = 0 \\ x - y + z = 0 \end{array}\right\}$

Solución:

a) Non ten solución.

O sistema é heteroxéneo incompatible.

b) Solución: $x = -3z, y = -2z$

A solución, en ecuacións paramétricas, é:

$$\left.\begin{array}{l} x = -3\lambda \\ y = -2\lambda \\ z = \lambda \end{array}\right\} \lambda \in \mathbb{R}$$

O sistema é homoxéneo compatible indeterminado.

45. Discute o sistema e clasifícao para os seguintes valores de λ:

a) $\lambda = 2$ b) $\lambda = -1$

$$\left.\begin{array}{r} -x + \lambda y + 2z = \lambda \\ 2x + \lambda y - z = 2 \\ \lambda x - y + 2z = \lambda \end{array}\right\}$$

Solución:

a) Solución: $x = 2/3, y = 2/3, z = 2/3$

O sistema é heteroxéneo compatible determinado.

b) Solución: $x = 1 + z, y = z$

A solución, en ecuacións paramétricas, é:

$$\left.\begin{array}{l} x = 1 + \lambda \\ y = \lambda \\ z = \lambda \end{array}\right\} \lambda \in \mathbb{R}$$

O sistema é heteroxéneo compatible indeterminado.

46. Discute os seguintes sistemas e clasifícaos:

a) $\left.\begin{array}{r} x - y = 3 \\ x + 9z = 7 \\ x - y + 6z = 6 \end{array}\right\}$ b) $\left.\begin{array}{r} 2x + y - z = -1 \\ x - 2y + 2z = 1 \\ 3x - y + z = 4 \end{array}\right\}$

Solución:

a) Solución: $x = 5/2, y = -1/2, z = 1/2$

O sistema é heteroxéneo compatible determinado.

b) Non ten solución.

O sistema é heteroxéneo incompatible.

47. Resolve por Gauss, clasifica e interpreta graficamente os seguintes sistemas:

a) $\left.\begin{array}{r} x + 2y - z = 1 \\ -y + z = 0 \\ x + z = 1 \end{array}\right\}$ b) $\left.\begin{array}{r} x - y + z = 6 \\ x + y = -7 \\ x + y + 2z = 11 \end{array}\right\}$

Solución:

a) Solución: $x = 1 - z, y = z$

A solución, en ecuacións paramétricas, é:

$$\left.\begin{array}{l} x = 1 - \lambda \\ y = \lambda \\ z = \lambda \end{array}\right\} \lambda \in \mathbb{R}$$

O sistema é heteroxéneo compatible indeterminado.

b) Solución: $x = -5, y = -2, z = 9$

O sistema é heteroxéneo compatible determinado.

48. Discute o seguinte sistema e clasifícao para os valores de λ:

a) $\lambda = 0$ b) $\lambda = 3$

$$\left.\begin{array}{r} y + z = 1 \\ (\lambda - 1)x + y + z = \lambda \\ x + (\lambda - 1)y - z = 0 \end{array}\right\}$$

Solución:

a) Solución: $x = 1, y = 1 - z$

A solución, en ecuacións paramétricas, é:

$$\left.\begin{array}{l} x = 1 \\ y = 1 - \lambda \\ z = \lambda \end{array}\right\} \lambda \in \mathbb{R}$$

O sistema é heteroxéneo compatible indeterminado.

b) Solución: $x = 1, y = 0, z = 1$

O sistema é heteroxéneo compatible determinado.

49. Discute o seguinte sistema e clasifícao para $a = 2$:

$$\left.\begin{array}{r} ax + 2y + 6z = 0 \\ 2x + ay + 4z = 2 \\ 2x + ay + 6z = a - 2 \end{array}\right\}$$

Solución:

$x = 3 - y,\ z = -1$

A solución, en ecuacións paramétricas, é:

A solución, en ecuacións paramétricas, é:

$$\left.\begin{array}{l} x = 3 - \lambda \\ y = \lambda \\ z = -1 \end{array}\right\} \lambda \in \mathbb{R}$$

O sistema é heteroxéneo compatible indeterminado.

50. Discute os seguintes sistemas e clasifícaos:

a) $\left.\begin{array}{r} -x - y \quad = 0 \\ 3x + 2y \quad = 0 \\ y + z = 0 \end{array}\right\}$ b) $\left.\begin{array}{r} 3x - y \quad = 0 \\ 3x + 4y \quad = 0 \\ y + 4z = 0 \end{array}\right\}$

Solución:

a) $x = 0, y = 0, z = 0$

O sistema é homoxéneo compatible determinado.

b) $x = 0, y = 0, z = 0$

O sistema é homoxéneo compatible determinado.

51. Discute o seguinte sistema e clasifícao para os valores de a:

a) $a = -1$ b) $a = 1$

$$\left.\begin{array}{r} (a + 1)x + 2y + z = a + 3 \\ ax + y \quad = \quad a \\ ax + 3y + z = a + 2 \end{array}\right\}$$

Solución:

a) Solución: $x = \dfrac{4 - z}{2}, y = \dfrac{2 - z}{2}$

A solución, en ecuacións paramétricas, é:

$$\left.\begin{array}{l} x = \dfrac{4 - \lambda}{2} \\ y = \dfrac{2 - \lambda}{2} \\ z = \lambda \end{array}\right\} \lambda \in \mathbb{R}$$

O sistema é heteroxéneo compatible indeterminado.

b) Solución: $x = 1, y = 0, z = 2$

O sistema é heteroxéneo compatible determinado.

