1 NÚMEROS REAIS

Páxina 27

REFLEXIONA E RESOLVE

O paso de $\mathbb{Z}$ a $\mathbb{Q}$

■ **Di cales das seguintes ecuacións se poden resolver en $\mathbb{Z}$ e para cales é necesario o conxunto dos números racionais, $\mathbb{Q}$.**

a) $-5x = 60$ **b)** $-7x = 22$ **c)** $2x + 1 = 15$

d) $6x - 2 = 10$ **e)** $-3x - 3 = 1$ **f)** $-x + 7 = 6$

Se pueden resolver en $\mathbb{Z}$ a), c), d) y f).

Hay que recurrir a $\mathbb{Q}$ para resolver b) y e).

O paso de $\mathbb{Q}$ a $\mathbb{R}$

■ **Resolve, agora, as seguintes ecuacións:**

a) $x^2 - 9 = 0$ **b)** $5x^2 - 15 = 0$ **c)** $x^2 - 3x - 4 = 0$

d) $2x^2 - 5x + 1 = 0$ **e)** $7x^2 - 7x = 0$ **f)** $2x^2 + 3x = 0$

a) $x^2 - 9 = 0 \rightarrow x = \pm 3$

b) $5x^2 - 15 = 0 \rightarrow x^2 = 3 \rightarrow x = \pm\sqrt{3}$

c) $x^2 - 3x - 4 = 0 \rightarrow x = \dfrac{3 \pm \sqrt{9+16}}{2} = \dfrac{3 \pm 5}{2} = \begin{cases} 4 \\ -1 \end{cases}$

d) $2x^2 - 5x + 1 = 0 \rightarrow x = \dfrac{5 \pm \sqrt{25-8}}{4} = \dfrac{5 \pm \sqrt{17}}{4} = \begin{cases} \dfrac{5+\sqrt{17}}{4} \\ \dfrac{5-\sqrt{17}}{4} \end{cases}$

e) $7x^2 - 7x = 0 \rightarrow x^2 - x = 0 \rightarrow x = 0,\ x = 1$

f) $2x^2 + 3x = 0 \rightarrow x(2x+3) = 0 \rightarrow x = 0,\ x = -\dfrac{3}{2}$

Números irracionais

■ **Demostra que $\sqrt{2}$ é irracional. Para iso, supón que non o é: $\sqrt{2} = \frac{p}{q}$. Eleva ao cadrado e chega a unha contradición.**

Supongamos que $\sqrt{2}$ no es irracional. Entonces, se podría poner en forma de fracción:

$$\sqrt{2} = \frac{p}{q} \rightarrow 2 = \frac{p^2}{q^2} \rightarrow p^2 = 2q^2$$

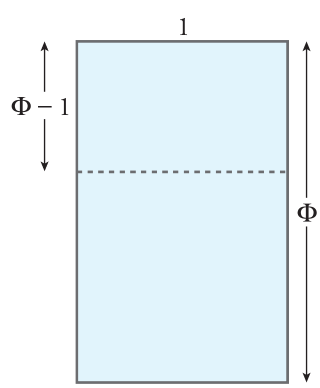
En p^2, el factor 2 está un número par de veces (es decir, en la descomposición de factores primos de p^2, el exponente de 2 es par). Lo mismo ocurre con q^2. Por tanto, en $2q^2$ el exponente de 2 es un número impar. De ser así, no se podría cumplir la igualdad.

Suponiendo que $\sqrt{2} = \frac{p}{q}$ llegamos a una contradicción:

"$p^2 = 2q^2$, pero p^2 no puede ser igual a $2q^2$".

Por tanto, $\sqrt{2}$ no puede ponerse en forma de fracción. No es racional.

