

Páxina 373

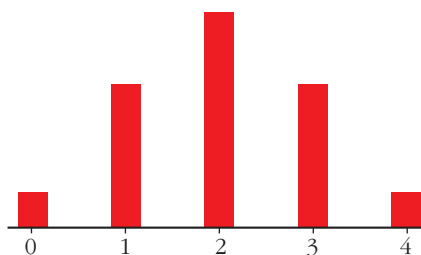
REFLEXIONA E RESOLVE

Lanzamento de moedas

Ao lanzar catro moedas poden darse 16 posibilidades: CCCC, CCC+, CC+C, CC++, C+CC, ...

- Complétaa e xustifica os resultados desta táboa:

| | | | | | |
|---------------------|---|---|---|---|---|
| N.º DE CARAS, x_i | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| FRECUENCIA, f_i | 1 | 4 | 6 | 4 | 1 |



- Fai a táboa correspondente ao “NÚMERO DE CARAS” que pode obterse ao lanzar cinco moedas. Representaa graficamente.

- CCCC, CCC+, CC+C, C+CC, +CCC, CC++, C+C+, C++C, +CC+, +C+C, ++CC, C+++ , +C++, ++C+, +++C, ++++

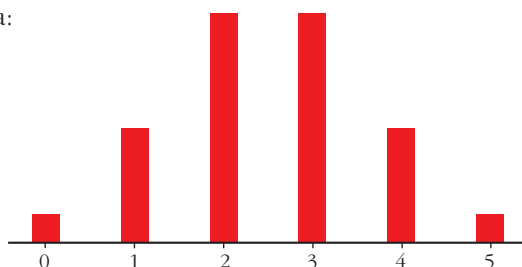
Estas son las 16 posibilidades. En ellas, si contamos el número de caras, obtenemos la tabla:

| | | | | | |
|--------------|---|---|---|---|---|
| N.º DE CARAS | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| FRECUENCIA | 1 | 4 | 6 | 4 | 1 |

- Para el caso de tener cinco monedas, si contamos el número de caras en todas las posibilidades, obtendríamos la tabla:

| | | | | | | |
|--------------|---|---|----|----|---|---|
| N.º DE CARAS | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| FRECUENCIA | 1 | 5 | 10 | 10 | 5 | 1 |

La representación sería:



Tempos de espera

Problema 1

- Procedendo da mesma forma, é dicir, contando cadradiños, calcula as seguintes probabilidades e interpreta o que significan:

a) $P[x \leq 2]$ b) $P[5 \leq x \leq 10]$ c) $P[x \leq 10]$ d) $P[5 \leq x \leq 6]$

a) $P[x \leq 2] = \frac{10}{100} = 0,10$

La probabilidade de tener que esperar menos de 2 minutos es 0,10 (del 10%).

b) $P[5 \leq x \leq 10] = \frac{25}{100} = 0,25$

La probabilidade de tener que esperar entre 5 y 10 minutos es del 25%.

c) $P[x \leq 10] = \frac{50}{100} = 0,50$

La probabilidade de tener que esperar menos de 10 minutos es del 50%.

d) $P[5 \leq x \leq 6] = \frac{5}{100} = 0,05$

La probabilidade de tener que esperar entre 5 y 6 minutos es del 5%.

Problema 2

- Indica as probabilidades seguintes e interpreta o que significan:

a) $P[x \leq 2]$ b) $P[5 \leq x \leq 10]$ c) $P[x \leq 10]$ d) $P[5 \leq x \leq 6]$

En total hay 100 cuadritos (el área total es 100). Así:

a) $P[x \leq 2] = \frac{(10 + 9)/2 \cdot 2}{100} = 0,19$

La probabilidade de que tengamos que esperar menos de 2 minutos es del 19%.

b) $P[5 \leq x \leq 10] = \frac{(7,5 + 5)/2 \cdot 5}{100} = 0,3125$

La probabilidade de que tengamos que esperar entre 5 y 10 minutos es del 31,25%.

c) $P[x \leq 10] = \frac{(10 + 5)/2 \cdot 10}{100} = 0,75$

La probabilidade de que tengamos que esperar menos de 10 minutos es del 75%.

d) $P[5 \leq x \leq 6] = \frac{(7,5 + 7)/2 \cdot 1}{100} = 0,0725$

La probabilidade de que tengamos que esperar entre 5 y 6 minutos es del 7,25%.

Páxina 375

1. Calcula \bar{x} e σ nesta distribución: tempo que empregan en ir da súa casa ao colexio un grupo de alumnos. (Lembra: ao intervalo (0, 5] correspóndelle o valor 2,5; ...).

| TEMPO (min) | (0, 5] | (5, 10] | (10, 15] | (15, 20] | (20, 25] | (25, 30] |
|----------------|--------|---------|----------|----------|----------|----------|
| N.º DE ALUMNOS | 2 | 11 | 13 | 6 | 3 | 1 |

Hallamos la marca de clase, x_i , de cada intervalo y hacemos la tabla:

| x_i | f_i | $f_i \cdot x_i$ | $f_i \cdot x_i^2$ |
|-------|-------|-----------------|-------------------|
| 2,5 | 2 | 5 | 12,5 |
| 7,5 | 11 | 82,5 | 618,75 |
| 12,5 | 13 | 162,5 | 2031,25 |
| 17,5 | 6 | 105 | 1837,5 |
| 22,5 | 3 | 67,5 | 1518,75 |
| 27,5 | 1 | 27,5 | 756,25 |
| | 36 | 450 | 6775 |

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{n} = \frac{450}{36} = 12,5$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum f_i x_i^2}{n} - \bar{x}^2} = \sqrt{\frac{6775}{36} - 12,5^2} = \sqrt{31,94} = 5,65$$

Páxina 377

1. Calcula a media e a desviación típica da distribución de probabilidade correspondente á puntuación obtida no lanzamento dun dado.

| x_i | p_i | $p_i \cdot x_i$ | $p_i \cdot x_i^2$ |
|-------|-------|-----------------|-------------------|
| 1 | 1/6 | 1/6 | 1/6 |
| 2 | 1/6 | 2/6 | 4/6 |
| 3 | 1/6 | 3/6 | 9/6 |
| 4 | 1/6 | 4/6 | 16/6 |
| 5 | 1/6 | 5/6 | 25/6 |
| 6 | 1/6 | 6/6 | 36/6 |
| | 1 | 21/6 | 91/6 |

$$\mu = \frac{21}{6} = 3,5$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{91}{6} - 3,5^2} = \sqrt{2,92} = 1,71$$

2. Se se tiran dúas moedas, podemos obter 0, 1 ou 2 caras. Calcula a media e a desviación típica da distribución de probabilidade correspondente.

