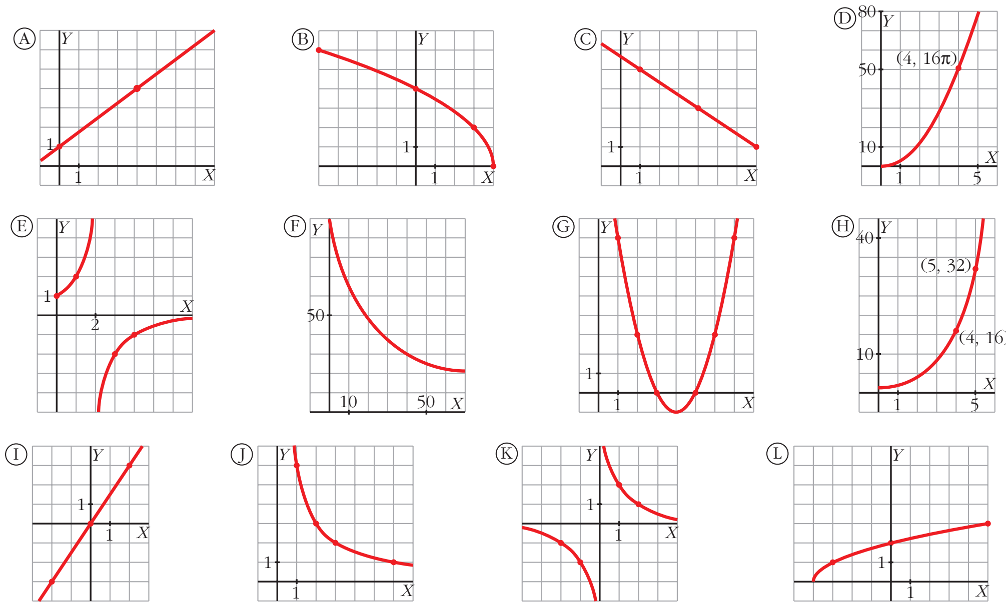
10 FUNCIÓNS ELEMENTAIS

Páxina 245

REFLEXIONA E RESOLVE

■ **Asocia a cada unha das seguintes gráficas unha ecuación das de abaixo:**



LINEARES	CUADRÁTICAS	DE PROPORCIONALIDADE INVERSA
L_1: $y = \frac{3}{2}x$	C_1: $y = x^2 - 8x + 15$	$P.I._1$: $y = \frac{1}{x}$
L_2: $y = -\frac{2}{3}(x - 1) + 5$	C_2: $y = (x + 3)(x + 5)$	$P.I._2$: $y = \frac{2}{2 - x}$
L_3: $3x + 2y = 0$	C_3: $y = x^2,\ x > 0$	$P.I._3$: $y = \frac{2}{x}$
L_4: $y = \frac{3}{4}x + 1$	C_4: $y = \pi x^2,\ x > 0$	$P.I._4$: $y = \frac{6}{x},\ x > 0$

RADICAIS	R_1: $y = \sqrt{2x + 4}$	R_2: $y = \sqrt{x + 4}$	R_3: $y = 2\sqrt{4 - x}$
EXPONENCIAIS	E_1: $y = 2^x$	E_2: $y = 0{,}5^x$	E_3: $y = 20 + 80 \cdot 0{,}95^x$

A → L_4 | B → R_3 | C → L_2 | D → C_4

E → $P.I._2$ | F → E_3 | G → C_1 | H → E_1

I → L_1 | J → $P.I._4$ | K → $P.I._3$ | L → R_2

■ **Cada un dos seguintes enunciados corresponde a unha gráfica das de arriba. Identifícaa.**

1. Superficie (cm²) dun círculo. Raio en centímetros.

2. Aumento dunha lupa. Distancia ao obxecto, en centímetros.

3. Temperatura dun cazo de auga que se deixa arrefriar desde 100 °C. Tempo en minutos.

4. Número de amebas que se duplican cada hora. Empézase con unha.

5. Lonxitude dun resorte (dm). Mide 1 dm e alóngase 75 mm por cada quilo que se lle colga.

6. Dimensións (longo e ancho, en centímetros) de rectángulos cuxa superficie é 6 cm².

1. D 2. E 3. F 4. H 5. A 6. J

Páxina 248

1. Determina o dominio de definición das seguintes funcións:

a) $y = \sqrt{x^2+1}$ b) $y = \sqrt{x-1}$ c) $y = \sqrt{1-x}$

d) $y = \sqrt{4-x^2}$ e) $y = \sqrt{x^2-4}$ f) $y = \dfrac{1}{\sqrt{x^2-1}}$

g) $y = x^3 - 2x + 3$ h) $y = \dfrac{1}{x}$ i) $y = \dfrac{1}{x^2}$

j) $y = \dfrac{1}{x^2-4}$ k) **A área dun cadrado de lado variable, l, é $A = l^2$.**

a) $\mathbb{R}$ b) $[1, +\infty)$ c) $(-\infty, 1]$

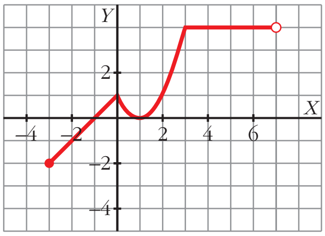
d) $[-2, 2]$ e) $(-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$ f) $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$

g) $\mathbb{R}$ h) $\mathbb{R} - \{0\}$ i) $\mathbb{R} - \{0\}$

j) $\mathbb{R} - \{-2, 2\}$ k) $l > 0$

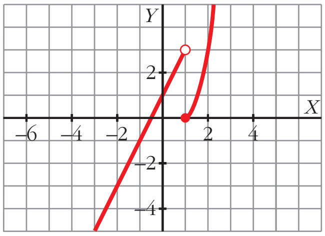
Páxina 249

1. Representa esta función: $f(x) = \begin{cases} x+1, & x \in [-3, 0) \\ x^2 - 2x + 1, & x \in [0, 3] \\ 4, & x \in (3, 7) \end{cases}$



2. **Realiza a representación gráfica da seguinte función:**

$$g(x) = \begin{cases} 2x + 1, & x < 1 \\ x^2 - 1, & x \geq 1 \end{cases}$$



Páxina 250

1. **Representa as seguintes funcións relacionadas coa función parte enteira:**

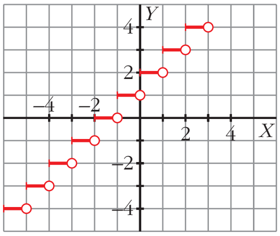
a) $y = Ent(x) + 2$

b) $y = Ent(x + 0{,}5)$

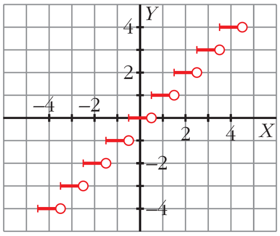
c) $y = Ent\left(\dfrac{x}{4}\right)$

d) $y = Ent(3x)$

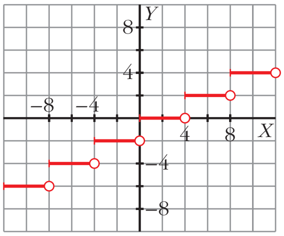
a) $y = Ent(x) + 2$



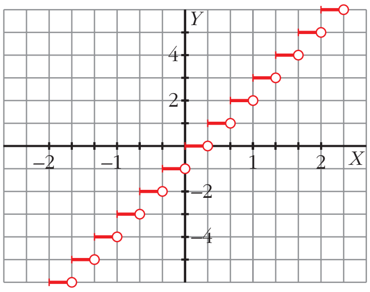
b) $y = Ent(x + 0{,}5)$



c) $y = Ent\left(\dfrac{x}{4}\right)$



d) $y = Ent(3x)$

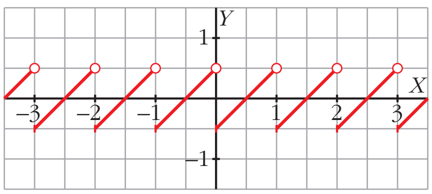


2. **Representa:**

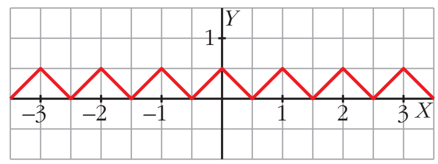
a) $y = Mant(x) - 0{,}5$ **b)** $y = |Mant(x) - 0{,}5|$ **c)** $y = 0{,}5 - |Mant(x) - 0{,}5|$

Comproba que esta última significa a distancia de cada número ao enteiro máis próximo. A súa gráfica ten forma de serra.

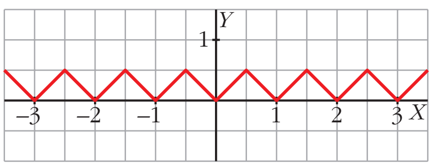
a) $y = Mant(x) - 0{,}5$



b) $y = |Mant(x) - 0{,}5|$

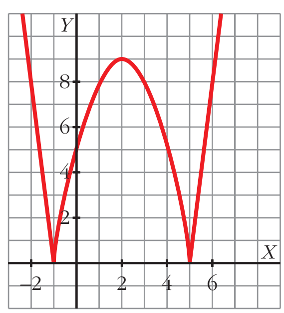


c) $y = 0{,}5 - |Mant(x) - 0{,}5|$

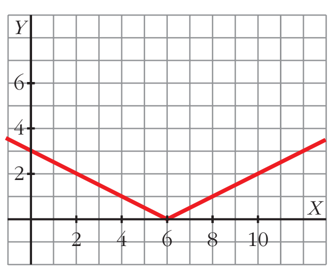


Páxina 251

1. **Representa:** $y = |-x^2 + 4x + 5|$



2. **Representa graficamente:** $y = \left|\frac{x}{2} - 3\right|$

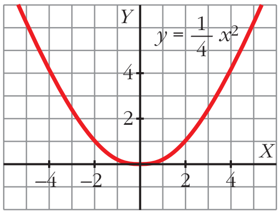


Páxina 252

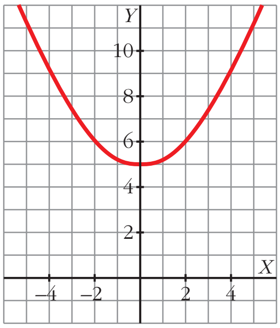
1. **Representa $y = \frac{1}{4}x^2$. A partir dela, representa:**

a) $y = \frac{1}{4}x^2 + 5$

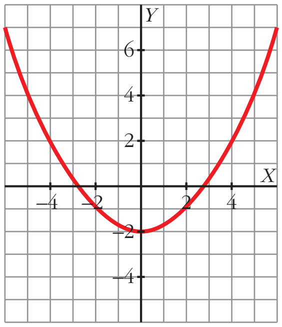
b) $y = \frac{1}{4}x^2 - 2$



a)



b)

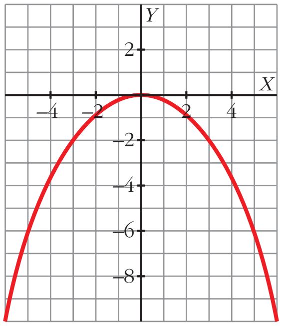


2. **Tendo en conta o do exercicio anterior, representa:**

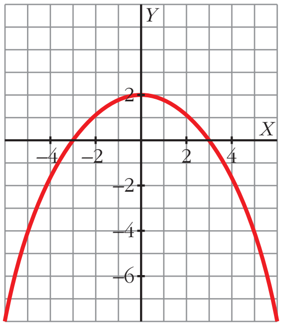
a) $y = -\frac{1}{4}x^2$

b) $y = -\frac{1}{4}x^2 + 2$

a)



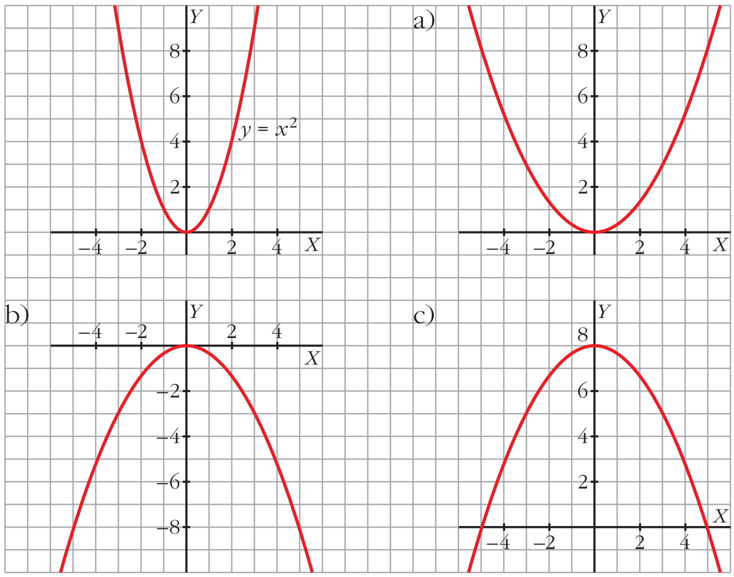
b)