Problemas

52. Xan mercou 4 entradas de adulto e 6 de neno por 56 €, e Sara aboou 48 € por 5 entradas de adulto e 2 de neno. Canto valen as entradas de adulto e de neno?

Solución:

a) **Repara:** incógnitas, datos e preguntas.

Prezo entrada adulto: x

Prezo entrada neno: y

b) **Mans á obra:**

$$\left.\begin{array}{l} 4x + 6y = 56 \\ 5x + 2y = 48 \end{array}\right\} \Rightarrow x = 8, y = 4$$

c) **Solución:**

O prezo da entrada de adulto é 8 €.

O prezo da entrada de neno é 4 €.

53. Un hipermercado inicia unha campaña de ofertas. Na primeira delas desconta un 4% nun certo produto A, un 6% no produto B e un 5% no produto C. Ás dúas semanas pon en marcha a segunda oferta, descontando un 8% sobre o prezo inicial de A, un 10% sobre o prezo inicial de B e un 6% sobre o prezo inicial de C.

Sábese que se un cliente merca durante a primeira oferta un produto A, dous B e tres C, aforra 16 € respecto do prezo inicial; se merca na segunda oferta tres produtos A, un B e cinco C, o aforro é de 29 €; e se merca un produto A, un B e un C, sen ningún tipo de desconto, debe aboar 135 €.

Calcula o prezo de cada produto antes das ofertas.

Solución:

a) **Repara:** incógnitas, datos e preguntas.

Prezo do produto A: x

Prezo do produto B: y

Prezo do produto C: z

b) **Mans á obra:**

$$\left.\begin{array}{r} 0{,}04x + 0{,}12y + 0{,}15z = 16 \\ 0{,}24x + 0{,}1y + 0{,}3z = 29 \\ x + y + z = 135 \end{array}\right\}$$

$x = 25, y = 50, z = 60$

c) **Solución:**

Prezo do produto A é 25 €.

Prezo do produto B é 50 €.

Prezo do produto C é 60 €.

54. Un cliente gastou 90 € na compra de 12 artigos entre discos, libros e carpetas nunha tenda. Cada disco custoulle 12 €; cada libro, 9 €; e cada carpeta, 3 €. Sábese que entre discos e carpetas hai o triplo que de libros. Calcula cantos artigos mercou de cada tipo.

Solución:

a) **Repara:** incógnitas, datos e preguntas.

Nº de discos: x

Nº de libros: y

Nº de carpetas: z

b) **Mans á obra:**

$$\left.\begin{array}{r} x + y + z = 12 \\ 12x + 9y + 3z = 90 \\ x + z = 3y \end{array}\right\} \Rightarrow x = 4, y = 3, z = 5$$

c) **Solución:**

Nº de discos: 4

Nº de libros: 3

Nº de carpetas: 5

55. Nunha competición deportiva celebrada nun centro escolar participaron 50 atletas distribuídos, segundo a idade, en tres categorías: infantís, cadetes e xuvenís. O dobre do número de atletas infantís, por unha parte, excede nunha unidade o número de atletas cadetes e, por outra parte, coincide co quíntuplo do número de atletas xuvenís. Determina o número de atletas que houbo en cada categoría.

Solución:

a) **Repara:** incógnitas, datos e preguntas.

Nº de atletas infantís: x

Nº de atletas cadetes: y

Nº de atletas xuvenís: z

b) **Mans á obra:**

$$\left.\begin{array}{l} x + y + z = 50 \\ 2x = y + 1 \\ 2x = 5z \end{array}\right\} \Rightarrow x = 15, y = 29, z = 6$$

c) **Solución:**

Nº de atletas infantís: 15

Nº de atletas cadetes: 29

Nº de atletas xuvenís: 6

56. Unha empresa desexa dispor de diñeiro en efectivo en euros, dólares e libras esterlinas. O valor total entre as tres moedas ha ser igual a 264 000 €. Quérese que o valor do diñeiro dispoñible en euros sexa o dobre do valor do diñeiro en dólares, e que o valor do diñeiro en libras esterlinas sexa a décima parte do valor do diñeiro en euros. Se se supón que unha libra esterlina é igual a 1,5 € e un dólar é igual a 1,1 €, cal é a cantidade de euros, dólares e libras esterlinas que a empresa deberá ter dispoñible?

Solución:

a) **Repara:** incógnitas, datos e preguntas.