| x_i | p_i | $p_i \cdot x_i$ | $p_i \cdot x_i^2$ |
|-------|-------|-----------------|-------------------|
| 0 | 1/4 | 0 | 0 |
| 1 | 2/4 | 2/4 | 2/4 |
| 2 | 1/4 | 2/4 | 2 |
| | 1 | 1 | 6/4 |

$$\mu = 1$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{6}{4} - 1^2} = \sqrt{\frac{3}{2} - 1} = \sqrt{\frac{1}{2}} = 0,71$$

3. Nunha bolsa temos un certo número de bólas numeradas: 9 bólas cun un, 5 cun dous e 6 cun tres. Sacamos unha bóla ao azar e vemos o número que ten.

a) Cal é a distribución de probabilidade?

b) Calcula a media e a desviación típica.

a)

| x_i | p_i |
|-------|-------|
| 1 | 9/20 |
| 2 | 5/20 |
| 3 | 6/20 |
| | 1 |

b)

| x_i | p_i | $p_i \cdot x_i$ | $p_i \cdot x_i^2$ |
|-------|-------|-----------------|-------------------|
| 1 | 9/20 | 9/20 | 9/20 |
| 2 | 5/20 | 10/20 | 20/20 |
| 3 | 6/20 | 18/20 | 54/20 |
| | 1 | 37/20 | 83/20 |

$$\mu = \frac{37}{20} = 1,85$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{83}{20} - 1,85^2} = \sqrt{0,73} = 0,85$$

Páxina 379

1. Nunha distribución binomial $B(10; 0,4)$, determina $P[x = 0]$, $P[x = 3]$, $P[x = 5]$, $P[x = 10]$ e o valor dos parámetros μ e σ .

$$P[x = 0] = 0,6^{10} = 0,006047$$

$$P[x = 3] = \binom{10}{3} \cdot 0,4^3 \cdot 0,6^7 = 120 \cdot 0,4^3 \cdot 0,6^7 = 0,215$$

$$P[x = 5] = \binom{10}{5} \cdot 0,4^5 \cdot 0,6^5 = 252 \cdot 0,4^5 \cdot 0,6^5 = 0,201$$

$$P[x = 10] = 0,4^{10} = 0,000105$$

$$\mu = 10 \cdot 0,4 = 4$$

$$\sigma = \sqrt{n p q} = \sqrt{10 \cdot 0,4 \cdot 0,6} = \sqrt{2,4} = 1,55$$

2. Lanzamos 7 moedas. Calcula as probabilidades de 3 caras, 5 caras e 6 caras. Indica os valores dos parámetros μ e σ .

Se trata de una distribución binomial con $n = 7$ y $p = 0,5 \rightarrow B(7; 0,5)$

$$P[x = 3] = \binom{7}{3} \cdot (0,5)^3 \cdot (0,5)^4 = 35 \cdot 0,125 \cdot 0,0625 \approx 0,273$$

$$P[x = 5] = \binom{7}{5} \cdot (0,5)^5 \cdot (0,5)^2 = 21 \cdot 0,03125 \cdot 0,25 \approx 0,164$$

$$P[x = 6] = \binom{7}{6} \cdot (0,5)^6 \cdot (0,5) = 7 \cdot 0,015625 \cdot 0,5 \approx 0,0547$$

$$\mu = np = 7 \cdot 0,5 = 3,5$$

$$\sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{7 \cdot 0,5 \cdot 0,5} \approx 1,323$$

Página 381

1. Calcula k para que $f(x) = \begin{cases} k, & x \in [3, 8] \\ 0, & x \notin [3, 8] \end{cases}$ sea una función de densidad.

Indica as probabilidades:

- a) $P[4 < x < 6]$ b) $P[2 < x \leq 5]$ c) $P[x = 6]$ d) $P[5 < x \leq 10]$

Como el área bajo la curva ha de ser igual a 1, tenemos que:

$$P[-\infty < x < +\infty] = P[3 \leq x \leq 8] = 5k = 1 \rightarrow k = \frac{1}{5}$$

$$\text{a) } P[4 < x < 6] = (6 - 4) \cdot \frac{1}{5} = \frac{2}{5}$$

$$\text{b) } P[2 < x \leq 5] = P[3 \leq x \leq 5] = (5 - 3) \cdot \frac{1}{5} = \frac{2}{5}$$

$$\text{c) } P[x = 6] = 0$$

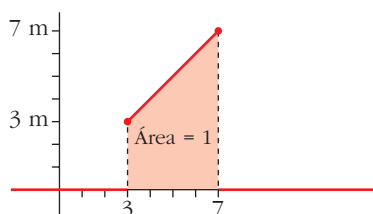
$$\text{d) } P[5 < x \leq 10] = P[5 \leq x \leq 8] = (8 - 5) \cdot \frac{1}{5} = \frac{3}{5}$$

2. Calcula m para que $f(x) = \begin{cases} mx, & x \in [3, 7] \\ 0, & x \notin [3, 7] \end{cases}$ sea una función de densidad.

Determinar as probabilidades:

- a) $P[3 < x < 5]$ b) $P[5 \leq x < 7]$
 c) $P[4 \leq x \leq 6]$ d) $P[6 \leq x < 11]$

El área bajo la curva (área del trapecio señalado) ha de ser igual a 1:



$$\begin{aligned} P[-\infty < x < +\infty] &= P[3 \leq x \leq 7] = \\ &= \frac{(7m + 3m) \cdot 4}{2} = 20m = 1 \rightarrow \\ &\rightarrow m = \frac{1}{20} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{a) } P[3 < x < 5] &= \frac{(5/20 + 3/20) \cdot 2}{2} = \frac{8}{20} = \frac{2}{5} \\ \text{b) } P[5 \leq x < 7] &= \frac{(7/20 + 5/20) \cdot 2}{2} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5} \\ \text{c) } P[4 \leq x \leq 6] &= \frac{(6/20 + 4/20) \cdot 2}{2} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2} \\ \text{d) } P[6 \leq x < 11] &= P[6 \leq x \leq 7] = \frac{(7/20 + 6/20) \cdot 1}{2} = \frac{13}{40} \end{aligned}$$

Página 383

1. Indica as seguintes probabilidades:

- | | |
|---------------------|------------------|
| a) $P[z \leq 0,84]$ | b) $P[z < 1,5]$ |
| c) $P[z < 2]$ | d) $P[z < 1,87]$ |
| e) $P[z < 2,35]$ | f) $P[z \leq 0]$ |
| g) $P[z < 4]$ | h) $P[z = 1]$ |

Mirando directamente la tabla, obtenemos:

- | | | | |
|-----------|-----------|-----------|-----------|
| a) 0,7996 | b) 0,9332 | c) 0,9772 | d) 0,9693 |
| e) 0,9906 | f) 0,5000 | g) 1 | h) 0 |

2. Di o valor de k en cada caso:

- | | |
|---------------------------|------------------------|
| a) $P[z \leq k] = 0,7019$ | b) $P[z < k] = 0,8997$ |
| c) $P[z \leq k] = 0,5040$ | d) $P[z < k] = 0,7054$ |
| a) $k = 0,53$ | b) $k = 1,28$ |
| c) $k = 0,01$ | d) $k = 0,54$ |