■ **Obtén o valor de Φ tendo en conta que un rectángulo de dimensións $\Phi : 1$ é semellante ao rectángulo que resulta de suprimirlle un cadrado.**



$$\frac{\Phi}{1} = \frac{1}{\Phi - 1} \rightarrow \Phi(\Phi - 1) = 1 \rightarrow \Phi^2 - \Phi - 1 = 0$$

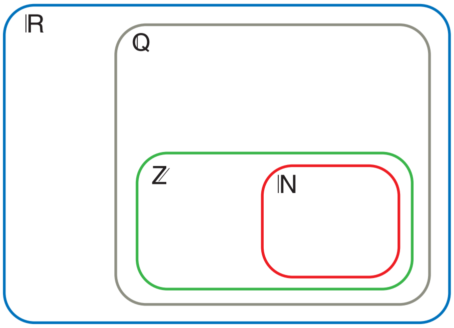
$$\Phi = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 4}}{2} = \begin{cases} \dfrac{1 + \sqrt{5}}{2} \\ \dfrac{1 - \sqrt{5}}{2} \text{ (negativo)} \end{cases}$$

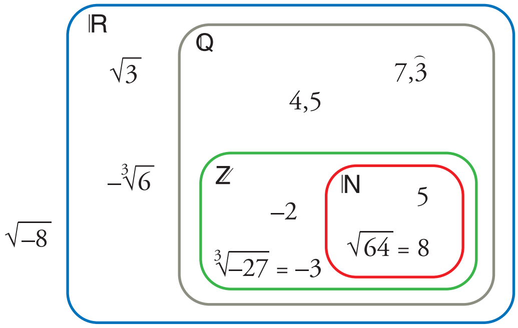
Como Φ ha de ser positivo, la única solución válida es $\Phi = \frac{\sqrt{5} + 1}{2}$.

Páxina 28

1. **Sitúa os seguintes números no diagrama:**

$$\sqrt{3};\ 5;\ -2;\ 4{,}5;\ 7{,}\widehat{3};\ -\sqrt[3]{6};\ \sqrt{64};\ \sqrt[3]{-27};\ \sqrt{-8}$$





2. **Sitúa os números do exercicio anterior nos seguintes cadros. Cada número pode estar en máis dun cadro.**

NATURAIS, ℕ	
ENTEIROS, ℤ	
RACIONAIS, ℚ	
REAIS, ℝ	
NON REAIS	

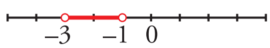
Engade un número máis (da túa colleita) en cada cadro.

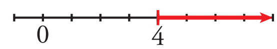
NATURALES, ℕ	$5;\ \sqrt{64}$
ENTEROS, ℤ	$5;\ -2;\ \sqrt{64};\ \sqrt[3]{-27}$
RACIONALES, ℚ	$5;\ -2;\ 4{,}5;\ 7{,}\widehat{3};\ \sqrt[3]{-27};\ \sqrt{64}$
REALES, ℝ	$\sqrt{3};\ 5;\ -2;\ 4{,}5;\ 7{,}\widehat{3};\ -\sqrt[3]{6};\ \sqrt{64};\ \sqrt[3]{-27}$
NO REALES	$\sqrt{-8}$

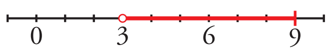
Páxina 29

3. **Representa os seguintes conxuntos:**

a) $(-3, -1)$ **b)** $[4, +\infty)$ **c)** $(3, 9]$ **d)** $(-\infty, 0)$

a) 

b) 

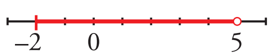
c) 

d) 

4. **Representa os seguintes conxuntos:**

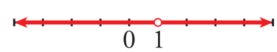
a) $\{x \,/\, -2 \le x < 5\}$ **b)** $[-2, 5) \cup (5, 7]$

c) $(-\infty, 0) \cup (3, +\infty)$ **d)** $(-\infty, 1) \cup (1, +\infty)$

a) 

b) 

c) 

d) 