Cantidade de diñeiro en euros: x

Cantidade de diñeiro en libras: y

Cantidade de diñeiro en dólares: z

b) **Mans á obra:**

$$\left.\begin{array}{l} x + 1{,}5y + 1{,}1z = 264\,000 \\ x = 2{,}2z \\ 1{,}5y = x/10 \end{array}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{l} x + 1{,}5y + 1{,}1z = 264\,000 \\ x \qquad - 2{,}2z = 0 \\ x - 15y \qquad = 0 \end{array}\right\}$$

$x = 165\,000, y = 11\,000, z = 75\,000$

c) **Solución:**

Cantidade de diñeiro en euros: 165 000

Cantidade de diñeiro en libras: 11 000

Cantidade de diñeiro en dólares: 75 000

57. Unha tenda ten tres tipos de conservas, A, B e C. O prezo medio das tres conservas é de 1 €. Un cliente merca 30 unidades de A, 20 de B e 10 de C, e aboa 58 €. Outro merca 20 unidades de A e 30 de C, e aboa 51 €. Calcula o prezo de cada unidade de A, B e C.

Solución:

a) **Repara:** incógnitas, datos e preguntas.

Prezo da conserva A: x

Prezo da conserva B: y

Prezo da conserva C: z

b) **Mans á obra:**

$$\left.\begin{array}{r} x + y + z = 3 \\ 30x + 20y + 10z = 58 \\ 20x + 30z = 51 \end{array}\right\} \Rightarrow x = 0{,}9;\ y = 1;\ z = 1{,}1$$

c) **Solución:**

Prezo da conserva A: 0,9 €

Prezo da conserva B: 1 €

Prezo da conserva C: 1,1 €

58. Unha xeadaría prepara xeados de tres tamaños; 125 gramos, 250 gramos e 500 gramos cuxos prezos son 1 €, 2 € e 3 €, respectivamente. Un cliente merca 10 xeados, cun peso total de 2,5 kg, e paga por eles 18 €.

Atopa o número de xeados que mercou de cada un dos tipos.

Solución:

a) **Repara:** incógnitas, datos e preguntas.

Nº de xeados de 125 gramos: x

Nº de xeados de 250 gramos: y

Nº de xeados de 500 gramos: z

b) **Mans á obra:**

$$\left.\begin{array}{l} 125x + 250y + 500z = 2\,500 \\ x + y + z = 10 \\ x + 2y + 3z = 18 \end{array}\right\} \Rightarrow x = 4, y = 4, z = 2$$

c) **Solución:**

Nº de xeados de 125 gramos: 4

Nº de xeados de 250 gramos: 4

Nº de xeados de 500 gramos: 2

59. Unha editorial vai lanzar ao mercado tres libros de peto, L1, L2 e L3. O importe total da edición é 24 500 €. Os custos en euros, por unidade, son 5 €, 3 € e 4 €, respectivamente. Sábese que o número de exemplares de L3 é igual aos dous sétimos dos do tipo L2, e que se ao triplo do número de exemplares de L1 se lle suma o número de exemplares de L3, obtense o dobre de exemplares de L2.

Indaga cantos libros se editaron de cada tipo.

Solución:

a) **Repara:** incógnitas, datos e preguntas.

Nº de libros L1: x

Nº de libros L2: y

Nº de libros L3: z

b) **Mans á obra:**

$$\left.\begin{array}{l} 5x + 3y + 4z = 24\,500 \\ z = 2y/7 \\ 3x + z = 2y \end{array}\right\}$$

$x = 2\,000, y = 3\,500, z = 1\,000$

c) **Solución:**

Nº de libros L1: 2 000

Nº de libros L2: 3 500

Nº de libros L3: 1 000

60. Nunha reunión hai 60 persoas entre deportistas, artistas e ensinantes. Sábese que os ensinantes e os artistas duplican o número de deportistas. Tamén se sabe que os deportistas e o dobre dos artistas son o dobre dos ensinantes.

Cal é o número de persoas deportistas, artistas e ensinantes?

Solución:

a) **Repara:** incógnitas, datos e preguntas.

Nº de deportistas: x

Nº de artistas: y

Nº de ensinantes: z

b) **Mans á obra:**

$$\left.\begin{array}{l} x + y + z = 60 \\ y + z = 2x \\ x + 2y = 2z \end{array}\right\} \Rightarrow x = 20, y = 15, z = 25$$

c) **Solución:**

Nº de deportistas: 20

Nº de artistas: 15

Nº de ensinantes: 25

61. O señor Pereira déixalles en herdanza aos seus fillos todo o seu diñeiro, coas seguintes condicións: ao maior déixalle a media da cantidade que lles deixa aos outros dous máis 30 000 euros; ao mediano, exactamente a media da cantidade dos outros dous; e ao pequeno, a media da cantidade dos outros dous menos 30 000 euros.

Coñecendo unicamente estas condicións, poden saber os fillos canto diñeiro herdou cada un? Xustifica a túa resposta.

Solución:

a) **Repara:** incógnitas, datos e preguntas.

Cantidade do fillo maior: x

Cantidade do fillo mediano: y

Cantidade do fillo pequeno: z

b) **Mans á obra:**

$$\left.\begin{array}{l} x = \dfrac{y + z}{2} + 30\,000 \\ y = \dfrac{x + z}{2} \\ z = \dfrac{x + y}{2} - 30\,000 \end{array}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{l} 2x - y - z = 60\,000 \\ -x + 2y - z = 0 \\ -x - y + 2z = -60\,000 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x - z = 40\,000 \\ y - z = 20\,000 \end{array}\right\}$$

c) **Solución:**

O sistema é compatible indeterminado. Non se pode saber a cantidade que lle corresponde a cada fillo.