3. Di o valor aproximado de k en cada caso:

- | | |
|------------------------|-------------------------|
| a) $P[z < k] = 0,9533$ | b) $P[z \leq k] = 0,62$ |
| a) $k \approx 1,68$ | b) $k \approx 0,305$ |

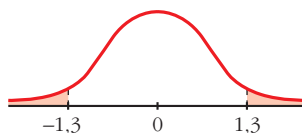
Página 384

4. Indica:

- | | | |
|-------------------------|--------------------------|------------------|
| a) $P[z > 1,3]$ | b) $P[z < -1,3]$ | c) $P[z > -1,3]$ |
| d) $P[1,3 < z < 1,96]$ | e) $P[-1,96 < z < -1,3]$ | |
| f) $P[-1,3 < z < 1,96]$ | g) $P[-1,96 < z < 1,96]$ | |

$$a) P[z > 1,3] = 1 - P[z < 1,3] = 1 - 0,9032 = 0,0968$$

$$b) P[z < -1,3] = 0,0968$$



$$c) P[z > -1,3] = 1 - 0,0968 = 0,9032$$

$$d) P[1,3 < z < 1,96] = 0,9750 - 0,9032 = 0,0718$$

$$e) P[-1,96 < z < -1,3] = 0,0718$$

$$f) P[-1,3 < z < 1,96] = 0,9750 - (1 - 0,9032) = 0,8782$$

$$g) P[-1,96 < z < 1,96] = 0,95$$

5. Determina, a partir da táboa, as seguintes probabilidades:

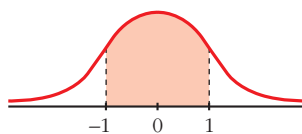
$$a) P[-1 \leq z \leq 1]$$

$$b) P[-2 \leq z \leq 2]$$

$$c) P[-3 \leq z \leq 3]$$

$$d) P[-4 \leq z \leq 4]$$

$$a) P[-1 \leq z \leq 1] = 2(P[z \leq 1] - 0,5) = 0,6826$$



$$b) P[-2 \leq z \leq 2] = 2(P[z \leq 2] - 0,5) = 0,9544$$

$$c) P[-3 \leq z \leq 3] = 0,9974$$

$$d) P[-4 \leq z \leq 4] = 1$$

Página 385

6. Nunha distribución $N(173, 6)$, determina as seguintes probabilidades:

$$a) P[x \leq 173]$$

$$b) P[x \geq 180,5]$$

$$c) P[174 \leq x \leq 180,5]$$

$$d) P[161 \leq x \leq 180,5]$$

$$e) P[161 \leq x \leq 170]$$

$$f) P[x = 174]$$

$$g) P[x > 191]$$

$$h) P[x < 155]$$

$$a) P[x \leq 173] = 0,5$$

$$b) P[x \geq 180,5] = P\left[z \geq \frac{180,5 - 173}{6}\right] = P[z \geq 1,25] = 1 - 0,8944 = 0,1056$$

$$c) P[174 \leq x \leq 180,5] = P[0,17 \leq z \leq 1,25] = 0,3269$$

- d) $P[161 \leq x \leq 180,5] = P[-2 \leq z \leq 1,25] = 0,8716$
 e) $P[161 \leq x \leq 170] = P[-2 \leq z \leq -0,5] = 0,2857$
 f) $P[x = 174] = P[z = 0,1667] = 0$
 g) $P[x > 191] = P[z > 3] = 1 - \phi(3) = 1 - 0,9987 = 0,0013$
 h) $P[x < 155] = P[z < -3] = 1 - \phi(3) = 0,0013$

Páxina 387

1. Calcula as probabilidades das seguintes distribucións binomiais mediante aproximación á normal correspondente (en todas elas, ten en conta o axuste de media unidade que hai que facer ao pasar dunha variable discreta a unha continua):

a) x é $B(100; 0,1)$. Calcula $P[x = 10]$, $P[x < 2]$ e $P[5 < x < 15]$.

b) x é $B(1000; 0,02)$. Calcula $P[x > 30]$ e $P[x < 80]$.

c) x é $B(50; 0,9)$. Calcula $P[x > 45]$ e $P[x \leq 30]$.

a) x es $B(100; 0,1) \approx x'$ es $N(10; 3)$

$$P[x = 10] = P[9,5 < x' < 10,5] = P[-0,17 < z < 0,17] = 0,135$$

$$P[x < 2] = P[x' \leq 1,5] = P[z \leq -2,83] = 0,0023$$

$$P[5 < x < 15] = P[5,5 \leq x' \leq 14,5] = P[-1,5 \leq z \leq 1,5] = 0,8664$$

b) x es $B(1000; 0,02) \approx x'$ es $N(20; 4,427)$

$$P[x > 30] = P[x' \geq 30,5] = P[z \geq 2,37] = 0,0089$$

$$P[x < 80] = P[x' \leq 79,5] = P[z \leq 13,44] = 1$$

c) x es $B(50; 0,9) \approx x'$ es $N(45; 2,12)$

$$P[x > 45] = P[x' \geq 45,5] = P[z \geq 0,24] = 0,4052$$

$$P[x \leq 30] = P[x' \leq 30,5] = P[z \leq -6,83] = 0$$

EXERCICIOS E PROBLEMAS PROPOSTOS

PARA PRACTICAR

Distribucións de probabilidade

1 Completa a seguinte táboa de probabilidades e calcula os seus parámetros:

| | | | | |
|-------|-----|-----|-----|-----|
| x_i | 0 | 1 | 2 | 3 |
| p_i | 0,1 | 0,3 | ... | 0,1 |

$0,1 + 0,3 + P[2] + 0,1 = 1 \rightarrow P[2] = 0,5$

| x_i | p_i | $p_i \cdot x_i$ | $p_i \cdot x_i^2$ |
|-------|-------|------------------------|--------------------------|
| 0 | 0,1 | 0 | 0 |
| 1 | 0,3 | 0,3 | 0,3 |
| 2 | 0,5 | 1 | 2 |
| 3 | 0,1 | 0,3 | 0,9 |
| | | $\Sigma x_i p_i = 1,6$ | $\Sigma p_i x_i^2 = 3,2$ |

$\mu = \Sigma x_i p_i = 1,6$

$\sigma = \sqrt{3,2 - 1,6^2} = \sqrt{0,64} = 0,8$

2 Sacamos dúas cartas dunha baralla e anotamos o número de ases (0, 1 ou 2).

a) Cal é a distribución de probabilidade?

b) Calcula a media e a desviación típica.

a)