Páxina 30

1. **Determina os seguintes valores absolutos:**

a) $|-11|$ **b)** $|\pi|$ **c)** $|-\sqrt{5}|$

d) $|0|$ **e)** $|3-\pi|$ **f)** $|3-\sqrt{2}|$

g) $|1-\sqrt{2}|$ **h)** $|\sqrt{2}-\sqrt{3}|$ **i)** $|7-\sqrt{50}|$

a) 11 b) π c) $\sqrt{5}$

d) 0 e) $|3-\pi| = \pi - 3$

f) $|3-\sqrt{2}| = 3-\sqrt{2}$ g) $|1-\sqrt{2}| = \sqrt{2}-1$

h) $|\sqrt{2}-\sqrt{3}| = \sqrt{3}-\sqrt{2}$ i) $|7-\sqrt{50}| = \sqrt{50}-7$

2. **Indica para que valores de** x **se cumpren as seguintes relacións:**

a) $|x| = 5$ **b)** $|x| \le 5$ **c)** $|x-4| = 2$

d) $|x-4| \le 2$ **e)** $|x-4| > 2$ **f)** $|x+4| > 5$

a) 5 y –5 b) $-5 \le x \le 5$; $[-5, 5]$

c) 6 y 2 d) $2 \le x \le 6$; $[2, 6]$

e) $x < 2$ o $x > 6$; $(-\infty, 2) \cup (6, +\infty)$ f) $x < -9$ o $x > 1$; $(-\infty, -9) \cup (1, +\infty)$

Páxina 31

1. Simplifica:

a) $\sqrt[12]{x^9}$ **b)** $\sqrt[12]{x^8}$ **c)** $\sqrt[5]{y^{10}}$

d) $\sqrt[6]{8}$ **e)** $\sqrt[9]{64}$ **f)** $\sqrt[8]{81}$

a) $\sqrt[12]{x^9} = \sqrt[4]{x^3}$ b) $\sqrt[12]{x^8} = \sqrt[3]{x^2}$

c) $\sqrt[5]{y^{10}} = y^2$ d) $\sqrt[6]{8} = \sqrt[6]{2^3} = \sqrt{2}$

e) $\sqrt[9]{64} = \sqrt[9]{2^6} = \sqrt[3]{2^2} = \sqrt[3]{4}$ f) $\sqrt[8]{81} = \sqrt[8]{3^4} = \sqrt{3}$

2. Cal é maior, $\sqrt[4]{31}$ ou $\sqrt[3]{13}$?

Reducimos a índice común:

$$\sqrt[4]{31} = \sqrt[12]{29\,791}\ ; \quad \sqrt[3]{13} = \sqrt[12]{28\,561}$$

Por tanto, es mayor $\sqrt[4]{31}$.

3. Reduce a índice común:

a) $\sqrt[12]{a^5}$ **y** $\sqrt[18]{a^7}$ **b)** $\sqrt[3]{51}$ **y** $\sqrt[9]{132\,650}$

a) $\sqrt[12]{a^5} = \sqrt[36]{a^{15}}\ ;\ \sqrt[18]{a^7} = \sqrt[36]{a^{14}}$ b) $\sqrt[3]{51} = \sqrt[9]{132651}\ ;\ \sqrt[9]{132650}$

4. Simplifica:

a) $\left(\sqrt{\sqrt{\sqrt{k}}}\right)^8$ **b)** $\sqrt[5]{\sqrt[3]{x^{10}}}$ **c)** $\sqrt[3]{(\sqrt{x})^6}$

a) $\left(\sqrt[8]{k}\right)^8 = k$ b) $\sqrt[15]{x^{10}} = \sqrt[3]{x^2}$ c) $\sqrt[6]{x^6} = x$

Páxina 32

5. Reduce:

a) $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[5]{2}$ **b)** $\sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[6]{3}$ **c)** $\sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[8]{2}$ **d)** $\sqrt[4]{8} \cdot \sqrt[3]{4}$

a) $\sqrt[15]{2^5} \cdot \sqrt[15]{2^3} = \sqrt[15]{2^8}$

b) $\sqrt[6]{3^4} \cdot \sqrt[6]{3} = \sqrt[6]{3^5}$

c) $\sqrt[8]{2^4} \cdot \sqrt[8]{2^2} \cdot \sqrt[8]{2} = \sqrt[8]{2^7}$

d) $\sqrt[12]{8^3} \cdot \sqrt[12]{4^4} = \sqrt[12]{(2^3)^3 \cdot (2^2)^4} = \sqrt[12]{2^{17}} = 2\sqrt[12]{2^5}$