Para profundar

62. Resolve e clasifica o seguinte sistema:

$$\left.\begin{array}{r} x \quad\;\; + z = 11 \\ x + y \quad\;\; = \;\, 3 \\ y + z = 13 \\ x + y + z = 13 \end{array}\right\}$$

Solución:

Non ten solución.

O sistema é heteroxéneo incompatible.

63. Discute o seguinte sistema e clasifícao:

$$\left.\begin{array}{r} x - 2y - 2z + \;\; t = \;\; 4 \\ x + \;\; y + \;\; z - \;\; t = \;\; 5 \\ x - \;\; y - \;\; z + \;\; t = \;\; 6 \\ 6x - 3y - 3z + 2t = 32 \end{array}\right\}$$

Solución:

$x = 11/2, y = 2 - z, t = 5/2$

A solución, en ecuacións paramétricas, é:

$$\left.\begin{array}{l} x = 11/2 \\ y = 2 - \lambda \\ z = \lambda \\ t = 5/2 \end{array}\right\} \lambda \in \mathbb{R}$$

O sistema é heteroxéneo compatible indeterminado.

64. Resolve e clasifica o sistema para os seguintes valores de m:

a) $m = -3$ b) $m = 1$

$$\left.\begin{array}{r} x + \;\; y + \;\; z = m \\ x + \;\; y + mz = 1 \\ x + my + \;\; z = 1 \\ mx + \;\; y + \;\; z = 1 \end{array}\right\}$$

Solución:

a) Solución: $x = -1, y = -1, z = -1$

O sistema é heteroxéneo compatible determinado.

b) Solución: $x + y + z = 1$

A solución, en ecuacións paramétricas, é:

$$\left.\begin{array}{l} x = 1 - \lambda - \mu \\ y = \lambda \\ z = \mu \end{array}\right\} \lambda, \mu \in \mathbb{R}$$

O sistema é heteroxéneo compatible indeterminado.

65. Un comerciante vendeu 600 camisetas por un total de 5 320 €. O prezo orixinal era de 10 € por camiseta, pero vendeu nas rebaixas unha parte delas cun desconto do 30% do prezo orixinal, e outra parte cun desconto do 40%. Sabendo que o número total de camisetas rebaixadas foi a metade do número das que vendeu a 10 €, calcula cantas camisetas se venderon a cada prezo.

Solución:

a) **Repara:** incógnitas, datos e preguntas.

Nº de camisetas sen desconto: x

Nº de camisetas co 30%: y

Nº de camisetas co 40%: z

b) **Mans á obra:**

$$\left.\begin{array}{r} x + \;\; y + \;\; z = \;\; 600 \\ 10x + 7y + 6z = 5\,320 \\ y + \;\; z = x/2 \end{array}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{r} x + \;\; y + \;\; z = \;\; 600 \\ 10x + 7y + 6z = 5\,320 \\ -x + 2y + 2z = \quad\;\; 0 \end{array}\right\}$$

$x = 400, y = 120, z = 80$

c) **Solución:**

Nº de camisetas vendidas sen desconto: 400

Nº de camisetas vendidas co 30%: 120

Nº de camisetas vendidas co 40%: 80

66. Unha compañía fabricou tres tipos de mobles: cadeiras, mexedores e sofás. Para a fabricación destes tipos, necesitouse a utilización de unidades de madeira, plástico e aluminio, tal e como se indica na seguinte táboa:

	Madeira	Plástico	Aluminio
Cadeira	1 unidade	1 unidade	2 unidades
Mexedor	1 unidade	1 unidade	3 unidades
Sofá	1 unidade	2 unidades	5 unidades

A compañía tiña en existencia 400 unidades de madeira, 600 unidades de plástico e 1 500 unidades de aluminio.

Se a compañía utilizou todas as súas existencias, cantas cadeiras, mexedores e sofás fabricou?

Solución:

a) **Repara:** incógnitas, datos e preguntas.

Nº de cadeiras: x

Nº de mexedores: y

Nº de sofás: z

b) **Mans á obra:**

$$\left.\begin{array}{r} x + y + z = 400 \\ x + y + 2z = 600 \\ 2x + 3y + 5z = 1\,500 \end{array}\right\}$$

$x = 100, y = 100, z = 200$

c) **Solución:**

Nº de cadeiras: 100

Nº de mexedores: 100

Nº de sofás: 200

67. Un banco investiu 2 millóns de euros en tres empresas diferentes, A, B e C. O que investiu en A era o dobre do que investiu en B. Ao cabo dun ano, a rendibilidade da operación foi do 10%. As accións da empresa A aumentaron o seu valor nun 10%, e as de B, nun 30%. Se as accións da empresa C perderon un 10% do seu valor, calcula que cantidade se investiu en cada unha das empresas.

Solución:

a) **Repara:** incógnitas, datos e preguntas.