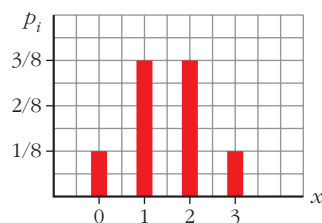
| | | | |
|-------|-------------------------------------|--|-----------------------------------|
| x_i | 0 | 1 | 2 |
| p_i | $\frac{36}{40} \cdot \frac{35}{39}$ | $2 \cdot \frac{4}{40} \cdot \frac{36}{39}$ | $\frac{4}{40} \cdot \frac{3}{39}$ |

b) $\mu = 0,2; \sigma = 0,42$

3 Lánzanse tres moedas e cóntase o número de caras obtidas. Fai unha táboa coas probabilidades, represéntaa graficamente e calcula a media e a desviación típica.

| | | | | |
|-------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| x_i | 0 | 1 | 2 | 3 |
| p_i | $\frac{1}{8}$ | $\frac{3}{8}$ | $\frac{3}{8}$ | $\frac{1}{8}$ |

$\mu = 1,5; \sigma = 0,87$



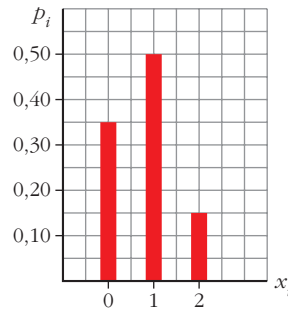
- 4 Lembra cales son as puntuacións das 28 fichas dun dominó. Se en cada unha delas sumamos os puntos das súas dúas metades, obtemos as posibles sumas 0, 1, 2, ..., 10, 11 e 12 con probabilidades distintas. Fai a táboa coa distribución de probabilidades e calcula μ e σ .

| | | | | | | | | | | | | | |
|-------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| x_i | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| p_i | $\frac{1}{28}$ | $\frac{1}{28}$ | $\frac{2}{28}$ | $\frac{2}{28}$ | $\frac{3}{28}$ | $\frac{3}{28}$ | $\frac{4}{28}$ | $\frac{3}{28}$ | $\frac{3}{28}$ | $\frac{2}{28}$ | $\frac{2}{28}$ | $\frac{1}{28}$ | $\frac{1}{28}$ |

$$\mu = 6; \quad \sigma = 3$$

- 5 Un alumno estudou 12 temas dos 30 que entran no exame. Elíxense 2 temas ao azar. O alumno puido estudar os dous, un ou ningún. Fai a táboa coa distribución de probabilidade e represéntaa graficamente.

| | | | |
|-------|------|------|------|
| x_i | 0 | 1 | 2 |
| p_i | 0,35 | 0,50 | 0,15 |



- 6 Unha urna contén 5 bólas brancas, 3 vermellas e 2 verdes. Fanse dúas extraccións sen substituír e anótase o número de bólas vermellas extraídas.

a) Fai a táboa da distribución de probabilidade.

b) Fai outra táboa supoñendo que hai substitución.

a)

| | | | |
|-------|----------------------------------|--|----------------------------------|
| x_i | 0 | 1 | 2 |
| p_i | $\frac{7}{10} \cdot \frac{6}{9}$ | $2 \cdot \frac{3}{10} \cdot \frac{7}{9}$ | $\frac{3}{10} \cdot \frac{2}{9}$ |

b)

| | | | |
|-------|-------------------------------|---|-------------------------------|
| x_i | 0 | 1 | 2 |
| p_i | $\left(\frac{7}{10}\right)^2$ | $2 \cdot \frac{3}{10} \cdot \frac{7}{10}$ | $\left(\frac{3}{10}\right)^2$ |

- 7 Nunha urna A hai 5 bólas numeradas do 1 ao 5, e noutra urna B, hai 4 bólas numeradas do 6 ao 9. Lánzase unha moeda: se sae cara, sácase unha bóla de A, e se sae cruz, sácase de B. Obsérvase o número que ten a bóla.

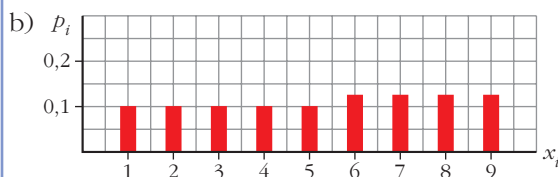
a) Fai a táboa da distribución de probabilidade.

b) Representaa graficamente.

c) Calcula μ e σ .

| | | | | | |
|-------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|
| x_i | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| p_i | $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5} = 0,1$ | $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5} = 0,1$ | $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5} = 0,1$ | $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5} = 0,1$ | $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5} = 0,1$ |

| | | | | |
|-------|---|-------|-------|-------|
| x_i | 6 | 7 | 8 | 9 |
| p_i | $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = 0,125$ | 0,125 | 0,125 | 0,125 |



c) $\mu = 5,25$; $\sigma = 2,59$

Distribución binomial

8 Recoñece en cada un dos seguintes exercicios unha distribución binomial e di os valores de n , p , μ e σ .

- Un exame tipo test consta de 50 preguntas, cada unha con tres respostas, das que só unha é correcta. Respóndese ao azar. Cal é o número de preguntas acertadas?
- No exame descrito na epígrafe anterior, un alumno coñece as respostas de 20 preguntas e responde as restantes ao azar. Preguntámonos cantas delas acertará.
- Unha moeda lánzase 400 veces. Número de caras.
- O 1% de certas soldaduras son defectuosas e revisamos mil delas. Número de soldaduras defectuosas que haberá.

a) $B\left(50; \frac{1}{3}\right)$; $\mu = \frac{50}{3} = 16,67$; $\sigma = 3,33$

b) $B\left(30; \frac{1}{3}\right)$; $\mu = 10$; $\sigma = 2,58$ relativo a las que contesta al azar

c) $B\left(400; \frac{1}{2}\right)$; $\mu = 200$; $\sigma = 10$

d) $B(1000; 0,01)$; $\mu = 10$; $\sigma = 3,15$

- 12** A probabilidade de que un aparato de televisión, antes de revisalo, sexa defectuoso, é 0,2. Se se revisan cinco aparatos, calcula:

a) P [ningún defectuoso].

b) P [algún defectuoso].

x es $B(5; 0,2)$

a) $P[x = 0] = 0,8^5 = 0,328$

b) $P[x \neq 0] = 1 - P[x = 0] = 1 - 0,328 = 0,672$

Páxina 393

Función de densidade

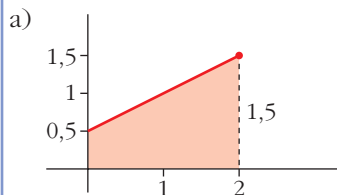
- 13** Xustifica se poden ser funcións de densidade as seguintes funcións:

a) $f(x) = 0,5 + 0,5x$, $x \in [0, 2]$

b) $f(x) = 0,5 - x$, $x \in [0, 2]$

c) $f(x) = 1 - 0,5x$, $x \in [0, 2]$

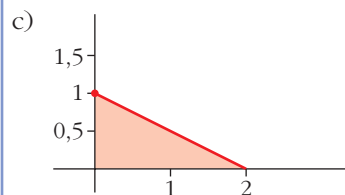
Veamos, en cada caso, si el área encerrada bajo la curva es 1:



$$\text{Área} = \frac{(1,5 + 0,5) \cdot 2}{2} = 2$$

No puede ser función de densidad.