Páxina 253

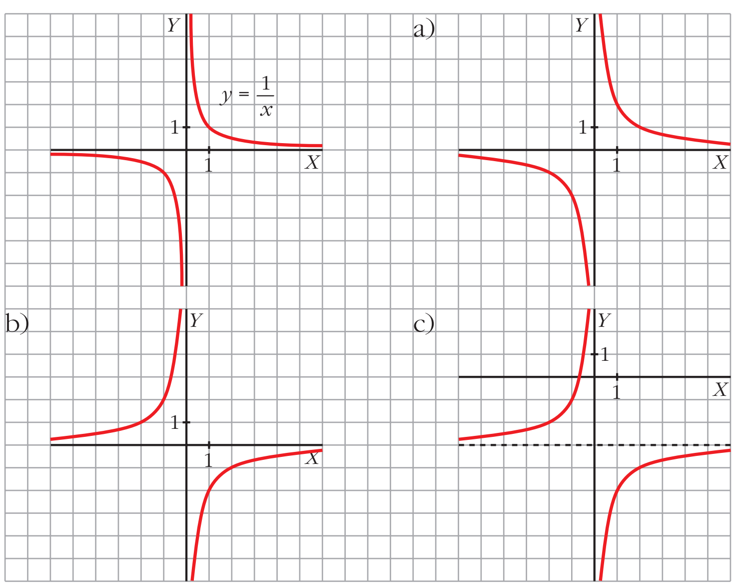
3. **Representa $y = x^2$. A partir dela, representa:**

a) $y = \dfrac{x^2}{3}$ b) $y = -\dfrac{x^2}{3}$ c) $y = -\dfrac{x^2}{3} + 8$



4. **Representa $y = 1/x$. A partir dela, representa:**

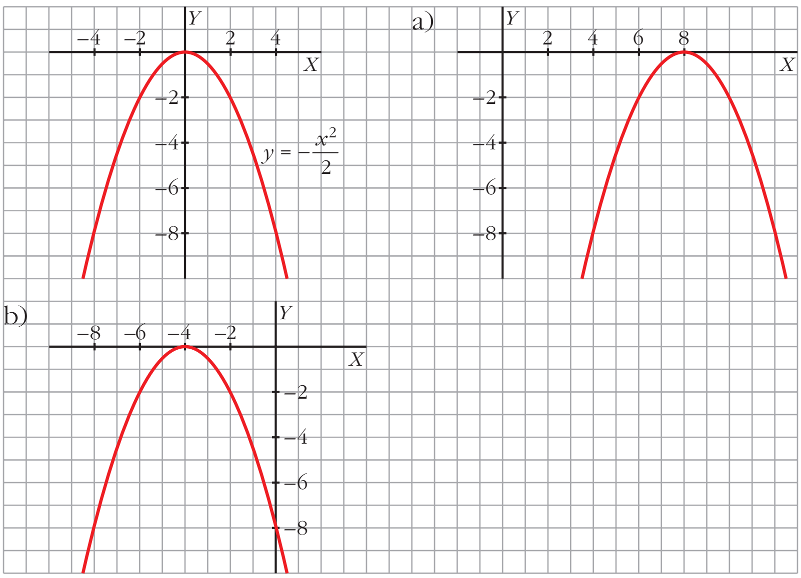
a) $y = \dfrac{2}{x}$ b) $y = -\dfrac{2}{x}$ c) $y = -\dfrac{2}{x} - 3$



Páxina 254

5. Representa $y = -\dfrac{x^2}{2}$. A partir desta gráfica, representa estoutras:

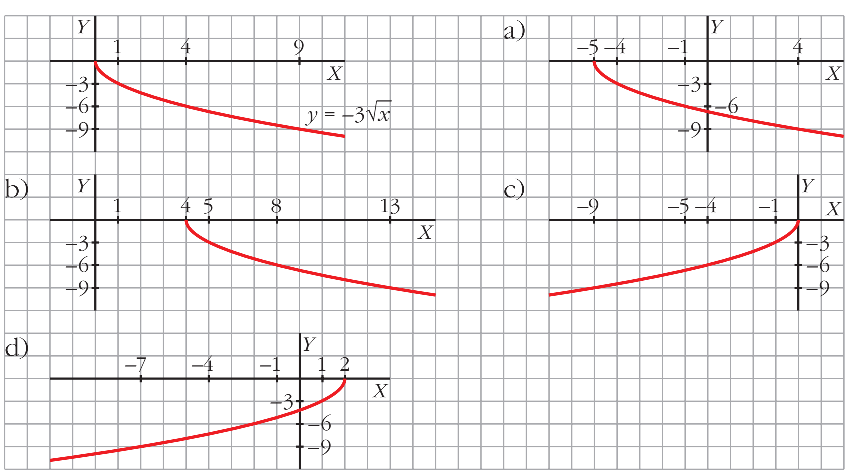
a) $y = \dfrac{-(x-8)^2}{2}$ b) $y = \dfrac{-(x+4)^2}{2}$



6. Representa $y = -3\sqrt{x}$. A partir desta gráfica, representa estoutras:

a) $y = -3\sqrt{x+5}$ b) $y = -3\sqrt{x-4}$

c) $y = -3\sqrt{-x}$ d) $y = -3\sqrt{-(x-2)}$



Páxina 255

7. **Se $y = f(x)$ pasa por (3, 8), di un punto de:**

$$y = f(x) - 6,\ \ y = f(x+4),\ \ y = \frac{1}{2}f(x),\ \ y = 2f(x),$$

$$y = -f(x),\ \ y = f(-x),\ \ y = -2f(-x) + 3$$

$y = f(x) - 6 \rightarrow (3, 2)$ $\quad$ $y = f(x+4) \rightarrow (-1, 8)$ $\quad$ $y = \frac{1}{2}f(x) \rightarrow (3, 4)$

$y = 2f(x) \rightarrow (3, 16)$ $\quad$ $y = -f(x) \rightarrow (3, -8)$ $\quad$ $y = f(-x) \rightarrow (-3, 8)$

$y = -2f(-x) + 3 \rightarrow (-3, -13)$

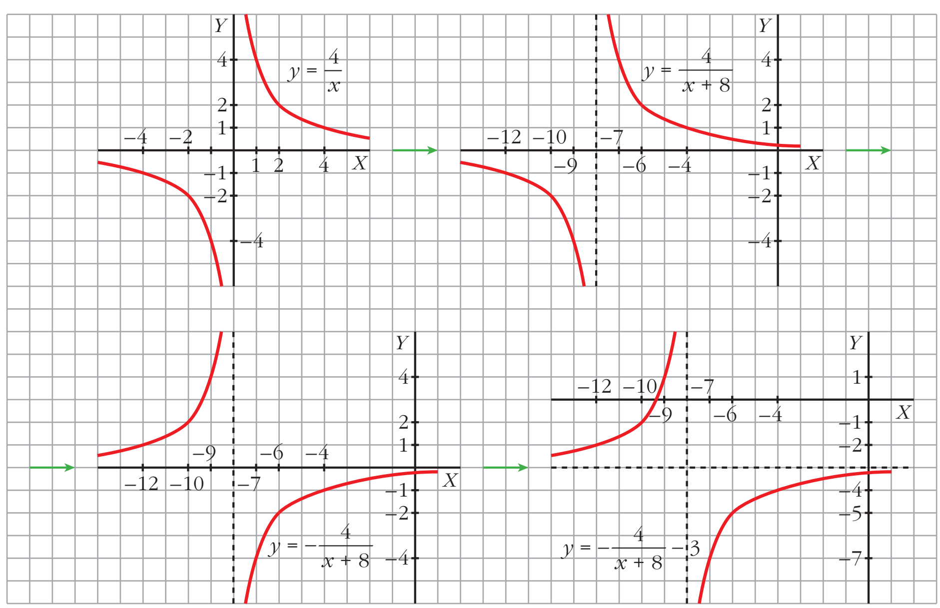
8. **Representa:**

a) $y = -\dfrac{4}{x+8} - 3$

b) $y = 3\sqrt{-x+10}$

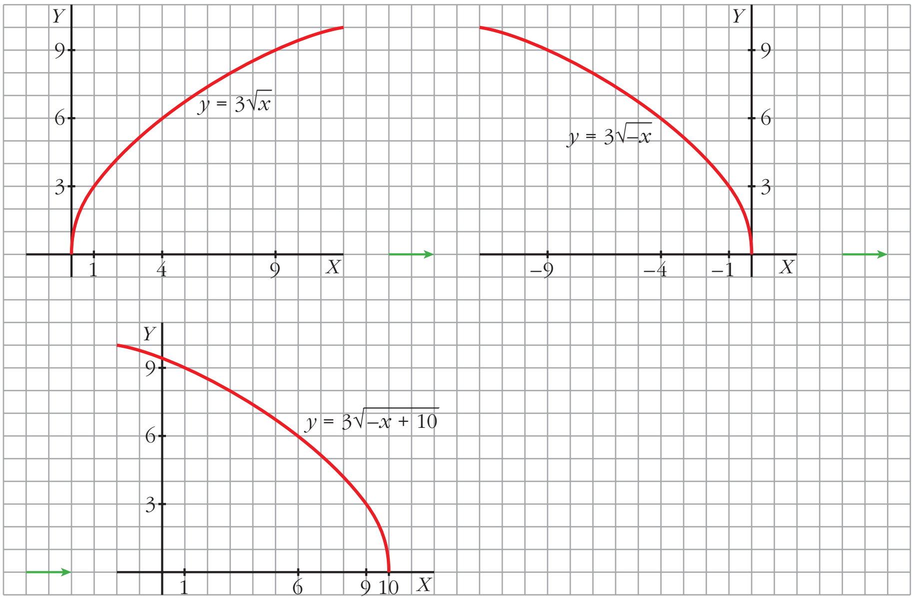
a) $y = -\dfrac{4}{x+8} - 3$

Representamos $y = \dfrac{4}{x} \rightarrow y = \dfrac{4}{x+8} \rightarrow y = -\dfrac{4}{x+8} \rightarrow y = -\dfrac{4}{x+8} - 3$



b) $y = 3\sqrt{-x+10}$

Representamos $y = 3\sqrt{x} \;\rightarrow\; y = 3\sqrt{-x} \;\rightarrow\; y = 3\sqrt{-(x-10)}$



Páxina 256

1. Se $f(x) = x^2 - 5x + 3$ e $g(x) = x^2$, obtén as expresións de $f[g(x)]$ e $g[f(x)]$. Indica $f[g(4)]$ e $g[f(4)]$.

$f[g(x)] = f[x^2] = x^4 - 5x^2 + 3$

$g[f(x)] = g[x^2 - 5x + 3] = (x^2 - 5x + 3)^2$

$f[g(4)] = 179; \quad g[f(4)] = 1$

2. Se $f(x) = sen\ x$, $g(x) = x^2 + 5$, calcula $f \circ g$, $g \circ f$, $f \circ f$ e $g \circ g$. Determina o valor destas funcións en $x = 0$ e $x = 2$.

$f \circ g(x) = sen(x^2 + 5)$; $f \circ g(0) = -0{,}96$; $f \circ g(2) = 0{,}41$

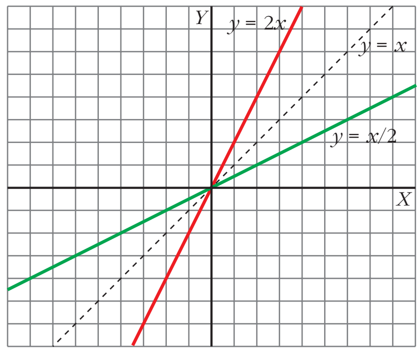
$g \circ f(x) = sen^2\, x + 5$; $g \circ f(0) = 5$; $g \circ f(2) = 5{,}83$

$f \circ f(x) = sen(sen\ x)$; $f \circ f(0) = 0$; $f \circ f(2) = 0{,}79$

$g \circ g(x) = (x^2 + 5)^2 + 5$; $g \circ g(0) = 30$; $g \circ g(2) = 86$

Páxina 257

1. Representa $y = 2x$, $y = x/2$ e comproba que son inversas.



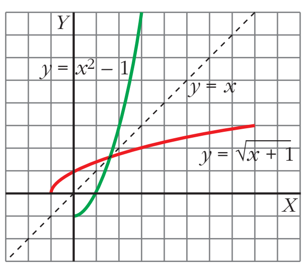
2. Comproba que hai que descompoñer $y = x^2 - 1$ en dúas ramas para determinar as súas inversas respecto da recta $y = x$. Indica cales son.