Cantidade investida en A: x

Cantidade investida en B: y

Cantidade investida en C: z

b) **Mans á obra:**

$$\left.\begin{array}{r} x + y + z = 2\,000\,000 \\ x = 2y \\ 0{,}1x + 0{,}3y - 0{,}1z = 200\,000 \end{array}\right\}$$

$x = 1\,000\,000, y = 500\,000, z = 500\,000$

c) **Solución:**

Cantidade investida en A: 1 000 000 €

Cantidade investida en B: 500 000 €

Cantidade investida en C: 500 000 €

68. Nunha libraría houbo a semana pasada unha promoción de tres libros: unha novela, un libro de poesía e un conto. Vendéronse 200 exemplares da novela, 100 de poesía e 150 de contos. Sabendo que a libraría ingresou por esta promoción 8 600 €, que o prezo dun exemplar de novela é o dobre do prezo dun conto e que o triplo da diferenza entre o prezo do exemplar de poesía e o do conto é igual ao prezo dunha novela, calcula o prezo ao que se vendeu cada libro.

Solución:

a) **Repara:** incógnitas, datos e preguntas.

Prezo do libro de novela: x

Prezo do libro de poesía: y

Prezo do libro de conto: z

b) **Mans á obra:**

$$\left.\begin{array}{l} 200x + 100y + 150z = 8\,600 \\ x = 2z \\ 3(y - z) = x \end{array}\right\}$$

$x = 24, y = 20, z = 12$

c) **Solución:**

Prezo do libro de novela: 24 €

Prezo do libro de poesía: 20 €

Prezo do libro de conto: 12 €

Paso a paso

69. Resolve o sistema seguinte. Clasifícao e interprétao graficamente:

$$\left.\begin{aligned} x + 2y &= 3 \\ 4x + y &= -2 \end{aligned}\right\}$$

Solución:
Resolto no libro do alumnado.

70. Resolve o sistema seguinte. Clasifícao e interprétao graficamente:

$$\left.\begin{aligned} x - y + z &= 2 \\ x + y - 3z &= 4 \\ 3x - y - z &= -3 \end{aligned}\right\}$$

Solución:
Resolto no libro do alumnado.

Formula o seguinte problema e resólveo coa axuda de Wiris ou DERIVE:

71. Atopa dous números cuxa suma sexa 35 e sexan proporcionais a 2 e 3.

Solución:
Resolto no libro do alumnado.

72. **Internet**. Abre: **www.xerais.es** e elixe **Matemáticas**, **curso** e **tema**.

Practica

Resolve alxebricamente os seguintes sistemas e, á vista do resultado, clasifícaos:

73. $\left.\begin{aligned} 2x - y &= 3 \\ 4x + y &= 3 \end{aligned}\right\}$

Solución:

Exercicio 73

$\text{resolver}\begin{Bmatrix} 2x - y = 3 \\ 4x + y = 3 \end{Bmatrix} \rightarrow \{\{x=1, y=-1\}\}$

O sistema é heteroxéneo compatible determinado.

74. $\left.\begin{aligned} 3x + y &= 4 \\ 3x + y &= 2 \end{aligned}\right\}$

Solución:

Exercicio 74

$\text{resolver}\begin{Bmatrix} 3x + y = 4 \\ 3x + y = 2 \end{Bmatrix} \rightarrow \{\square\}$

O sistema é heteroxéneo incompatible.

75 $\left.\begin{aligned} 2x - y &= 3 \\ -6x + 3y &= -9 \end{aligned}\right\}$

Solución:

Exercicio 75

$\text{resolver}\begin{Bmatrix} 2x - y = 3 \\ -6x + 3y = -9 \end{Bmatrix} \rightarrow \left\{\left[x=\frac{1}{2}\cdot y+\frac{3}{2}, y=y\right]\right\}$

$\text{resolver}\left(\begin{Bmatrix} 2x - y = 3 \\ -6x + 3y = -9 \end{Bmatrix}, \{y\}\right) \rightarrow \{\{y=2\cdot x-3\}\}$

O sistema é heteroxéneo compatible indeterminado.

76. $\left.\begin{aligned} 3x + y - z &= 8 \\ x + 2y + z &= 9 \\ 2x - y + 3z &= 4 \end{aligned}\right\}$

Solución:

Exercicio 76

$\text{resolver}\begin{Bmatrix} 3x + y - z = 8 \\ x + 2y + z = 9 \\ 2x - y + 3z = 4 \end{Bmatrix} \rightarrow \{\{x=2, y=3, z=1\}\}$

O sistema é heteroxéneo compatible determinado.

77. $\left.\begin{aligned} x + y - z &= 0 \\ 4x + 2y - 3z &= 0 \\ 3x + 5y - 4z &= 0 \end{aligned}\right\}$

Solución:

Exercicio 77

$\text{resolver}\begin{Bmatrix} x + y - z = 0 \\ 4x + 2y - 3z = 0 \\ 3x + 5y - 4z = 0 \end{Bmatrix} \rightarrow \left\{\left[x=\frac{1}{2}\cdot z, y=\frac{1}{2}\cdot z, z=z\right]\right\}$

O sistema é heteroxéneo compatible indeterminado.