b) $f(2) = -1,5 < 0 \rightarrow$ No puede ser función de densidad, pues tendría que ser $f(x) \geq 0$



$$\left. \begin{array}{l} \text{Área} = \frac{1 \cdot 2}{2} = 1 \\ f(x) \geq 0 \end{array} \right\} \rightarrow \text{Sí puede ser función de densidad.}$$

Manexo da táboa $N(0, 1)$

- 14** Nunha distribución $N(0, 1)$, calcula as seguintes probabilidades:

a) $P[z = 2]$

b) $P[z \leq 2]$

c) $P[z \geq 2]$

d) $P[z \leq -2]$

e) $P[z \geq -2]$

f) $P[-2 \leq z \leq 2]$

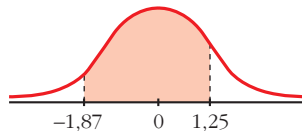
- a) $P[z = 2] = 0$
- b) $P[z \leq 2] = 0,9772$
- c) $P[z \geq 2] = 1 - 0,9792 = 0,0228$
- d) $P[z \leq -2] = 1 - 0,9772 = 0,0228$
- e) $P[z \geq -2] = 1 - 0,0228 = 0,9772$
- f) $P[-2 \leq z \leq 2] = 2(P[z \leq 2] - 0,5) = 0,9544$

15 Nunha distribución $N(0, 1)$, calcula:

- | | |
|-------------------------------|------------------------------|
| a) $P[z \leq 1,83]$ | b) $P[z \geq 0,27]$ |
| c) $P[z \leq -0,78]$ | d) $P[z \geq 2,5]$ |
| a) $P[z \leq 1,83] = 0,9664$ | b) $P[z \geq 0,27] = 0,3935$ |
| c) $P[z \leq -0,78] = 0,2177$ | d) $P[z \geq 2,5] = 0,0062$ |

16 Nunha distribución $N(0, 1)$, calcula as seguintes probabilidades:

- | | |
|--|---------------------------------|
| a) $P[z = 1,6]$ | b) $P[-2,71 \leq z \leq -1,83]$ |
| c) $P[1,5 \leq z \leq 2,5]$ | d) $P[-1,87 \leq z \leq 1,25]$ |
| a) $P[z = 1,6] = 0$ | |
| b) $P[-2,71 \leq z \leq -1,83] = P[1,83 \leq z \leq 2,71] = P[z \leq 2,71] - P[z \leq 1,83] = 0,0302$ | |
| c) $P[1,5 \leq z \leq 2,5] = P[z \leq 2,5] - P[z \leq 1,5] = 0,0606$ | |
| d) $P[-1,87 \leq z \leq 1,25] = P[z \leq 1,25] - P[z \leq -1,87] = P[z \leq 1,25] - P[z \geq 1,87] =$ $= P[z \leq 1,25] - (1 - P[z < 1,87]) = 0,8637$ | |



17 Calcula k en cada un dos seguintes casos:

- a) $P[z < k] = 0,8365$
- b) $P[z > k] = 0,8365$
- c) $P[z < k] = 0,1894$
- d) $P[-k < z < k] = 0,95$
- a) $k = 0,98$
- b) $k = -0,98$
- c) $k = -0,88$
- d) $k = 1,96$

Tipificación

- 18** Nun exame tipo test, a media foi 28 puntos, e a desviación típica, 10 puntos. Calcula a puntuación tipificada dos alumnos que obtiveron:

a) 38 puntos.

b) 14 puntos.

c) 45 puntos.

d) 10 puntos.

$$\mu = 28; \quad \sigma = 10$$

$$a) \frac{38 - 28}{10} = 1$$

$$b) \frac{14 - 28}{10} = -1,4$$

$$c) \frac{45 - 28}{10} = 1,7$$

$$d) \frac{10 - 28}{10} = -1,8$$

- 19** Se no mesmo exame do problema anterior a puntuación tipificada dun alumno foi 0,8, cantos puntos obtivo? Cantos puntos corresponden a un valor tipificado de $-0,2$?

$$0,8 \rightarrow 0,8 \cdot 10 + 28 = 36$$

$$-0,2 \rightarrow -0,2 \cdot 10 + 28 = 26$$

- 20** As puntuacións tipificadas de dous estudantes foron 0,8 e $-0,4$ e as súas notas reais foron 88 e 64 puntos. Cal é a media e a desviación típica das puntuacións do exame?

$$\left. \begin{array}{l} \frac{88 - \mu}{\sigma} = 0,8 \\ \frac{64 - \mu}{\sigma} = -0,4 \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} 88 - \mu = 0,88\sigma \\ 64 - \mu = -0,4\sigma \end{array} \right\} 88 - 0,8\sigma = 64 + 0,4\sigma \rightarrow \sigma = 20; \quad \mu = 72$$

La media es 72, y la desviación típica, 20.

Cálculo de probabilidades en $N(\mu, \sigma)$

- 21** Nunha distribución $N(43, 10)$, calcula as seguintes probabilidades:

a) $P[x \geq 43]$

b) $P[x \leq 30]$

c) $P[40 \leq x \leq 55]$

d) $P[30 \leq x \leq 40]$

$$a) P[x \geq 43] = 0,5$$

$$b) P[x \leq 30] = P\left[z \leq \frac{30 - 43}{10}\right] = P[z \leq -1,3] = 1 - 0,9032 = 0,0968$$

$$c) P[40 \leq x \leq 55] = P\left[\frac{40 - 43}{10} \leq z \leq \frac{55 - 43}{10}\right] = P[-0,3 \leq z \leq 1,2] = 0,5028$$

$$d) P[30 \leq x \leq 40] = P[-1,3 \leq z \leq -0,3] = P[0,3 \leq z \leq 1,3] = P[z \leq 1,3] - P[z \leq 0,3] = 0,9032 - 0,6179 = 0,2853$$

22 Nunha distribución $N(151, 15)$, calcula:

a) $P[x \leq 136]$

b) $P[120 \leq x \leq 155]$

c) $P[x \geq 185]$

d) $P[140 \leq x \leq 160]$

a) $P[x \leq 136] = P\left[z \leq \frac{136 - 151}{15}\right] = P[z \leq -1] = P[z \geq 1] = 1 - P[z < 1] = 0,1587$

b) $P[120 \leq x \leq 155] = P[2,07 \leq z \leq 0,27] = 0,5873$

c) $P[x \geq 185] = P[z \geq 2,27] = 0,0116$

d) $P[140 \leq x \leq 160] = P[-0,73 \leq z \leq 0,6] = 0,5149$

23 O talle medio dos 200 alumnos dun centro escolar é de 165 cm, e a desviación típica, 10 cm. Se os talles se distribúen normalmente, calcula a probabilidade de que un alumno elixido ao azar mida máis de 180 cm. Cantos alumnos pode esperarse que midan máis de 180 cm?