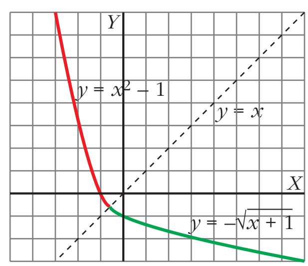
a) $y = x^2 - 1$ si $x \geq 0$

$y^{-1} = \sqrt{x + 1}$

b) $y = x^2 - 1$ si $x < 0$

$y^{-1} = -\sqrt{x + 1}$

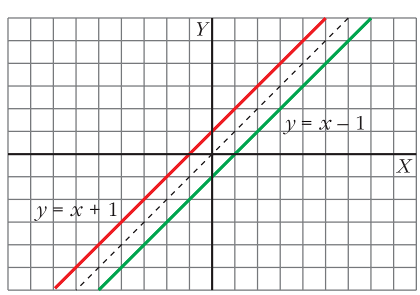




3. Se $f(x) = x + 1$ e $g(x) = x - 1$, comproba que $f[g(x)] = x$. Son $f(x)$ e $g(x)$ funcións inversas? Comproba que o punto $(a, a + 1)$ está na gráfica de f e que o punto $(a + 1, a)$ está na gráfica de g. Representa as dúas funcións e observa a súa simetría respecto da recta $y = x$.

$f[g(x)] = f(x - 1) = (x - 1) + 1 = x$

Son funciones inversas.



Páxina 259

1. A masa de madeira dun bosque aumenta nun 40% cada 100 anos. Se tomamos como unidade de masa vexetal (*biomasa*) a que había no ano 1800, que consideramos instante inicial, e como unidade de tempo 100 anos, a función $M = 1{,}4^t$ dános a cantidade de masa vexetal, M, nun instante calquera, t expresado en séculos *a partir de 1800* (razoa por que).

a) Indica cando haberá unha masa de madeira tripla que en 1800 ($1{,}4^t = 3$) e cando había a terceira parte. Observa que os dous períodos de tempo son iguais.

b) Calcula a cantidade de madeira que haberá, ou había, en 1900, 1990, 2000, 1600 e 1550.

$M = 1{,}4^t$

a) • Buscamos el valor de t para el cual $1{,}4^t = 3$:

$$1{,}4^t = 3 \;\rightarrow\; ln\,(1{,}4)^t = ln\,(3) \;\rightarrow\; t\,ln\,(1{,}4) = ln\,(3) \;\rightarrow\; t = \frac{ln\,3}{ln\,1{,}4} \approx 3{,}27$$

Cuando pasen $3{,}27 \cdot 100 = 327$ años, se habrá triplicado la masa de madera. Esto es, en el año $1800 + 327 = 2127$.

• Buscamos el valor de t para el cual $1{,}4^t = \frac{1}{3} = 3^{-1}$:

$$1{,}4^t = 3^{-1} \;\rightarrow\; ln\,(1{,}4)^t = ln\,(3)^{-1} \;\rightarrow\; t\,ln\,(1{,}4) = -ln\,(3) \;\rightarrow\; t = -\frac{ln\,3}{ln\,1{,}4} \approx -3{,}27$$

Hace $3{,}27 \cdot 100 = 327$ años, había la tercera parte de masa de madera. Esto es, en el año $1800 - 327 = 1473$.

b) $1900 \;\rightarrow\; t = 1 \;\rightarrow\; M = 1{,}4^1 = 1{,}4$

$$1990 \;\rightarrow\; t = \frac{1990 - 1800}{100} = 1{,}9 \;\rightarrow\; M = 1{,}4^{1{,}9} \approx 1{,}90$$

$$2000 \;\rightarrow\; t = \frac{2000 - 1800}{100} = 2 \;\rightarrow\; M = 1{,}4^2 = 1{,}96$$

$$1600 \;\rightarrow\; t = \frac{1600 - 1800}{100} = -2 \;\rightarrow\; M = 1{,}4^{-2} \approx 0{,}51$$

$$1550 \;\rightarrow\; t = \frac{1550 - 1800}{100} = -2{,}5 \;\rightarrow\; M = 1{,}4^{-2{,}5} \approx 0{,}43$$

2. **Comproba que, no exemplo anterior referente á desintegración dunha certa substancia radioactiva, $M = m \cdot 0{,}76^t$ (t expresado en miles de anos), o *período de semidesintegración* (tempo que tarda en reducirse á metade a substancia radioactiva) é de, aproximadamente, 2 500 anos.**

Para iso, comproba que unha cantidade inicial calquera se reduce á metade (aproximadamente) ao cabo de 2 500 anos ($t = 2{,}5$).

$M = m \cdot 0{,}76^t$

$$\left.\begin{array}{l} \text{Si } t = 0 \ \rightarrow \ M = m \cdot 0{,}76^0 = m \\ \text{Si } t = 0{,}25 \ \rightarrow \ M = m \cdot 0{,}76^{2,5} \approx m \cdot 0{,}5 = \dfrac{m}{2} \end{array}\right\}$$

La cantidad inicial se ha reducido (aproximadamente) a la mitad en 2 500 años.

Páxina 267

EXERCICIOS E PROBLEMAS PROPOSTOS

PARA PRACTICAR

Dominio de definición

1 **Indica o dominio de definición destas funcións:**

a) $y = \dfrac{3}{x^2 + x}$ b) $y = \dfrac{x}{(x-2)^2}$ c) $y = \dfrac{x-1}{2x+1}$

d) $y = \dfrac{1}{x^2 + 2x + 3}$ e) $y = \dfrac{2}{5x - x^2}$ f) $y = \dfrac{1}{x^2 - 2}$

a) $\mathbb{R} - \{-1, 0\}$ b) $\mathbb{R} - \{2\}$ c) $\mathbb{R} - \{-1/2\}$

d) $\mathbb{R}$ e) $\mathbb{R} - \{0, 5\}$ f) $\mathbb{R} - \{-\sqrt{2}, \sqrt{2}\}$

2 **Indica o dominio de definición destas funcións:**

a) $y = \sqrt{3 - x}$

b) $y = \sqrt{2x - 1}$

c) $y = \sqrt{-x - 2}$

d) $y = \sqrt{-3x}$

a) $(-\infty, 3]$

b) $[1/2, +\infty)$

c) $(-\infty, -2]$

d) $(-\infty, 0]$

3 **Indica o dominio de definición destas funcións:**

a) $y = \sqrt{x^2 - 9}$ b) $y = \sqrt{x^2 + 3x + 4}$

c) $y = \sqrt{12x - 2x^2}$ d) $y = \sqrt{x^2 - 4x - 5}$

e) $y = \dfrac{1}{\sqrt{4 - x}}$ f) $y = \dfrac{1}{\sqrt{x^2 - 3x}}$

a) $x^2 - 9 \geq 0 \;\rightarrow\; (x + 3)(x - 3) \geq 0 \;\rightarrow\;$ *Dominio* $= (+\infty, -3] \cup [3, +\infty)$

b) $x^2 + 3x + 4 \geq 0 \;\rightarrow\;$ *Dominio* $= \mathbb{R}$

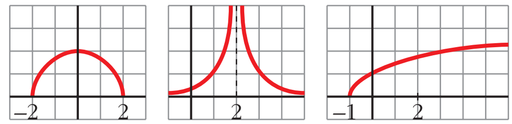
c) $12x - 2x^2 \geq 0 \;\rightarrow\; 2x(6 - x) \geq 0 \;\rightarrow\;$ *Dominio* $= [0, 6]$

d) $x^2 - 4x - 5 \geq 0 \;\rightarrow\; (x + 1)(x - 5) \geq 0 \;\rightarrow\;$ *Dominio* $= (-\infty, -1] \cup [5, +\infty)$

e) $4 - x > 0 \;\rightarrow\; 4 > x \;\rightarrow\;$ *Dominio* $= (-\infty, 4)$

f) $x^2 - 3x > 0 \;\rightarrow\; x(x - 3) > 0 \;\rightarrow\;$ *Dominio* $= (-\infty, 0) \cup (3, +\infty)$

4 **Observando a gráfica destas funcións, indica cal é o seu dominio de definición e o percorrido:**



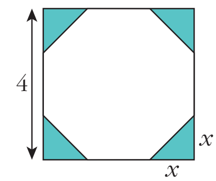
Los dominios son, por orden: $[-2, 2]$; $(-\infty, 2) \cup (2, +\infty)$ y $[-1, +\infty)$.

Los recorridos son, por orden: $[0, 2]$, $(0, +\infty)$ y $[0, +\infty)$.

5 **Dun cadrado de 4 cm de lado, córtanse nas esquinas triángulos rectángulos isósceles cuxos lados iguais miden x.**

a) Escribe a área do octógono que resulta en función de x.

b) Cal é o dominio desa función? E o seu percorrido?



a) $A(x) = 16 - 2x^2$

b) Dominio: $(0, 2)$. Recorrido: $(8, 16)$

6 **Unha empresa fabrica envases con forma de prisma de dimensións x, $x/2$ e $2x$ cm.**

a) Escribe a función que dá o volume do envase en función de x.

b) Indica o seu dominio sabendo que o envase máis grande ten 1 *l* de volume. Cal é o seu percorrido?

a) $V(x) = x^3$

b) Dominio: $(0, 10)$. Recorrido: $(0, 1\,000)$

Gráfica e expresión analítica

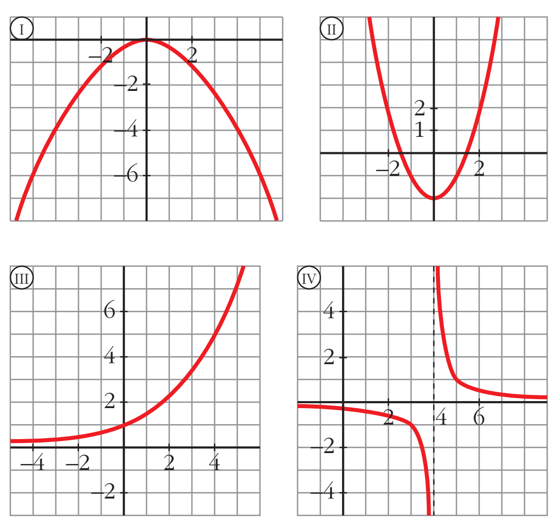
7 **Asocia a cada unha das gráficas a súa expresión analítica.**

a) $y = 1{,}5^x$

b) $y = x^2 - 2$

c) $y = -0{,}25x^2$

d) $y = \dfrac{1}{x-4}$



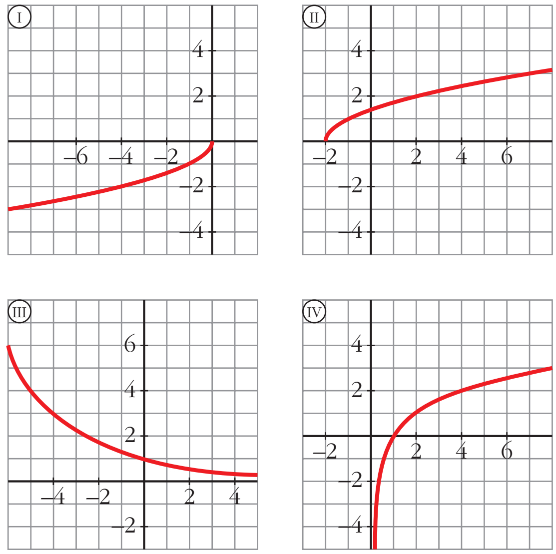
a) III

b) II

c) I

d) IV

8 **Asocia a cada gráfica a expresión analítica que lle corresponda entre as seguintes:**



a) $y = \sqrt{x + 2}$

b) $y = 0{,}75^x$

c) $y = \log_2 x$

d) $y = -\sqrt{-x}$

a) II

b) III

c) IV

d) I

Páxina 268

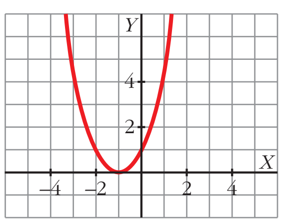
Representación de funcións elementais

9 **Representa as seguintes parábolas logo de determinar o vértice, os puntos de corte cos eixes de coordenadas e mais algún punto próximo ao vértice:**

a) $y = x^2 + 2x + 1$ **b)** $y = \dfrac{x^2}{2} + 3x + 1$

c) $y = -x^2 + 3x - 5$ **d)** $y = \dfrac{x^2}{3} + 3x + 6$

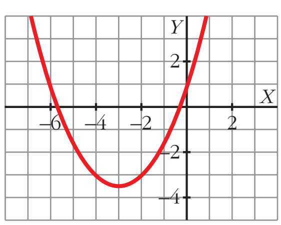
a)



Vértice: $(-1, 0)$

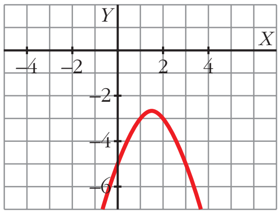
Cortes con los ejes: $(-1, 0)$, $(0, 1)$

b)



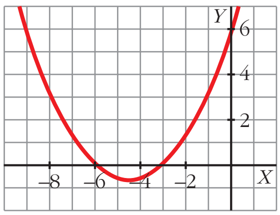
Vértice: $\left(-3, -\dfrac{3}{2}\right)$

Cortes con los ejes: $(0, 1)$; $(-3 - \sqrt{7}\ ;\ 0)$; $(-3 + \sqrt{7}\ ;\ 0)$

c) 

Vértice: $\left(\frac{3}{2}, \frac{-11}{4}\right)$.