78. $\left.\begin{aligned} x + y + z &= 1 \\ 3x + 5y - z &= 8 \\ x + 2y - z &= 2 \end{aligned}\right\}$

Solución:

Exercicio 78

$\text{resolver}\begin{Bmatrix} x + y + z = 1 \\ 3x + 5y - z = 8 \\ x + 2y - z = 2 \end{Bmatrix} \rightarrow \{\square\}$

O sistema é heteroxéneo incompatible.

Resolve os sistemas seguintes. Clasifícaos e interprétaos graficamente:

79. $\left.\begin{aligned} x - y &= -4 \\ 2x + y &= 1 \end{aligned}\right\}$

Solución:

Exercicio 79

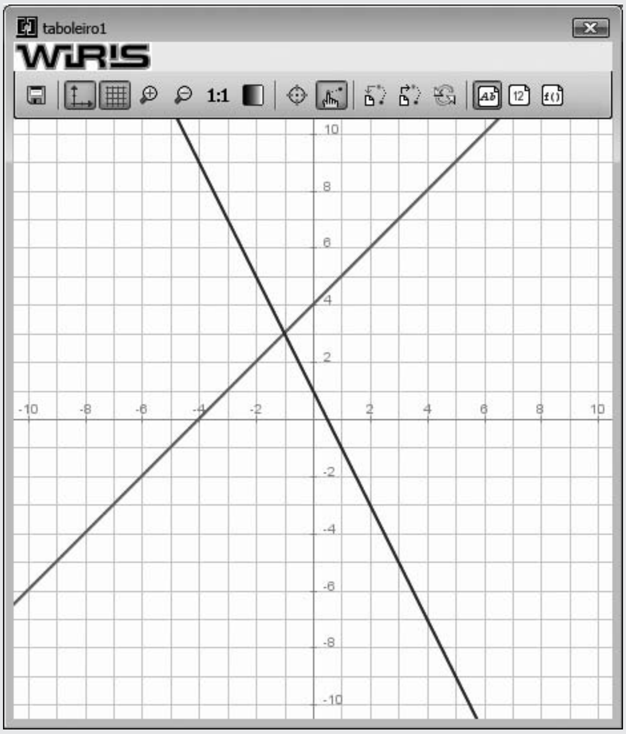
resolver$\begin{Bmatrix} x - y = -4 \\ 2x + y = 1 \end{Bmatrix} \rightarrow \{\{x=-1, y=3\}\}$

O sistema é heteroxéneo compatible determinado.

debuxar(x − y = −4, {cor = vermello, anchura_liña = 2})

debuxar(2x + y = 1, {cor = azul, anchura_liña = 2})

As dúas rectas son secantes.



80. $\left.\begin{aligned} x - 2y &= 2 \\ x - 2y &= -2 \end{aligned}\right\}$

Solución:

Exercicio 80

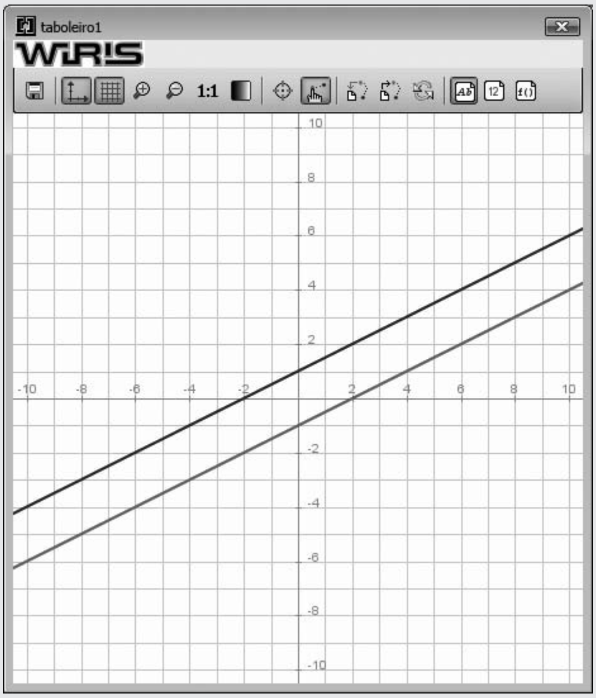
resolver$\begin{Bmatrix} x - 2y = 2 \\ x - 2y = -2 \end{Bmatrix} \rightarrow \{\square\}$

O sistema é heteroxéneo incompatible.

debuxar(x − 2y = 2, {cor = vermello, anchura_liña = 2})

debuxar(x − 2y = −2, {cor = azul, anchura_liña = 2})

As dúas rectas son paralelas.