x es $N(165, 10)$; $n = 200$ alumnos

$$P[x > 180] = P\left[z > \frac{180 - 165}{10}\right] = P[z > 1,5] = 1 - 0,9332 = 0,0668$$

$200 \cdot 0,0668 = 13,36 \approx 13$ alumnos

24 Os pesos de 2 000 soldados presentan unha distribución normal de media 65 kg e desviación típica 8 kg. Calcula a probabilidade de que un soldado elixido ao azar pese:

a) Máis de 61 kg.

b) Entre 63 e 69 kg.

c) Menos de 70 kg.

d) Máis de 75 kg.

x es $N(65, 8)$

a) $P[x > 61] = P\left[z > \frac{61 - 65}{8}\right] = P[z > -0,5] = P[z < 0,5] = 0,6915$

b) $P[63 < x < 69] = P[-0,25 < z < 0,5] = 0,2902$

c) $P[x < 70] = P[z < 0,625] = 0,7357$

d) $P[x > 75] = P[z > 1,25] = 1 - P[z \leq 1,25] = 0,1056$

Binomial \rightarrow Normal

25 Se lanzamos un dado mil veces, cal é a probabilidade de que o número de cincos obtidos sexa menor que 100?

x es $B(1000; 0,1667) \rightarrow x'$ es $N(166,67; 11,79)$

$P[x < 100] = P[x' \leq 99,5] = P[z \leq -5,70] = 0$

26 Unha moeda lánzase 400 veces. Calcula a probabilidade de que o número de caras:

a) Sexa maior que 200.

b) Estea entre 180 e 220.

x es $B(400; 0,5) \rightarrow x'$ es $N(200, 10)$

a) $P[x > 200] = P[x' \geq 200,5] = P[z \geq 0,05] = 0,4801$

b) $P[180 < x < 220] = P[180,5 \leq x' \leq 219,5] = P[-1,95 \leq z \leq 1,95] = 0,9488$

27 Nun bombo de lotaría temos 10 bólas idénticas numeradas do 0 ao 9, e cada vez que facemos a extracción dunha bóla devolvémola ao bombo.

a) Se sacamos tres bólas, calcula a probabilidade de que o 0 saia unha soa vez.

b) Se facemos 100 extraccións, calcula a probabilidade de que o 0 saia máis de 12 veces.

a) x es $B(3; 0,1)$

$P[x = 1] = 3 \cdot 0,1 \cdot 0,9^2 = 0,243$

b) x es $B(100; 0,1) \rightarrow x'$ es $N(10, 3)$

$P[x > 12] = P[x' \geq 12,5] = P[z \geq 0,83] = 0,2033$

Páxina 394

PARA RESOLVER

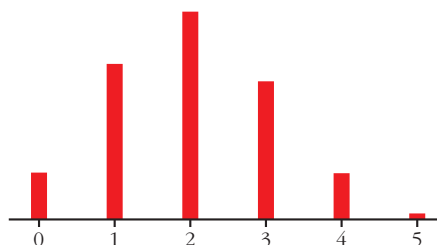
28 Temos unha moeda defectuosa para a cal a probabilidade de obter cruz nun lanzamento é 0,4. Lanzámola cinco veces e anotamos o número de cruces.

Fai unha táboa coa distribución de probabilidade, represéntaa graficamente e calcula a súa media e a súa desviación típica.

x es $B(5; 0,4)$

| | | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| x_i | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| p_i | 0,078 | 0,259 | 0,346 | 0,230 | 0,077 | 0,010 |

$\mu = 5 \cdot 0,4 = 2; \sigma = \sqrt{5 \cdot 0,4 \cdot 0,6} = 1,1$



- 29** Nun proceso de fabricación de parafusos sábese que o 2% son defectuosos. Empaquetámoslos en caixas de 50. Calcula a probabilidade de que nunha caixa haxa este número de parafusos defectuosos:

a) Ningún.

b) Uno

c) Máis de dous.

Cantos parafusos defectuosos haberá, por termo medio, en cada caixa?

x es $B(50; 0,02)$

a) $P[x = 0] = 0,98^{50} = 0,364$

b) $P[x = 1] = 50 \cdot 0,02 \cdot 0,98^{49} = 0,372$

c) $P[x > 2] = 1 - P[x \leq 2] = 1 - (P[x = 0] + P[x = 1] + P[x = 2]) =$
 $= 1 - (0,364 + 0,372 + 0,186) = 1 - 0,922 = 0,078$

Por término medio, habrá $\mu = 50 \cdot 0,02 = 1$ tornillo defectuoso en cada caja.

- 30** A probabilidade de que un torpedo lanzado por un submarino dea no branco é 0,4. Se se lanzan 6 torpedos, calcula a probabilidade de que:

a) Só un dea no branco.

b) Polo menos un dea no branco.

x es $B(6; 0,4)$

a) $P[x = 1] = \binom{6}{1} \cdot 0,4 \cdot 0,6^5 = 0,1866$

b) $P[x \geq 1] = 1 - P[x = 0] = 1 - 0,6^6 = 0,9533$

- 31** Nun estadio deportivo quérense instalar focos para iluminar o campo de xogo.

O subministrador asegura que o tempo de vida dos focos é, aproximadamente, normal con media de 1 500 horas e desviación típica de 200 horas. Supoñamos que é certo.

a) Cal é a probabilidade de que un foco elixido ao azar luza polo menos 1 000 horas?

b) Cómpranse 1 500 focos. Cantos pode esperarse que luzan polo menos 1 000 horas?

x es $N(1500, 200)$

a) $P[x \geq 1000] = P[z \geq -2,5] = P[z \leq 2,5] = 1500 \cdot 0,9938 = 1490,7$

32 O número de visitantes que diariamente acoden a unha exposición distribúese segundo unha normal $N(2\,000, 250)$.

a) Di a probabilidade de que un día determinado o número de visitantes non supere os 2 100.

b) Calcula a probabilidade de que un día calquera os visitantes sexan máis de 1 500.

c) Nun mes de trinta días, en cantos días cabe esperar que o número de visitantes supere os 2 210?

$$x \sim N(2\,000, 250) \rightarrow z \sim N(0, 1)$$

$$a) P[x \leq 2\,100] = P[z \leq 0,4] = 0,6554$$

$$b) P[x \geq 1\,500] = P[z \geq -2] = P[z \leq 2] = 0,9772$$

$$c) P[x \geq 2\,210] = P[z \geq 0,84] = 0,2004$$

$$30 \cdot 0,2004 = 6,012 \rightarrow 6 \text{ días}$$

33 O 20% dos alumnos con mellor nota dunha escola poden acceder a estudos superiores. Sabemos que as notas medias finais nesa escola se distribúen normalmente con media 5,8 e desviación típica 2. Cal é a nota media mínima que debe obter un alumno se quere facer estudos superiores?