Cortes con los ejes: (–5, 0)

d) 

Vértice: $\left(-\frac{9}{2}, \frac{-3}{4}\right)$.

Cortes con los ejes: (0, 6); (–6, 0); (–3, 0)

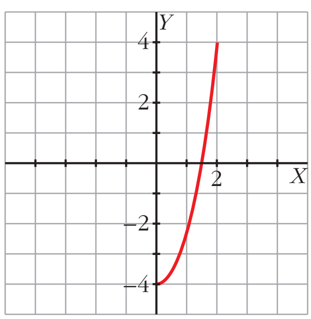
10 **Representa as seguintes funcións no intervalo indicado:**

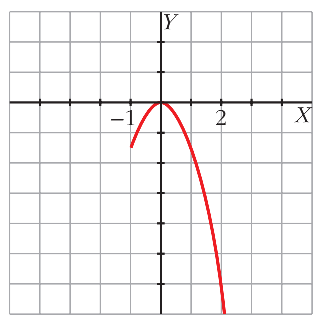
a) $y = 2x^2 - 4, \ [0, 2]$

b) $y = -\frac{3x^2}{2}, \ x \geq -1$

a) $y = 2x^2 - 4, \ [0, 2]$

b) $y = -\frac{3x^2}{2}, \ x \geq -1$

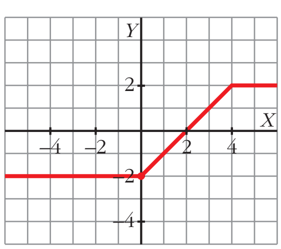


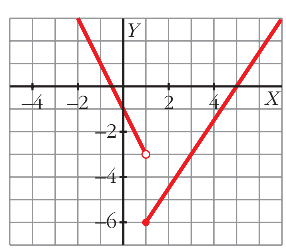


11 **Representa graficamente as seguintes funcións:**

a) $y = \begin{cases} -2 & \text{se } x < 0 \\ x - 2 & \text{se } 0 \leq x < 4 \\ 2 & \text{se } x \geq 4 \end{cases}$

b) $y = \begin{cases} -2x - 1 & \text{se } x < 1 \\ (3x - 15)/2 & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$

a) 

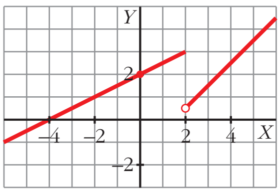
b) 

12 **Representa:**

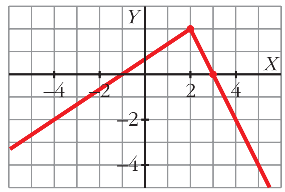
a) $y = \begin{cases} (x/2) + 2 & \text{se } x \leq 2 \\ x - (3/2) & \text{se } x > 2 \end{cases}$

b) $y = \begin{cases} (2x + 2)/3 & \text{se } x < 2 \\ -2x + 6 & \text{se } x \geq 2 \end{cases}$

a)



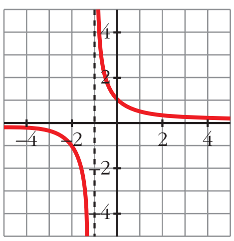
b)



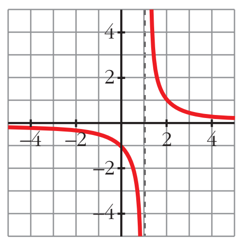
13 **Representa as seguintes funcións:**

a) $y = \dfrac{1}{x + 1}$ **b)** $y = \dfrac{1}{x - 1}$ **c)** $y = \dfrac{-1}{x}$ **d)** $y = \dfrac{-1}{x - 3}$

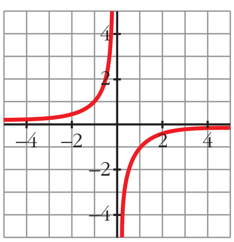
a)



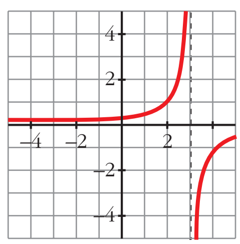
b)



c)



d)



14 **Representa as seguintes funcións:**

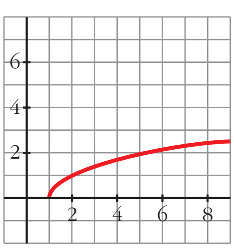
a) $y = \sqrt{x - 1}$

b) $y = -\sqrt{x + 3}$

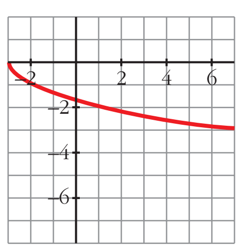
c) $y = 2 + \sqrt{x}$

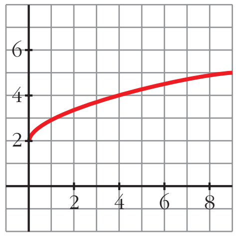
d) $y = 1 - \sqrt{x}$

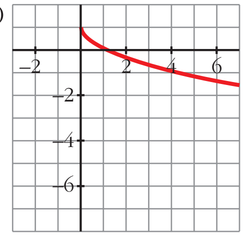
a)



b)



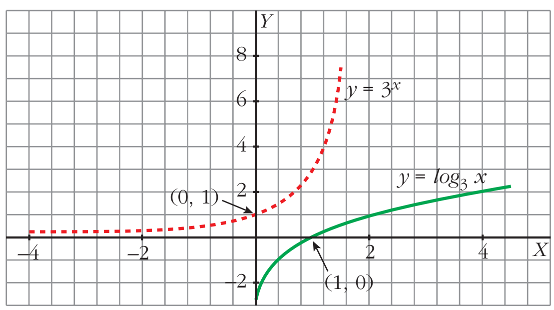
c) 

d) 

15 **Fai unha táboa de valores da función $y = 3^x$. A partir dela, representa a súa función inversa $y = log_3 x$.**

x	–2	–1	0	1	2
3^x	1/9	1/3	1	3	9

x	1/9	1/3	1	3	9
$log_3 x$	–2	–1	0	1	2



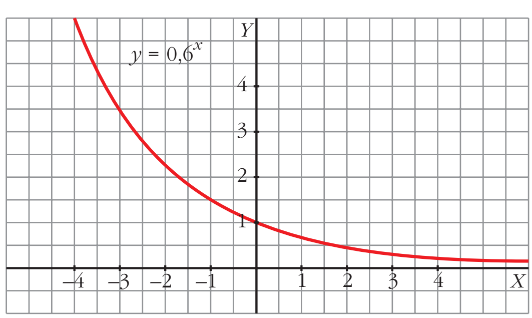
16 **Representa graficamente as seguintes funcións:**

a) $y = 0,6^x$

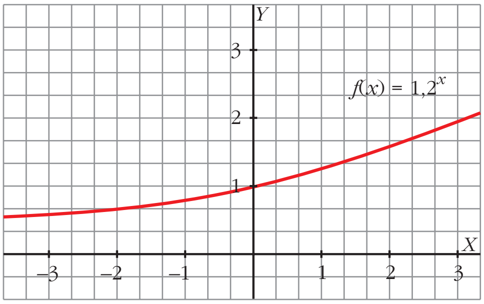
b) $y = 1,2^x$

a)

x	–3	–2	–1	0	1	2	3
y	4,63	2,78	1,67	1	0,6	0,36	0,22



b)



Composición e función inversa

17 **Considera as funcións f e g definidas polas expresións $f(x) = x^2 + 1$ e $g(x) = \dfrac{1}{x}$. Calcula:**

a) $(f \circ g)(2)$ **b)** $(g \circ f)(-3)$

c) $(g \circ g)(x)$ **d)** $(f \circ g)(x)$

a) $\dfrac{5}{4}$ b) $\dfrac{1}{10}$ c) $g(g(x)) = x$ d) $f(g(x)) = \dfrac{1 + x^2}{x^2}$

18 **Dadas as funcións $f(x) = \cos x$ e $g(x) = \sqrt{x}$, determina:**

a) $(f \circ g)(x)$

b) $(g \circ f)(x)$

c) $(g \circ g)(x)$

a) $f[g(x)] = \cos \sqrt{x}$

b) $g[f(x)] = \sqrt{\cos x}$

c) $g[g(x)] = \sqrt[4]{x}$

19 **Indica a función inversa destas funcións:**

a) $y = 3x$

b) $y = x + 7$

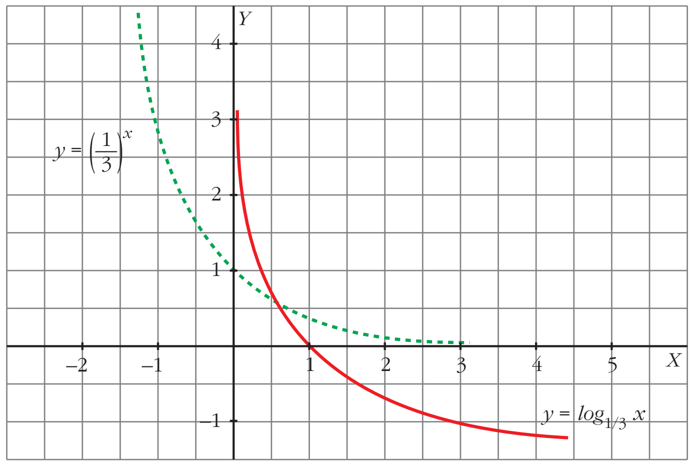
c) $y = 3x - 2$

a) $x = 3y \rightarrow y = \dfrac{x}{3} \rightarrow f^{-1}(x) = \dfrac{x}{3}$

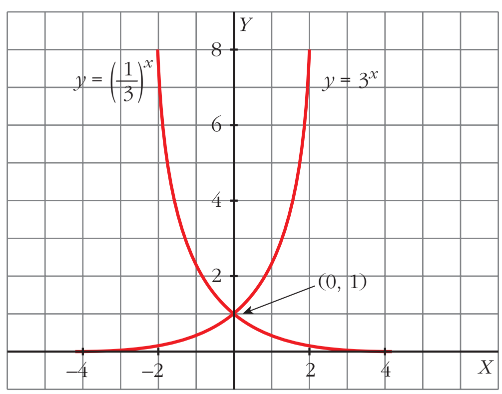
b) $x = y + 7 \rightarrow y = x - 7 \rightarrow f^{-1}(x) = x - 7$

c) $x = 3y - 2 \rightarrow y = \dfrac{x + 2}{3} \rightarrow f^{-1}(x) = \dfrac{x + 2}{3}$

20 **Representa a gráfica de $y = log_{1/3}\, x$ a partir da gráfica de $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$.**



21 **Comproba que as gráficas de $y = 3^x$ e $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ son simétricas respecto ao eixe OY.**

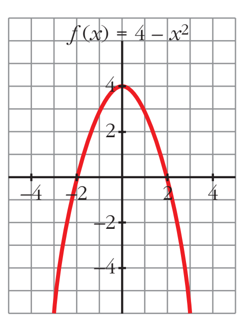


Transformacións nunha función

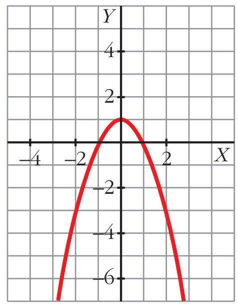
22 **Representa $f(x) = 4 - x^2$ e, a partir dela, representa:**

a) $g(x) = f(x) - 3$

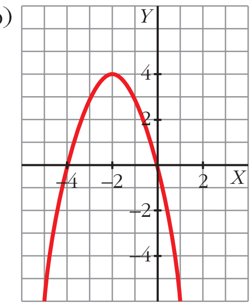
b) $h(x) = f(x + 2)$



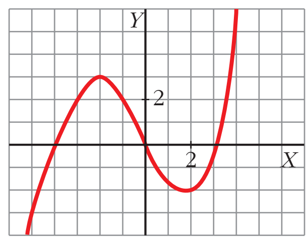
a)



b)