81. $\left.\begin{aligned} x + 2y &= 2 \\ 2x + 4y &= 4 \end{aligned}\right\}$

Solución:

Exercicio 81

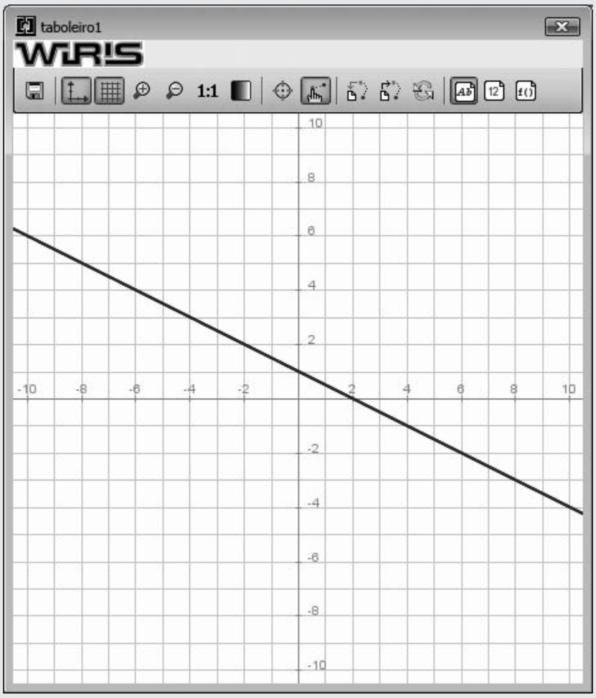
resolver$\begin{Bmatrix} x + 2y = 2 \\ 2x + 4y = 4 \end{Bmatrix} \rightarrow \{\{x=-2\cdot y+2, y=y\}\}$

O sistema é heteroxéneo compatible indeterminado.

debuxar(x + 2y = 2, {cor = vermello, anchura_liña = 2})

debuxar(2x + 4y = 4, {cor = azul, anchura_liña = 2})

As dúas rectas son coincidentes.



82. $\left.\begin{aligned} x + y + z &= 3 \\ 2x - y + z &= 2 \\ x - y + z &= 1 \end{aligned}\right\}$

Solución:

Exercicio 82

resolver $\left\{\begin{matrix} x + y + z = 3 \\ 2x - y + z = 2 \\ x - y + z = 1 \end{matrix}\right\} \rightarrow$ {{x=1,y=1,z=1}}

O sistema é heteroxéneo compatible.

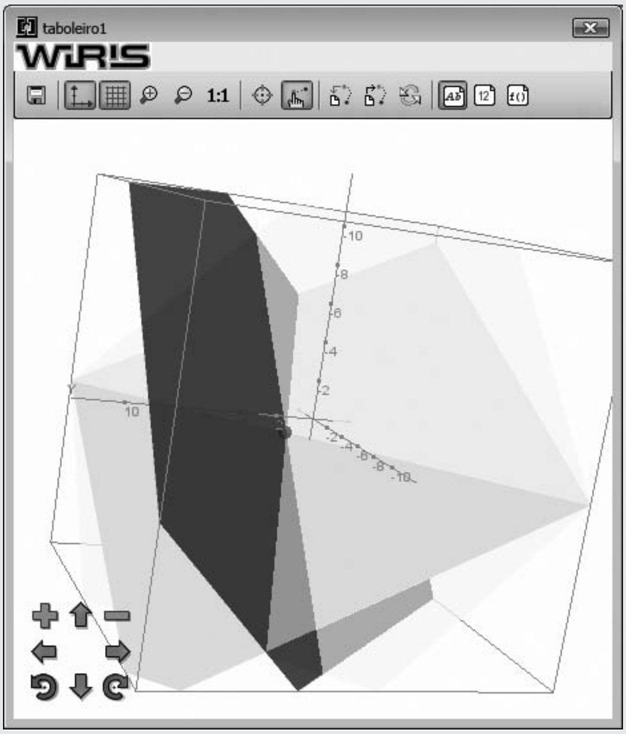
debuxar3d(x + y + z = 3, {cor = azul})

debuxar3d(2x − y + z = 2, {cor = verde})

debuxar3d(x − y + z = 1, {cor = amarelo})

Os tres planos córtanse no punto P(1, 1, 1)

debuxar3d(punto(1, 1, 1), {cor = vermello, tamaño_punto =



83. $\left.\begin{aligned} 2x - y + z &= 3 \\ 8x - 4y + 4z &= 12 \\ -6x + 3y - 3z &= -9 \end{aligned}\right\}$

Solución:

Exercicio 83

resolver $\left\{\begin{matrix} 2x - y + z = 3 \\ 8x - 4y + 4z = 12 \\ -6x + 3y - 3z = -9 \end{matrix}\right\} \rightarrow \left\{\left\{x=-\frac{1}{2}\cdot z+\frac{1}{2}\cdot y+\frac{3}{2}, y=y, z=z\right\}\right\}$

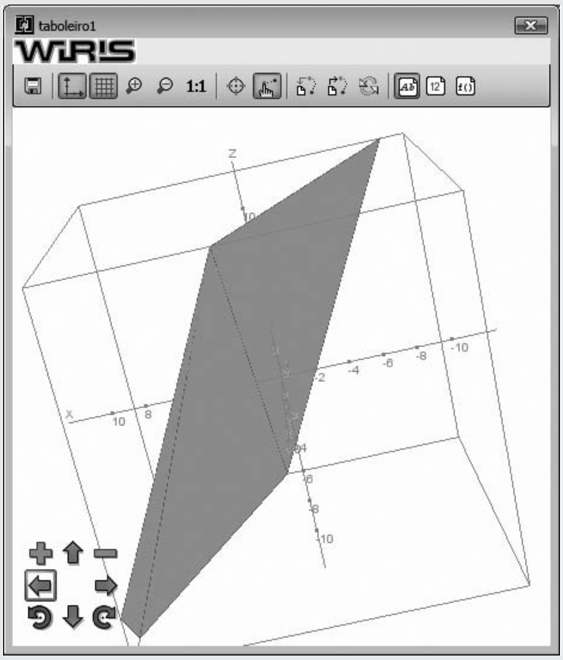
O sistema é heteroxéneo compatible indeterminado.