Si llamamos X a las notas medias finales, tenemos que X es $N(5,8; 2)$.

Buscamos el valor de x para el cual $P[X > x] = 0,2$.

$$\text{Para una } N(0, 1), P[z > k] = 1 - P[z \leq k] = 0,2 \rightarrow P[z \leq k] = 0,8 \rightarrow k = 0,84$$

Por tanto:

$$\frac{x - 5,8}{2} = 0,84 \rightarrow x = 7,84$$

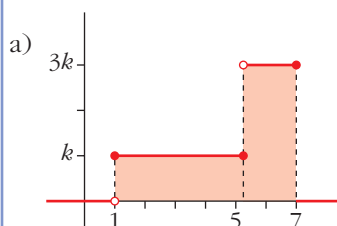
Debe obtener una media de 7,84 puntos o superior.

34 a) Calcula o valor de k para que a función $f(x) = \begin{cases} 0, & x < 1 \\ k, & 1 \leq x \leq 5 \\ 3k, & 5 < x \leq 7 \\ 0, & x > 7 \end{cases}$ sexa

unha función de densidade.

b) Determina estas probabilidades:

$$P[x = 6], P[2 < x < 5], P[4 < x < 6], P[x < 7]$$



El área bajo la curva debe ser 1:

$$\text{Área} = 4k + 2 \cdot 3k = 4k + 6k = 10k = 1 \rightarrow k = \frac{1}{10}$$

$$b) P[x = 6] = 0$$

$$P[2 < x < 5] = (5 - 2) \cdot \frac{1}{10} = \frac{3}{10} = 0,3$$

$$P[4 < x < 6] = P[4 < x < 5] + P[5 < x < 6] = \frac{1}{10} + \frac{3}{10} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5} = 0,4$$

$$P[x < 7] = 1$$

35 Nas últimas eleccións celebradas en certo país, a abstención foi do 25% do censo electoral.

a) Se se seleccionan ao azar tres individuos do censo, cal é a probabilidade de que ningún votase?

b) Se se collen ao azar 100 membros do censo, cal é a probabilidade de que se abstivesen polo menos 30?

a) x es $B(3; 0,25)$

$$P[x = 3] = 0,25^3 = 0,0156$$

b) x es $B(100; 0,25) \rightarrow x'$ es $N(25; 4,33)$

$$P[x \geq 30] = P[x' \geq 29,5] = P[z \geq 1,04] = 0,1492$$

36 Un exame tipo test ten 50 preguntas e cada pregunta tres respostas diferentes, só unha das cales é correcta.

Para aprobar, cómpre responder correctamente a 25 preguntas; para un notable, 35; e para un sobresaliente, 45 respostas.

Un estudante responde ao azar. Cal é a probabilidade de que aprrobe? E a de que saque un notable? E un sobresaliente?

x es $B(50; 0,333) \rightarrow x'$ es $N(16,66; 3,33)$

$$P[x \geq 25] = P[x' \geq 24,5] = P[z \geq 2,35] = 0,0094 \rightarrow \text{probabilidade de aprobar}$$

$$P[x \geq 35] = P[x' \geq 34,5] = P[z \geq 5,36] = 0$$

La probabilidade de sacar notable o sobresaliente es 0.

CUESTIÓNS TEÓRICAS

37 Nunha distribución $B(4; 0,25)$ comproba que:

$$P[x = 0] + P[x = 1] + P[x = 2] + P[x = 3] + P[x = 4] = 1$$

$$0,75^4 + 4 \cdot 0,25 \cdot 0,75^3 + 6 \cdot 0,25^2 \cdot 0,75^2 + 4 \cdot 0,25^3 \cdot 0,75 + 0,25^4 = 1$$

38 Dous xogadores de xadrez de igual mestría xogan. Que é máis probable: gañar dúas de catro partidas ou tres de seis partidas? (Os empates non se teñen en consideración).

Ganar dos de cuatro:

$$B\left(4, \frac{1}{2}\right); P[X = 2] = 6 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{6}{16}$$

Ganar tres de seis:

$$B\left(6, \frac{1}{2}\right); P[X = 3] = 20 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{20}{64} = \frac{5}{16}$$

Es más probable lo primero: ganar dos de cuatro.

Páxina 395

PARA AFONDAR

39 Un test de sensibilidade musical dá resultados que se distribúen segundo unha $N(65, 18)$.

Quérese facer un baremo polo cal, a cada persoa, xunto coa puntuación obtida, se lle asigna un dos seguintes comentarios:

- duro de oído;
- pouco sensible á música;
- normal;
- sensible á música;
- extraordinariamente dotado para a música,

de modo que haxa, respectivamente, en cada un dos grupos, un 10%, un 35%, un 30%, un 20% e un 5% do total de individuos observados.

En que puntuacións poñerías os límites entre os distintos grupos?

Que comentario se lle faría a unha persoa que obtivese unha puntuación de 80?

E a outra que obtivese unha de 40?

Empezamos traballando en una $N(0, 1)$:

El valor de z bajo el cual un 10% de la población es opuesto a aquel por encima del cual hay un 10%, es decir, por debajo del cual hay un 90%.

Este es, mirando las tablas, 1,28, aproximadamente.

(Obsérvese que $P(z \leq 1,28) = 0,8997$ es la más próxima a 0,9).

Por tanto, $P[z \leq -1,28] \approx 0,1$.

Análogamente, el valor correspondiente al 45% (10% + 35%) lo obtenemos buscando en la tabla una probabilidad lo más próxima posible al 55%, es decir, a 0,5500.

Esta está en el 0,13.

Por tanto, $P[z \leq -0,13] \approx 0,45$

- $P[z \leq k] = 0,75 \rightarrow k \approx 0,68$
- $P[z \leq k] = 0,95 \rightarrow k \approx 1,65$

El baremo lo realizamos “destipificando” los valores obtenidos para z :

$$-1,28 \rightarrow (-1,28) \cdot 18 + 65 = 41,96$$

$$-0,13 \rightarrow (-0,13) \cdot 18 + 65 = 62,66$$

$$0,68 \rightarrow 0,68 \cdot 18 + 65 = 77,24$$

$$1,65 \rightarrow 1,65 \cdot 18 + 65 = 94,7$$

BAREMO

| | |
|--------------------|----------------------------|
| Hasta 41: | duro de oído |
| de 42 a 62: | poco sensible a la música |
| de 63 a 77: | normal |
| de 78 a 94: | sensible a la música |
| de 95 en adelante: | extraordinariamente dotado |

- Puntuación de 80 \rightarrow sensible a la música.
- Puntuación de 40 \rightarrow duro de oído.