23 **Esta é a gráfica da función $y = f(x)$:**

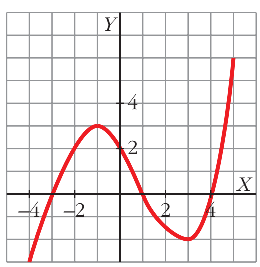


Representa, a partir dela, as funcións:

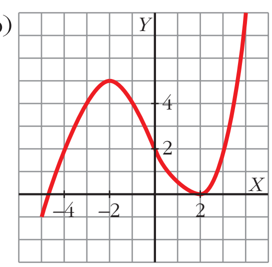
a) $y = f(x - 1)$

b) $y = f(x) + 2$

a)



b)



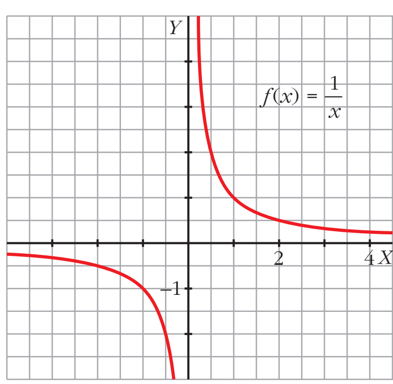
24 **A partir da gráfica de $f(x) = 1/x$, representa:**

a) $g(x) = f(x) - 2$

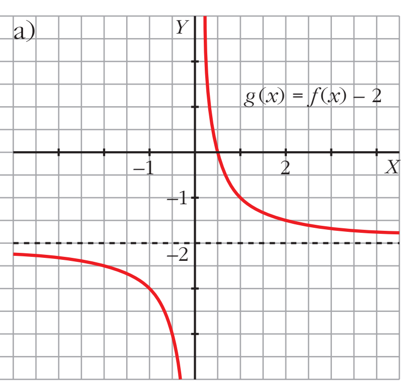
b) $h(x) = f(x - 3)$

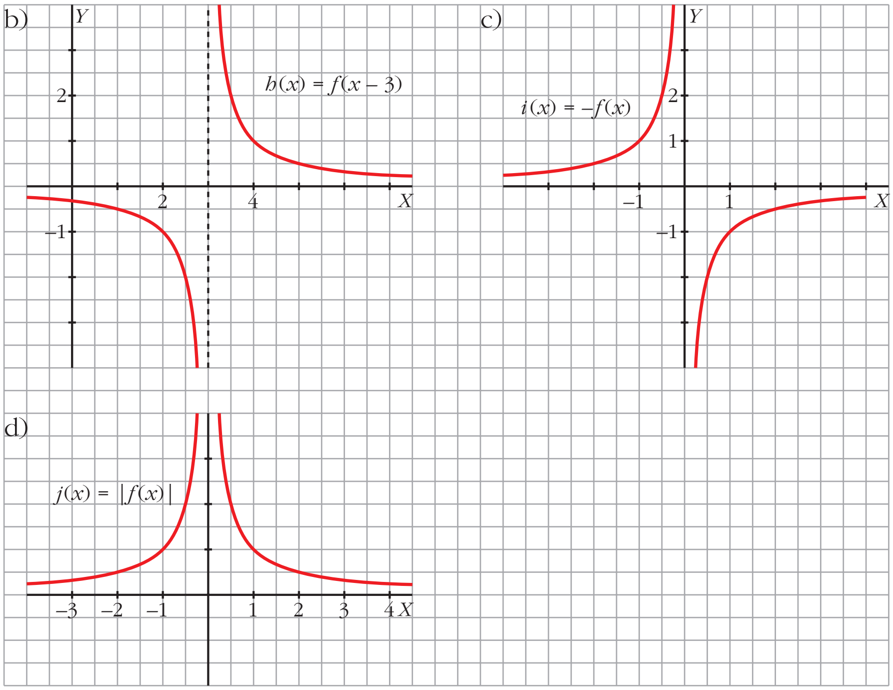
c) $i(x) = -f(x)$

d) $j(x) = |f(x)|$



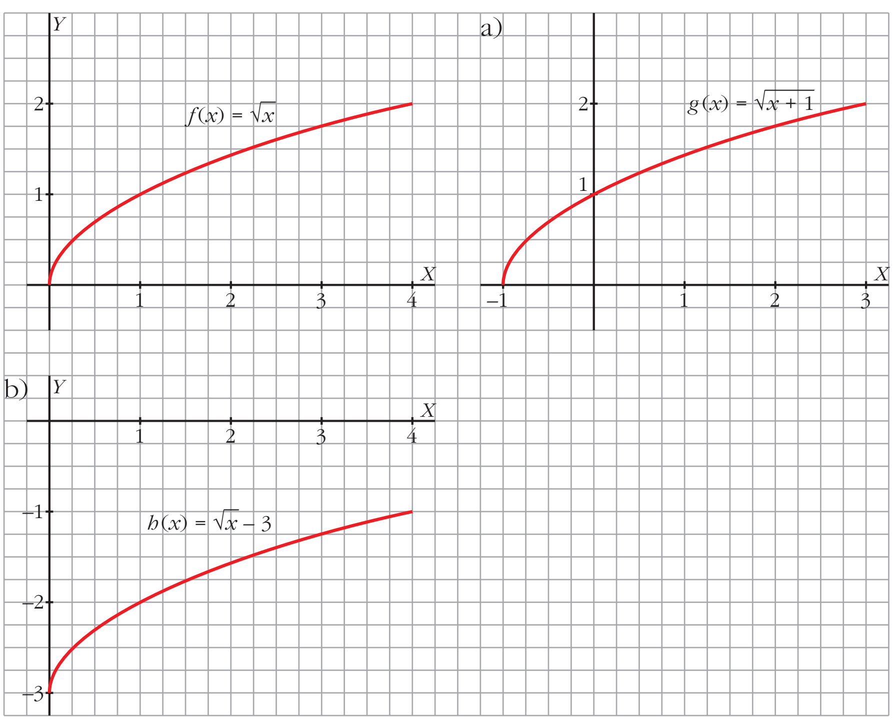
a)





25 **Representa a función $f(x) = \sqrt{x}$ e debuxa a partir dela:**

a) $g(x) = f(x + 1)$ **b)** $h(x) = f(x) - 3$



Páxina 269

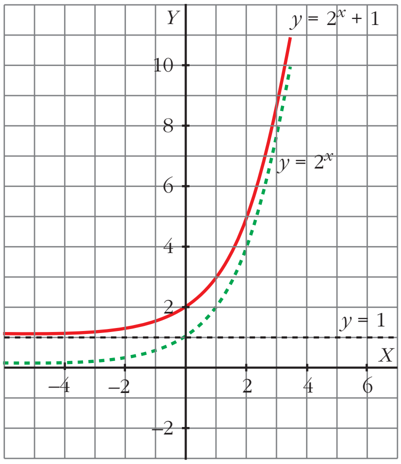
26 **Representa as funcións:**

a) $y = 2^x + 1$

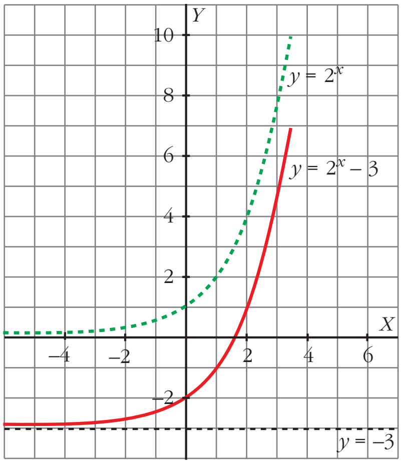
b) $y = 2^x - 3$

☛ ***Utiliza a gráfica de*** $y = 2^x$.

a)



b)



27 **Representa as seguintes funcións:**

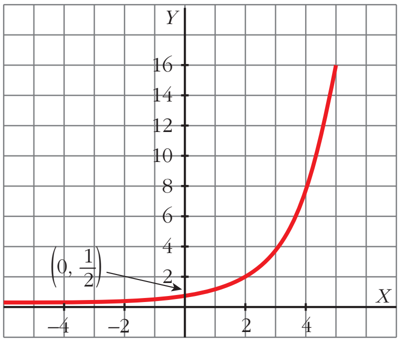
a) $y = 2^{x-1}$

b) $y = \left(\dfrac{1}{2}\right)^{x+3}$

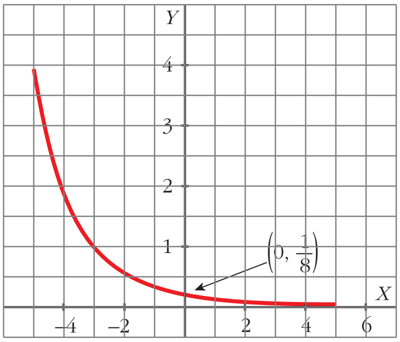
c) $y = 1 - 2^x$

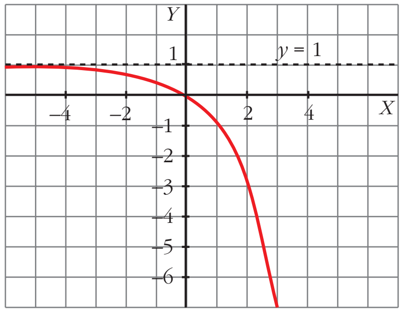
d) $y = 2^{-x}$

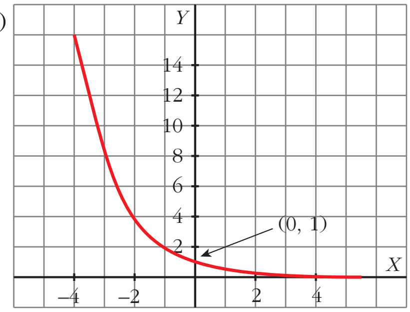
a)



b)



c) 

d) 

28 **Representa estas funcións a partir da gráfica de** $\boldsymbol{y = log_2\, x}$**:**

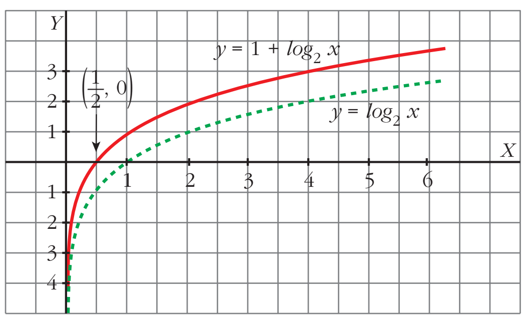
a) $\boldsymbol{y = 1 + log_2\, x}$

b) $\boldsymbol{y = log_2\, (x - 1)}$

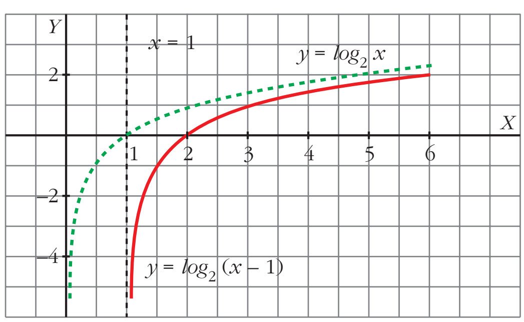
c) $\boldsymbol{y = -log_2\, x}$

d) $\boldsymbol{y = log_2\, (-x)}$

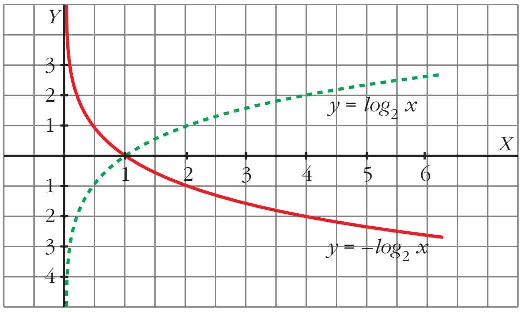
a) $y = 1 + log_2\, x$



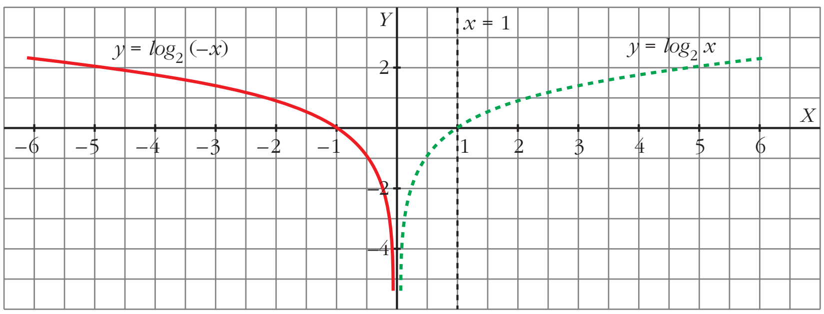
b) $y = log_2\, (x - 1)$



c) $y = -log_2\ x$

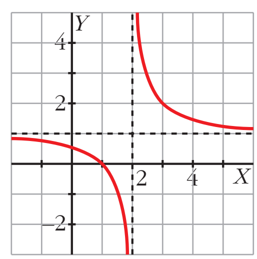


d) $y = log_2\ (-x)$



29 **A expresión analítica desta función é do tipo** $y = \dfrac{1}{x - a} + b$**.**