debuxar3d(2x − y + z = 3, {cor = vermello})

debuxar3d(8x − 4y + 4z = 12, {cor = azul})

debuxar3d(−6x + 3y − 3z = −9, {cor = verde})

Os tres planos son coincidentes.



84. $\left.\begin{aligned} -5x + 2y - 2z &= 7 \\ x + 2y + z &= 3 \\ 5x - 2y + 2z &= 8 \end{aligned}\right\}$

Solución:

Exercicio 84

resolver $\left\{\begin{matrix} -5x + 2y - 2z = 7 \\ x + 2y + z = 3 \\ 5x - 2y + 2z = 8 \end{matrix}\right\} \rightarrow \{\square\}$

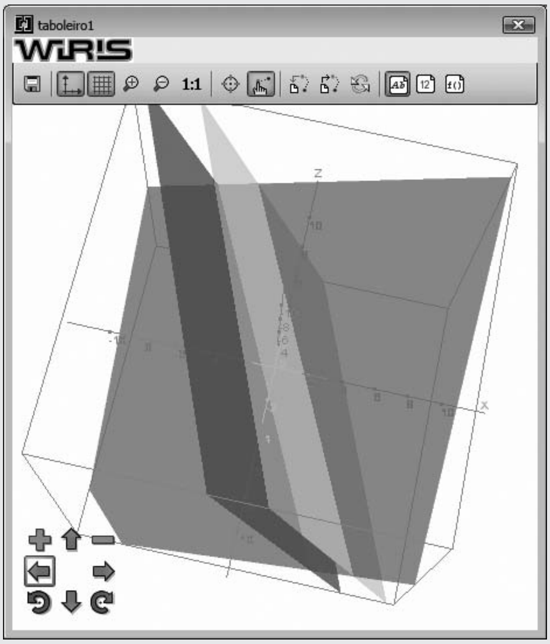
O sistema é heteroxéneo incompatible.

debuxar3d(−5x + 2y − 2z = 7, {cor = vermello})

debuxar3d(x + 2y + z = 3, {cor = azul})

debuxar3d(5x − 2y + 2z = 8, {cor = verde})

Dous planos son paralelos e o outro é secante.



Formula os seguintes problemas e resólveos coa axuda de Wiris ou DERIVE:

85. Mercamos un disco, un libro e unha axenda. O prezo do libro é o dobre do prezo do disco, e tamén é o triplo da diferenza do prezo da axenda e o disco. Considerando que pagamos 140 €, calcula os prezos dos tres artigos.

Solución:

Problema 85
Formulación :
Prezo do disco : x
Prezo do libro : y
Prezo da axenda : z

$$\text{resolver}\begin{bmatrix} y=2x \\ y=3(z-x) \\ x+y+z=140 \end{bmatrix} \rightarrow \{\{x=30, y=60, z=50\}\}$$

O disco custa 30 €, o libro 60 € e a axenda 50 €.

86. O caixeiro automático dunha determinada entidade bancaria só admite billetes de 50 €, 20 € e 10 €. Os venres depositan no caixeiro 225 billetes por un importe total de 7 000 €. Calcula o número de billetes de cada valor depositado, se se sabe que a suma do número de billetes de 50 € e de 10 € é o dobre do número de billetes de 20 €.

Solución:

Problema 86
Formulación :
Nº de billetes de 50 € : x
Nº de billetes de 20 € : y
Nº de billetes de 10 € : z

$$\text{resolver}\begin{bmatrix} x+y+z=225 \\ 50x+20y+10z=7000 \\ x+z=2y \end{bmatrix} \rightarrow \{\{x=100, y=75, z=50\}\}$$

Hai 100 billetes de 50 €, 75 de 20 € e 50 de 10 €.

87. Nun teatro, hai localidades de tres clases, A, B e C, cuxos prezos son 3 €, 6 € e 12 €, respectivamente. Certo día, a recadación total foi de 6 600 €. Se se sabe, ademais, que da clase A se venderon tantas localidades como das clases B e C xuntas, e que da B se vendeu o dobre que da C, cantas localidades de cada clase se venderon ese día?

Solución:

Problema 87
Formulación :
Nº de localidades do tipo A : x
Nº de localidades do tipo B : y
Nº de localidades do tipo C : z

$$\text{resolver}\begin{bmatrix} 3x+6y+12z=6600 \\ x=y+z \\ y=2z \end{bmatrix} \rightarrow \{\{x=600, y=400, z=200\}\}$$

Vendéronse 600 localidades do tipo A, 400 do tipo B e 200 do tipo C.