40 Nunha man de póquer dáselle 5 cartas a cada xogador. Preguntámonos pola probabilidade de que un xogador teña k figuras ($k = 0, 1, 2, 3, 4$ ou 5). Por que non é unha distribución binomial? (No póquer, cada pau ten catro figuras: J, Q, K, AS).

Cada vez que se extrae una carta de la baraja, varía la composición de esta. Por tanto, la probabilidad de “FIGURA” no es constante para cada una de las cinco cartas.

41 No proceso de fabricación dunha peza interveñen dúas máquinas: a máquina A produce un trade cilíndrico e a máquina B secciona as pezas cun grosor determinado. Ambos os procesos son independentes.

O diámetro do trade producido por A, en milímetros, é $N(23; 0,5)$.

O grosor producido por B é $N(11,5; 0,4)$.

a) Calcula que porcentaxe de pezas teñen un trade comprendido entre 20,5 e 24 mm.

b) Encontra a porcentaxe de pezas que teñen un grosor entre 10,5 e 12,7 mm.

c) Supoñendo que só son válidas as pezas cuxas medidas son as dadas en a) e b), calcula a porcentaxe de pezas aceptables que se conseguen.

a) $P[20,5 \leq x \leq 24] = P[-5 \leq z \leq 2] = 0,9772 \rightarrow 97,72\%$

b) $P[10,5 \leq x \leq 12,7] = P[-2,5 \leq z \leq 3] = 0,9925 \rightarrow 99,25\%$

c) $0,9772 \cdot 0,9925 = 0,9699 \rightarrow 96,99\%$

Páxina 395

AUTOAVALIACIÓN

1. A seguinte táboa corresponde a unha distribución de probabilidade de variable discreta:

| | | | | | | |
|-------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| x_i | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| p_i | 0,1 | 0,3 | 0,2 | 0,1 | 0,1 | ... |

Complétaa e calcula μ e σ .

| | | | | | | |
|-------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| x_i | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| p_i | 0,1 | 0,3 | 0,2 | 0,1 | 0,1 | 0,2 |

$\mu = 7,4, \sigma = 1,69$

2. Cun certo tipo de chinchetas danse as seguintes probabilidades ao deixalas caer no chan: $P[\text{🔴}] = 0,3$; $P[\text{🔴}] = 0,7$.

Deixamos caer 6 chinchetas. Calcula:

a) $P[2 \text{ 🔴 e } 4 \text{ 🔴}]$

b) $P[\text{algunha 🔴}]$

El número de chinchetas que caen así 🔴 se distribuye $B(6; 0,3)$.

a) $P[2 \text{ 🔴 y } 4 \text{ 🔴}] = P[x = 2] = \binom{6}{2} 0,3^2 \cdot 0,7^4 = 15 \cdot 0,3^2 \cdot 0,7^4 = 0,3241$

b) Empezamos calculando $P[x = 0] = \binom{6}{0} 0,3^0 \cdot 0,7^6 = 0,7^6 = 0,1176$

$P[\text{algunha 🔴}] = 1 - P[\text{ninguna 🔴}] = 1 - P[x = 0] = 1 - 0,1176 = 0,8824$

3. Se $z \in N(0, 1)$, calcula:

a) $P[1,53 < z < 2,1]$

b) $P[-1,53 < z < 2,1]$

a) $P[1,53 < z < 2,1] = \Phi(2,1) - \Phi(1,53) = 0,9821 - 0,9370 = 0,0451$

b) $P[-1,53 < z < 2,1] = \Phi(2,1) - [1 - \Phi(1,53)] = 0,9821 - (1 - 0,9370) = 0,9191$

4. Sabendo que $z \in N(0, 1)$, calcula h e k para que se cumpra que:

a) $P[z < h] = 0,4$

b) $P[-k < z < k] = 0,9$

a) $P[z < h] = 0,4$. h es negativo. $P[z < -h] = 0,6$, donde $-h$ es positivo.

Buscamos en la tabla: $\Phi(0,25) = 0,5987$, $\Phi(0,26) = 0,6026$

Así, asignamos a $-h$ el valor 0,25 y, por tanto, $h = -0,25$.

b) $P[-k < z < k] = 2P[0 < z < k] = 2[\Phi(k) - 0,5] = 2\Phi(k) - 1$

$2\Phi(k) - 1 = 0,9 \rightarrow \Phi(k) = 1,9 : 2 = 0,95 \rightarrow k = 1,65$

- 5. O cociente intelectual (C.I.) dun colectivo de bombeiros distribúese normal, de media 108 e desviación típica 3,5. Chamámoslle x ao C.I. dun deles tomado ao azar. Calcula:**

a) $P[x < 100]$

b) $P[x > 115]$

c) $P[100 < x < 115]$

$$x \text{ es } N(108; 3,5) \rightarrow z = \frac{x - 108}{3,5} \text{ es } N(0, 1)$$

$$a) P[x < 100] = P\left[z < \frac{100 - 108}{3,5}\right] = P[z < -2,28] = 1 - \phi(2,28) = 1 - 0,9887 = 0,0113$$

$$b) P[x > 115] = P\left[z > \frac{115 - 108}{3,5}\right] = P[z > 2] = 1 - \phi(2) = 1 - 0,9772 = 0,0228$$

$$c) P[100 < x < 115] = 1 - P[x < 100] - P[x > 115] = 1 - 0,0113 - 0,0228 = 0,9655$$

- 6. O 7% das persoas padecen un pequeno defecto anatómico de orixe xenética. Nunha empresa traballan 80 persoas. Cal é a probabilidade de que haxa máis de 10 con ese defecto?**

$$x \text{ es } B(80; 0,07) \rightarrow \mu = 80 \cdot 0,07 = 5,6; \sigma = \sqrt{80 \cdot 0,07 \cdot 0,93} = \sqrt{5,208} = 2,28$$

$$x' \text{ es } N(5,6; 2,28)$$

$$P[x > 10] = P[x \geq 11] = P[x' \geq 10,5] = P\left[z \geq \frac{10,5 - 5,6}{2,28}\right] = P[z \geq 2,15] = 1 - \phi(2,15) = 1 - 0,9842 = 0,0158$$

- 7. Comproba que $y = \frac{x}{2} - 1$, $2 \leq x \leq 4$ é unha función de densidade.**

Representáaa e calcula:

a) $P[x = 3]$

b) $P[x < 3]$

c) $P[x > 3,5]$



Es función de densidade por ser no negativa y contener un área igual a 1.

a) $P[x = 3] = 0$ pues en las distribuciones de variable continua las probabilidades puntuales son cero.

$$b) P[x < 3] = \frac{3 - 2}{2} \cdot \left(\frac{3}{2} - 1\right) = 0,25$$

$$c) P[x > 3,5] = 1 - P[x \leq 3,5] = 1 - \left[\frac{3,5 - 2}{2} \cdot \left(\frac{3,5}{2} - 1\right)\right] = 0,4375$$