Observa a gráfica e di o valor de a **e** b**.**



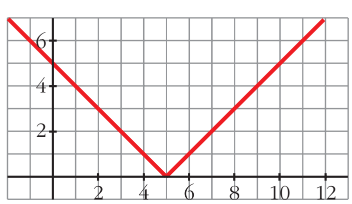
$a = 2$

$b = 1$

Valor absoluto dunha función

30 **Representa a función** $y = |x - 5|$ **e comproba que a súa expresión analítica en intervalos é:**

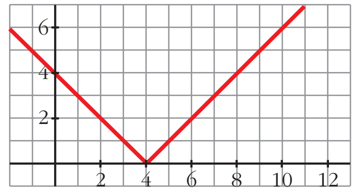
$$y = \begin{cases} -x + 5 & \text{si } x < 5 \\ x - 5 & \text{si } x \geq 5 \end{cases}$$



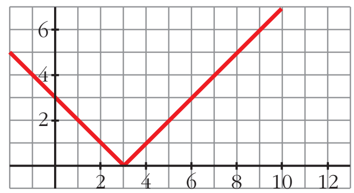
31 **Representa as seguintes funcións e defíneas por intervalos:**

a) $y = |4 - x|$ **b)** $y = |x - 3|$

a) $y = \begin{cases} 4 - x & \text{si } x < 4 \\ -4 + x & \text{si } x \geq 4 \end{cases}$



b) $y = \begin{cases} -x + 3 & \text{si } x < 3 \\ x - 3 & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$



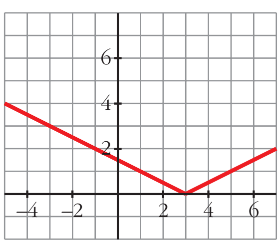
32 **Representa e define como funcións "a anacos":**

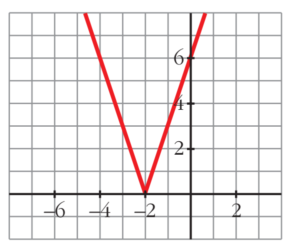
a) $y = \left|\dfrac{x - 3}{2}\right|$ **b)** $y = |3x + 6|$

c) $y = \left|\dfrac{2x - 1}{3}\right|$ **d)** $y = |-x - 1|$

a) $y = \begin{cases} -\dfrac{x - 3}{2} & \text{si } x < 3 \\ \dfrac{x - 3}{2} & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$

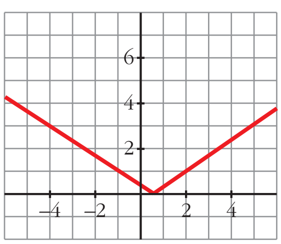
b) $y = \begin{cases} -3x - 6 & \text{si } x < -2 \\ 3x + 6 & \text{si } x \geq -2 \end{cases}$

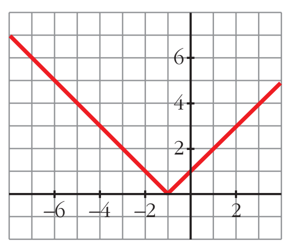




c) $y = \begin{cases} \dfrac{-2x + 1}{3} & \text{si } x < \dfrac{1}{2} \\ \dfrac{2x - 1}{3} & \text{si } x \geq \dfrac{1}{2} \end{cases}$

d) $y = \begin{cases} -x - 1 & \text{si } x < -1 \\ x + 1 & \text{si } x \geq -1 \end{cases}$

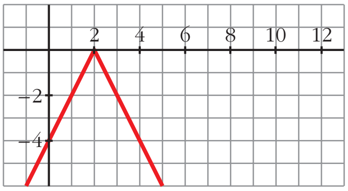




33 **Representa a función:**

$$y = \begin{cases} 2x - 4 & \text{si } x < 2 \\ -2x + 4 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

Podes definila como valor absoluto?



Sí.

$y = -|2x - 4|$

34 **Representa estas funcións:**

a) $y = |x^2 - 1|$

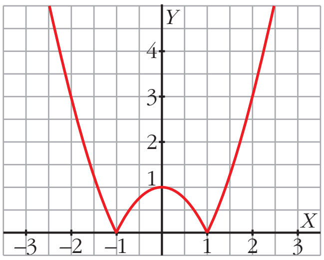
b) $y = |x^2 - 4x|$

c) $y = |x^2 + 2x - 3|$

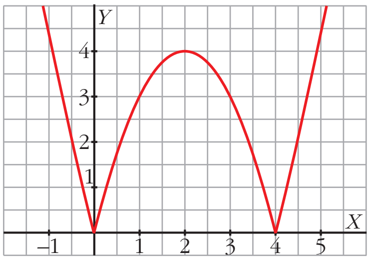
d) $y = |x^2 - 2x + 1|$

Mira o exercicio resolto número 5.

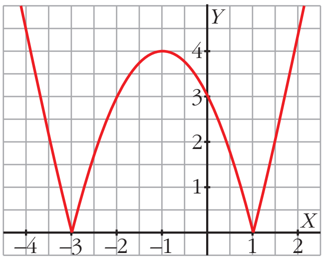
a)



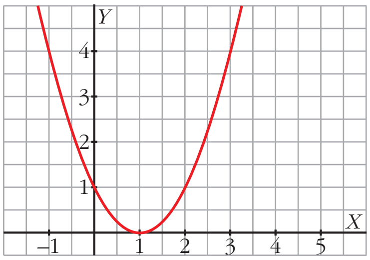
b)



c)



d)



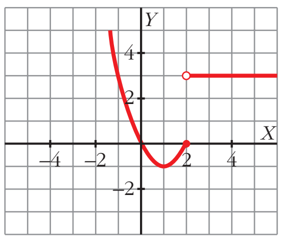
PARA RESOLVER

35 **Debuxa a gráfica das seguintes funcións:**

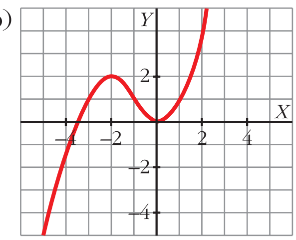
a) $y = \begin{cases} x^2 - 2x & \text{se } x \le 2 \\ 3 & \text{se } x > 2 \end{cases}$ **b)** $y = \begin{cases} -x^2 - 4x - 2 & \text{se } x < -1 \\ x^2 & \text{se } x \ge -1 \end{cases}$

c) $y = \begin{cases} -x - 1 & \text{se } x \le -1 \\ 2x^2 - 2 & \text{se } -1 < x < 1 \\ x - 1 & \text{se } x \ge 1 \end{cases}$

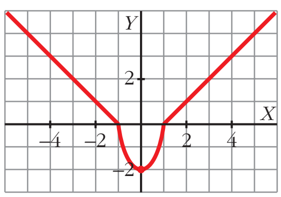
a)



b)



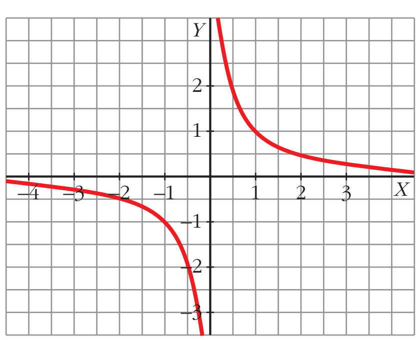
c)

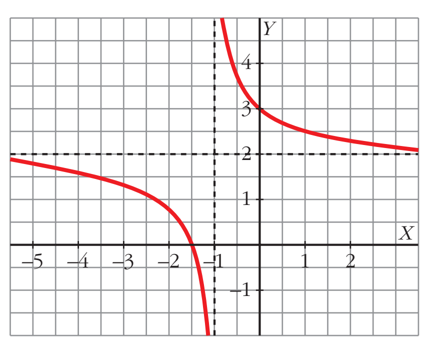


36 **Utilizando a relación** $\dfrac{\textbf{dividendo}}{\textbf{divisor}} = \textbf{cociente} + \dfrac{\textbf{resto}}{\textbf{divisor}}$ **podemos escribir a función** $y = \dfrac{2x+3}{x+1}$ **desta forma:** $y = 2 + \dfrac{1}{x+1}$.

Comproba que a súa gráfica coincide coa de $y = 1/x$ **trasladada 1 unidade cara á esquerda e 2 cara arriba.**

$y = \dfrac{1}{x}$ $y = 2 + \dfrac{1}{x+1}$





37 **Representa as seguintes funcións utilizando o procedemento do problema anterior.**

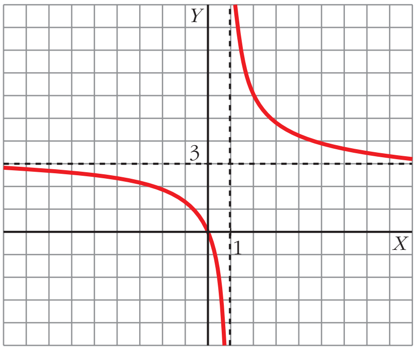
a) $y = \dfrac{3x}{x-1}$

b) $y = \dfrac{x-2}{x-4}$

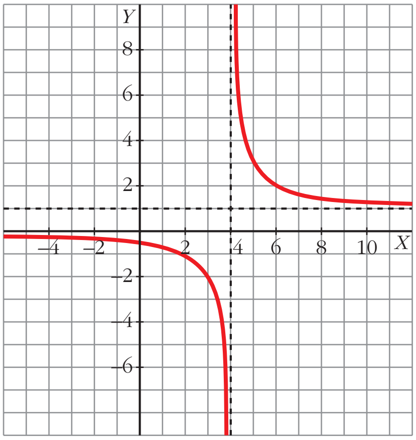
c) $y = \dfrac{3x+2}{x+1}$

d) $y = \dfrac{x+1}{x-1}$

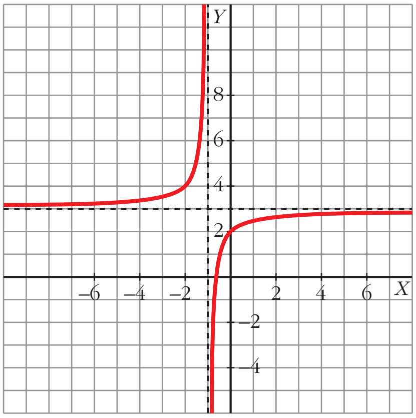
a) $y = \dfrac{3x}{x-1} = 3 + \dfrac{3}{x-1}$



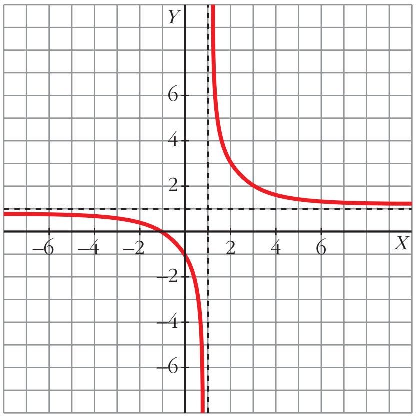
b) $y = \dfrac{x-2}{x-4} = 1 + \dfrac{2}{x-4}$



c) $y = \dfrac{3x+2}{x+1} = 3 + \dfrac{-1}{x+1}$



d) $y = \dfrac{x+1}{x-1} = 1 + \dfrac{2}{x-1}$



38 **Coas funcións:**

$$f(x) = x - 5 \qquad g(x) = \sqrt{x} \qquad h(x) = \frac{1}{x+2}$$

obtivemos, por composición, estoutras:

$$p(x) = \sqrt{x-5}\,; \quad q(x) = \sqrt{x} - 5; \quad r(x) = \frac{1}{\sqrt{x+2}}$$

Explica como, a partir de f, g e h, se poden obter p, q e r.

$$p = g \circ f \qquad\qquad q = f \circ g \qquad\qquad r = h \circ g$$

39 **A gráfica dunha función exponencial do tipo $y = k\,a^x$ pasa polos puntos (0; 0,5) e mais (1; 1,7).**

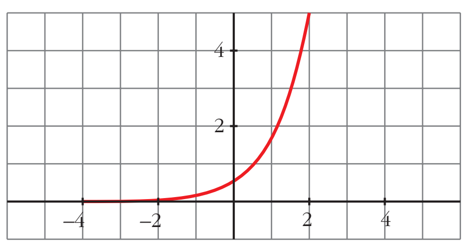
a) Calcula k e a.

b) Representa a función.

a) $\left.\begin{array}{l} 0{,}5 = k \cdot a^0 \\ 1{,}7 = k \cdot a^1 \end{array}\right\} \begin{array}{l} 0{,}5 = k \\ 1{,}7 = k \cdot a \end{array} \quad \rightarrow \quad \begin{array}{l} k = 0{,}5 \\ a = 3{,}4 \end{array}$

La función es $y = 0{,}5 \cdot (3{,}4)^x$

b)



40 **Indica a función inversa das seguintes funcións:**

a) $y = 3 \cdot 2^{x-1}$

b) $y = 1 + 3^x$

a) $x = 3 \cdot 2^{y-1}$; $\dfrac{x}{3} = 2^{y-1}$; $log_2 \dfrac{x}{3} = y - 1$

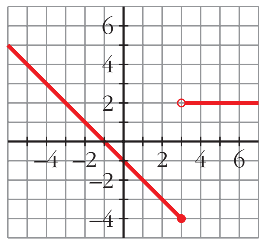
$y = 1 + log_2 \dfrac{x}{3} \rightarrow f^{-1}(x) = 1 + log_2 \dfrac{x}{3}$

b) $x = 1 + 3^y$; $x - 1 = 3^y$; $log_3 (x - 1) = y \rightarrow f^{-1}(x) = log_3 (x - 1)$

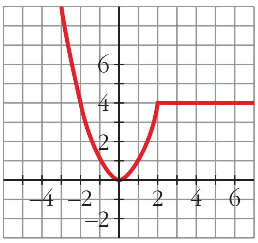
Páxina 270

41 **Busca a expresión analítica destas funcións:**

a)



b)



a) $f(x) = \begin{cases} -x - 1 & \text{si } x \le 3 \\ 2 & \text{si } x > 3 \end{cases}$

b) $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x \le 2 \\ 4 & \text{si } x > 2 \end{cases}$

42 **Utiliza a calculadora en radiáns para obter o valor de y en cada unha destas expresións:**

a) $y = arc\ sen\ 0{,}8$

b) $y = arc\ sen\ (-0{,}9)$

c) $y = arc\ cos\ 0{,}36$

d) $y = arc\ cos\ (-0{,}75)$

e) $y = arc\ tg\ 3{,}5$

f) $y = arc\ tg\ (-7)$

a) 0,93 *rad* → 53° 7' 48"

b) –1,12 *rad* → –64° 9' 29"

c) 1,20 *rad* → 68° 53' 59"

d) 2,42 *rad* → 138° 35' 25"

e) 1,29 *rad* → 74° 3' 17"

f) –1,43 *rad* → –81° 52' 11"

43 **Obtén o valor destas expresións en graos, sen usar a calculadora:**

a) $y = arc\ sen\ \frac{\sqrt{3}}{2}$

b) $y = arc\ cos\ \frac{1}{2}$

c) $y = arc\ tg\ 1$

d) $y = arc\ sen\ (-1)$

e) $y = arc\ cos\left(-\frac{1}{2}\right)$

f) $y = arc\ tg\ \sqrt{3}$

a) 60°

b) 60°

c) 45°

d) –90°

e) 120°

f) 60°

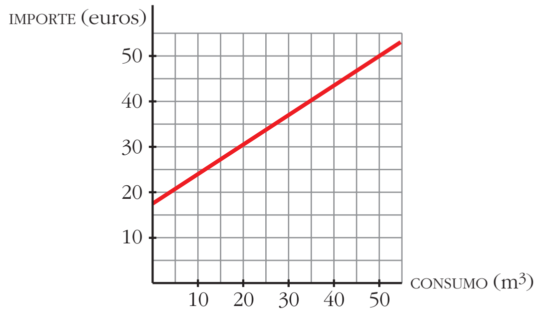
44 **A factura do gas dunha familia, en setembro, foi de 24,82 euros por 12 m^3, e en outubro, de 43,81 por 42 m^3.**

a) Escribe a función que dá o importe da factura segundo os m^3 consumidos e represéntaa.

b) Canto pagarán se consomen 28 m^3?

a) $y = 24{,}82 + 0{,}633(x - 12)$

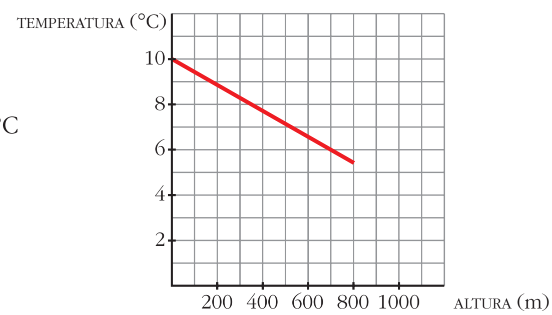
$y(28) = 34{,}94$ euros



b) $y = 24{,}82 + 0{,}633\,(x - 12) = 0{,}633x + 17{,}22$

45 **Medindo a temperatura a diferentes alturas, observouse que por cada 180 m de ascenso o termómetro baixa 1 °C. Se na base dunha montaña de 800 m estamos a 10 °C, cal será a temperatura na cima? Representa graficamente a función *altura-temperatura* e busca tamén a súa expresión analítica.**

$T(h) = 10 - \dfrac{h}{180}$; $T(800) = 5{,}56$ °C



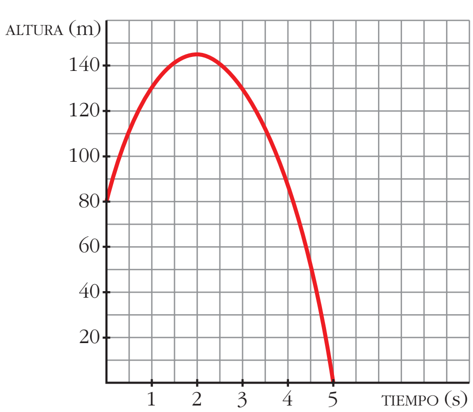
46 **Unha pelota é lanzada verticalmente cara arriba desde o alto dun edificio. A altura que alcanza vén dada pola fórmula $h = 80 + 64t - 16t^2$ (t en segundos e h en metros).**

a) Debuxa a gráfica no intervalo [0, 5].

b) Calcula a altura do edificio.

c) En que instante alcanza a máxima altura?

a)

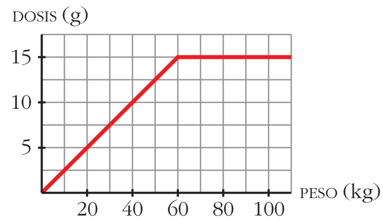


b) 80 metros.

c) 2 segundos.

47 **A dose dun medicamento é 0,25 g por cada quilo de peso do paciente, ata un máximo de 15 g. Representa a función *peso do paciente-cantidade de medicamento* e indica a súa expresión analítica.**

$y = 0{,}25x$ hasta un máximo de 15 g: $0{,}25x = 15 \rightarrow x = 60$ kg



$$y = \begin{cases} 0{,}25x & 0 < x < 60 \\ 15 & x \geq 60 \end{cases}$$

48 **O custo de produción de x unidades dun produto é igual a $(1/4)x^2 + 35x + 25$ euros e o prezo de venda dunha unidade é $50 - (x/4)$ euros.**

a) Escribe a función que nos dá o beneficio total se se venden as x unidades producidas, e represéntaa.

b) Indica o número de unidades que deben venderse para que o beneficio sexa máximo.

☛ ***Os ingresos pola venda de x unidades son $x(50 - (x/4))$ euros.***

a) $B(x) = 50x - \dfrac{x^2}{4} - \left(\dfrac{1}{4}x^2 + 35x + 25\right) = -\dfrac{x^2}{2} + 15x - 25$

b) El máximo se alcanza en el vértice de la parábola: $x = \dfrac{-15}{-1} = 15$

Deben venderse 15 unidades.

49 **Un fabricante vende mensualmente 100 electrodomésticos a 400 euros cada un e sabe que por cada 10 euros de subida venderá 2 electrodomésticos menos.**

a) Cales serán os ingresos se sobe os prezos 50 euros?

b) Escribe a función que relaciona a subida de prezo cos ingresos mensuais.

c) Cal debe ser a subida para que os ingresos sexan máximos?

a) En este caso vendería 90 electrodomésticos a 450 euros cada uno; luego los ingresos serían de $450 \cdot 90 = 40\,500$ euros.

b) $I(x) = (400 + 10x)(100 - 2x) = -20x^2 + 200x + 40\,000$

(x = decenas de euros)

c) El máximo se alcanza en el vértice de la parábola:

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-200}{-40} = 5 \rightarrow 50 \text{ euros}$$

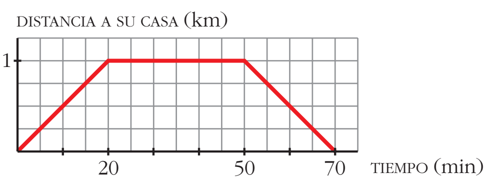
50 **Helena vai visitar a súa amiga Ana e tarda 20 minutos en chegar á súa casa, que está a 1 km de distancia.**

Está alí media hora e no camiño de volta emprega o mesmo tempo ca no de ida.

a) Representa a función *tempo-distancia*.

b) Busca a súa expresión analítica.

a)



$$b)\ f(x) = \begin{cases} (1/20)x & \text{si } 0 \le x \le 20 \\ 1 & \text{si } 20 < x \le 50 \\ -1/20\,(x - 70) & \text{si } 50 < x \le 70 \end{cases}$$

51 **Un cultivo de bacterias comeza con 100 células. Media hora despois hai 435.**

Se ese cultivo segue un crecemento exponencial do tipo $y = ka^t$ (t en minutos), calcula k e a e representa tamén a función.

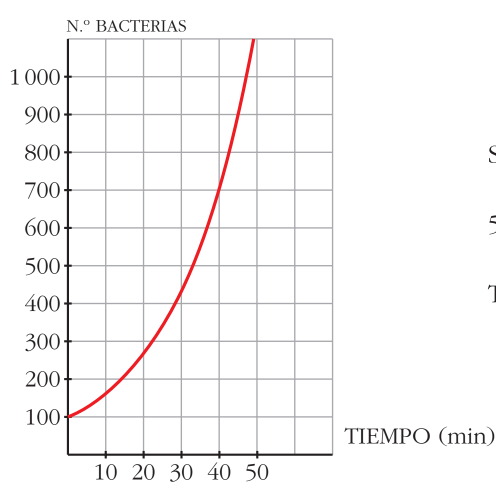
Canto tardará en chegar a 5 000 bacterias?

$y = ka^t$

$t = 0,\ y = 100 \ \rightarrow\ 100 = k \cdot a^0 \ \rightarrow\ k = 100$

$t = 30,\ y = 435 \ \rightarrow\ 435 = 100 \cdot a^{30} \ \rightarrow\ a^{30} = 4,35 \ \rightarrow\ a = 4,35^{1/30} \ \rightarrow\ a \approx 1,05$

La función es $y = 100 \cdot 1,05^x$.



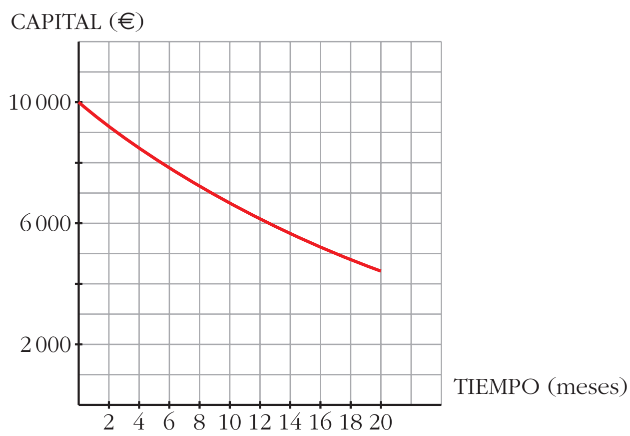
Si $y = 5\,000 \ \rightarrow\ 5\,000 = 100 \cdot 1,05^x$

$50 = 1,05^x \ \rightarrow\ x = \dfrac{\log 50}{\log 1,05} \approx 80$ min

Tardará 80 minutos, aproximadamente.

52 **Un negocio no que investimos 10 000 €, perde un 4% mensual. Escribe a función que nos dá o capital que teremos segundo os meses transcorridos, e represéntaa. Canto tempo tardará o capital inicial en reducirse á metade?**

$y = 10\,000 \cdot 0{,}96^x$



Si $y = 5\,000 \rightarrow 5\,000 = 10\,000 \cdot 0{,}96^x$

$0{,}96^x = 0{,}5 \rightarrow x = \dfrac{\log 0{,}5}{\log 0{,}96} \approx 16{,}98$ meses

Tardará 17 meses, aproximadamente.

Páxina 271

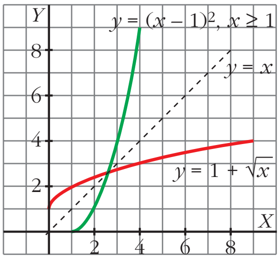
CUESTIÓNS TEÓRICAS

53 **Se $f(x) = 2^x$ e $g(x) = \log_2 x$, cal é a función $(f \circ g)(x)$? E $(g \circ f)(x)$?**

$(f \circ g)(x) = (g \circ f)(x) = x$

54 **Dada a función $f(x) = 1 + \sqrt{x}$, indica $f^{-1}(x)$. Representa as dúas funcións e comproba a súa simetría respecto da bisectriz do 1.º cuadrante.**

$f^{-1}(x) = (x - 1)^2, \; x \geq 1$



55 **Dada a función $y = a^x$, contesta:**

a) Pode ser negativo o y? E o x?

b) Para que valores de a é crecente?

c) Cal é o punto polo que pasan todas as funcións do tipo $y = a^x$?

d) Para que valores de x se verifica $0 < a^x < 1$ se $a > 1$?

a) La y no puede ser negativa, la x sí.

b) $a > 1$

c) $(0, 1)$

d) Para $x < 0$.

56 **Calcula x nas seguintes expresións:**

a) $\textit{arc sen}\ x = 45°$

b) $\textit{arc cos}\ x = 30°$

c) $\textit{arc tg}\ x = -72°$

d) $\textit{arc sen}\ x = 75°$

e) $\textit{arc cos}\ x = \frac{\pi}{3}$ rad

f) $\textit{arc tg}\ x = 1{,}5$ rad

a) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ b) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ c) $-3{,}078$

d) $0{,}966$ e) $\frac{1}{2}$ f) $14{,}101$

PARA AFONDAR

57 **Unha parábola corta o eixe de abscisas en $x = 1$ e en $x = 3$. A ordenada do vértice é $y = -4$. Cal é a ecuación desa parábola?**

$$y = k(x - 1)(x - 3) = k(x^2 - 4x + 3)$$

Vértice $\rightarrow$ $x = \frac{4}{2} = 2$ $\rightarrow$ $y(2) = -k = -4$ $\rightarrow$ $k = 4$

La ecuación es: $y = 4(x^2 - 4x + 3) = 4x^2 - 16x + 12$

58 **Indica o dominio de definición destas funcións:**

a) $y = \sqrt{\dfrac{x + 3}{x - 2}}$

b) $y = \sqrt{\dfrac{x - 9}{x}}$

a) $\dfrac{x + 3}{x - 2} \geq 0$

$$\left.\begin{cases} x + 3 \geq 0 \\ x - 2 > 0 \end{cases}\right\} x > 2$$

$$\left.\begin{cases} x + 3 \leq 0 \\ x - 2 < 0 \end{cases}\right\} x \leq -3$$

Dominio $= (-\infty, -3] \cup (2, +\infty)$

b) $\dfrac{x-9}{x} \geq 0$ → $\left\{\begin{array}{l} x-9 \geq 0 \\ x > 0 \end{array}\right\} x \geq 9$; $\left\{\begin{array}{l} x-9 \leq 0 \\ x < 0 \end{array}\right\} x < 0$

Dominio = $(-\infty, 0) \cup [9, +\infty)$

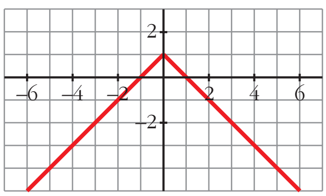
59 **Representa e expresa en intervalos as funcións:**

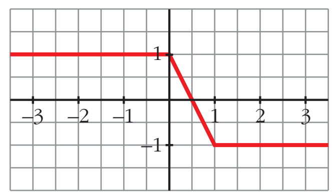
a) $y = 1 - |x|$

b) $y = |x-1| - |x|$

a) $y = \begin{cases} 1 - x & \text{si } x \geq 0 \\ 1 + x & \text{si } x < 0 \end{cases}$

b) $y = \begin{cases} 1 & \text{si } x \leq 0 \\ 1 - 2x & \text{si } 0 < x < 1 \\ -1 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$





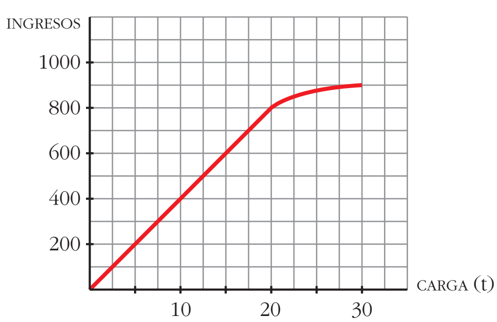
60 **As tarifas dunha empresa de transportes son:**

- **40 euros por tonelada de carga se esta é menor ou igual a 20 t.**
- **Se a carga é maior que 20 t, restarase, dos 40 euros, tantos euros como toneladas excedan as 20.**

a) Debuxa a función *ingresos da empresa segundo a carga que transporte* (carga máxima: 30 t).

b) Obtén a expresión analítica.

a)



b) $f(x) = \begin{cases} 40x & \text{si } 0 \leq x \leq 20 \\ [40 - (x - 20)]x & \text{si } 20 < x \leq 30 \end{cases}$

Es decir:

$f(x) = \begin{cases} 40x & \text{si } 0 \leq x \leq 20 \\ 60x - x^2 & \text{si } 20 < x \leq 30 \end{cases}$

Páxina 271

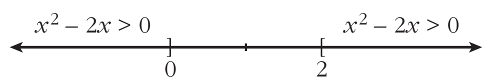
AUTOAVALIACIÓN

1. Determina o dominio de definición das seguintes funcións:

a) $y = \sqrt{x^2 - 2x}$ **b)** $y = \dfrac{2}{x^3 - x^2}$

a) La función está definida para los valores de x tales que $x^2 - 2x \geq 0$.

Resolvemos la inecuación:



$Dom = (-\infty, 0] \cup [2, +\infty)$

b) Los valores de x que anulan el denominador no pertenecen al dominio de la función.

$$x^3 - x^2 = 0 \rightarrow x^2(x - 1) = 0 \left\langle \begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1 \end{array} \right.$$

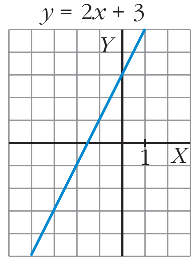
$Dom = \mathbb{R} - \{0, 1\}$

2. Representa graficamente as seguintes funcións:

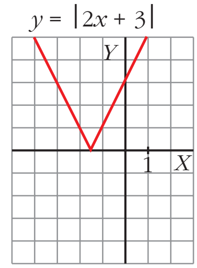
a) $y = |2x + 3|$ **b)** $y = \begin{cases} -x^2 + 4 & \text{se } x < 1 \\ 4 - x & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$

a) La recta $y = 2x + 3$ corta al eje X en $x = -\dfrac{3}{2}$. Para valores menores que $-\dfrac{3}{2}$, cambiamos el signo de la ordenada. Por ejemplo: $(-2, -1) \rightarrow (-2, 1)$.

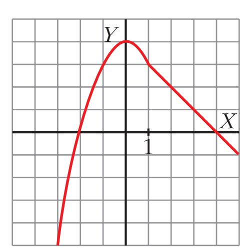
$y = 2x + 3$



$y = |2x + 3|$

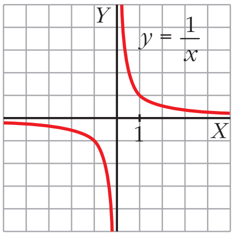


b) Para valores menores que 1, la gráfica es una parábola de vértice (0, 4). Para valores mayores que 1, es una recta.

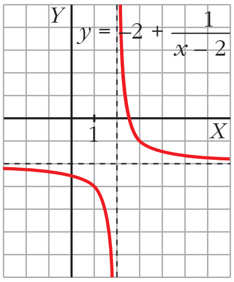


3. **Representa $y = \frac{1}{x}$. A partir dela, debuxa a gráfica de $y = \frac{-2x+5}{x-2}$.**

$$\begin{array}{r|l} -2x + 5 & x - 2 \\ \cline{2-2} 2x - 4 & -2 \\ 1 & \end{array} \quad \rightarrow \quad \frac{-2x+5}{x-2} = -2 + \frac{1}{x-2}$$



(*)



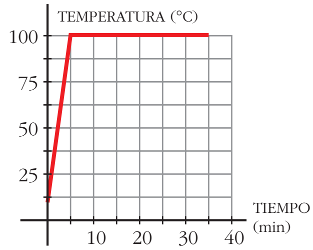
(*) La gráfica de $y = \frac{-2x+5}{x-2}$ es como la de $y = \frac{1}{x}$ trasladada 2 unidades a la derecha y 2 unidades hacia abajo.

4. **Poñemos ao lume un cazo con auga a 10 °C. En 5 minutos alcanza 100 °C e mantense así durante media hora, ata que a auga se evapora totalmente.**

a) Representa a función que describe este fenómeno e indica a súa expresión analítica.

b) Di cal é o seu dominio e o seu percorrido.

a)



- La gráfica pasa por los puntos (0, 10) y (5, 100).
- Hallamos la ecuación de esta recta:

  Pendiente: $\frac{100-10}{5-0} = 18 \rightarrow y = 18(x-0) + 10$

- Para valores de x mayores que 5, la temperatura se mantiene constante $\rightarrow$ $\rightarrow y = 100$

Expresión analítica: $f(x) = \begin{cases} 18x + 10 & \text{si } 0 \le x < 5 \\ 100 & \text{si } 5 \le x \le 35 \end{cases}$

b) Dominio: $f(x)$ está definida para valores de x entre 0 y 35, ambos incluidos. Por tanto, $Dom\, f = [0, 35]$.

Recorrido de $f = [10, 100]$

5. **O prezo de venda dun artigo vén dado pola expresión $p = 12 - 0{,}01x$ (x = número de artigos fabricados; p = prezo, en centos de euros).**

a) Se se fabrican e se venden 500 artigos, cales serán os ingresos obtidos?

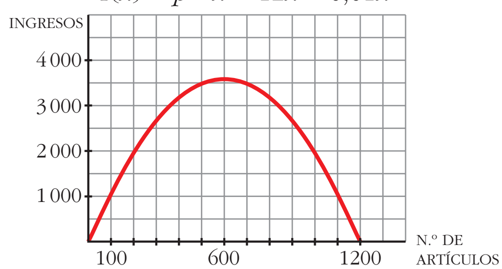
b) Representa a función *n.º de artigos-ingresos*.

c) Cantos artigos se deben fabricar para que os ingresos sexan máximos?

a) Si se venden 500 artículos, su precio será:

$p(500) = 12 - 0{,}01 \cdot 500 = 7$ cientos de euros $\rightarrow$ Ingresos $= 500 \cdot 700 = 350\,000$ €

b) $I(x) = p \cdot x = 12x - 0{,}01x^2$



c) Hallamos el vértice de la parábola:

$$\begin{cases} x = \dfrac{12}{-0{,}02} = 600 \text{ artículos} \\ y = 12 \cdot 600 - 0{,}01 \cdot 600^2 = 3\,600 \text{ cientos de euros} \end{cases}$$

Deben fabricar 600 artículos para obtener unos ingresos máximos (360 000 euros).

6. **Depositamos nun banco 5 000 € ao 6% anual.**

a) Escribe a función que nos di como evoluciona o capital ao longo do tempo. Que tipo de función é?

b) En canto tempo se duplicará o capital?

a) $C = 5\,000\left(1 + \dfrac{6}{100}\right)^t \rightarrow C = 5\,000\,(1{,}06)^t$.

Es una función exponencial creciente, por ser $a > 1$.

b) $10\,000 = 5\,000 \cdot 1{,}06^t \rightarrow 2 = 1{,}06^t \rightarrow \log 2 = t \log 1{,}06 \rightarrow t = \dfrac{\log 2}{\log 1{,}06} = 11{,}9$

Tardará 12 años en duplicarse.

7. **Dadas $f(x) = \sqrt{x+1}$ e $g(x) = \dfrac{1}{x-3}$, indica:**

a) $f[g(2)]$

b) $g[f(15)]$

c) $f \circ g$

d) $g \circ f$

a) $f[g(2)] = f\left(\dfrac{1}{2-3}\right) = f(-1) = \sqrt{-1+1} = 0$

b) $g[f(15)] = g\left(\sqrt{15+1}\right) = g(4) = \dfrac{1}{4-3} = 1$

c) $f \circ g(x) = f[g(x)] = f\left(\dfrac{1}{x-3}\right) = \sqrt{\dfrac{1}{x-3} + 1} = \sqrt{\dfrac{x-2}{x-3}}$

d) $g \circ f(x) = g[f(x)] = g\left(\sqrt{x+1}\right) = \dfrac{1}{\sqrt{x+1} - 3}$