6. Simplifica:

a) $\dfrac{\sqrt[5]{x}}{\sqrt[3]{x}}$ **b)** $\dfrac{\sqrt{a \cdot b}}{\sqrt[3]{a \cdot b}}$ **c)** $\dfrac{\sqrt[6]{a^3}}{\sqrt[3]{a^2}}$ **d)** $\dfrac{\sqrt[4]{a^3 \cdot b^5 \cdot c}}{\sqrt{a \cdot b^3 \cdot c^3}}$

a) $\sqrt{\dfrac{x^3}{x^5}} = \sqrt{\dfrac{1}{x^2}} = \sqrt{x^{-2}}$

b) $\sqrt[6]{\dfrac{a^3\,b^3}{a^2\,b^2}} = \sqrt[6]{a\,b}$

c) $\sqrt[6]{\dfrac{a^3}{a^4}} = \sqrt[6]{\dfrac{1}{a}} = \sqrt[6]{a^{-1}}$

d) $\sqrt[4]{\dfrac{a^3\,b^5\,c}{a^2\,b^6\,c^6}} = \sqrt[4]{\dfrac{a}{b\,c^5}} = \dfrac{1}{c}\sqrt[4]{\dfrac{a}{b\,c}}$

7. Reduce:

a) $\dfrac{\sqrt[3]{3^2}}{\sqrt{3}}$ **b)** $\dfrac{\sqrt{9}}{\sqrt[3]{3}}$ **c)** $\dfrac{\sqrt[5]{16}}{\sqrt{2}}$ **d** $\dfrac{\sqrt[4]{729}}{\sqrt{3}}$

a) $\sqrt{\dfrac{3^4}{3^3}} = \sqrt[6]{3}$

b) $\sqrt[6]{\dfrac{3^6}{3^2}} = \sqrt[6]{3^4} = \sqrt[3]{3^2}$

c) $\sqrt[10]{\dfrac{2^8}{2^5}} = \sqrt[10]{2^3} = \sqrt[10]{8}$

d) $\sqrt[4]{\dfrac{3^6}{3^2}} = \sqrt[4]{3^4} = 3$

8. Suma e simplifica:

a) $5\sqrt{x} + 3\sqrt{x} + 2\sqrt{x}$

b) $\sqrt{9 \cdot 2} + \sqrt{25 \cdot 2} - \sqrt{2}$

c) $\sqrt{18} + \sqrt{50} - \sqrt{2} - \sqrt{8}$

d) $\sqrt{27} - \sqrt{50} + \sqrt{12} + \sqrt{8}$

e) $\sqrt{50a} - \sqrt{18a}$

a) $10\sqrt{x}$

b) $3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - \sqrt{2} = 7\sqrt{2}$

c) $\sqrt{18} + \sqrt{50} - \sqrt{2} - \sqrt{8} = \sqrt{2 \cdot 3^2} + \sqrt{2 \cdot 5^2} - \sqrt{2} - \sqrt{2^3} =$

$= 3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - \sqrt{2} - 2\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$

d) $\sqrt{3^3} - \sqrt{2 \cdot 5^2} + \sqrt{2^2 \cdot 3} + \sqrt{2^3} = 3\sqrt{3} - 5\sqrt{2} + 2\sqrt{3} + 2\sqrt{2} = 5\sqrt{3} - 3\sqrt{2}$

e) $\sqrt{2 \cdot 5^2 \cdot a} - \sqrt{2 \cdot 3^2 \cdot a} = 5\sqrt{2a} - 3\sqrt{2a} = 2\sqrt{2a}$

Páxina 33

9. **Racionaliza denominadores e simplifica cando poidas:**

a) $\frac{5}{\sqrt{7}}$

b) $\frac{3}{\sqrt[3]{4}}$

c) $\sqrt{\frac{7}{3}}$

d) $\frac{1}{\sqrt{a^3}}$

e) $\frac{3}{\sqrt{50}}$

f) $\frac{4}{\sqrt{18}}$

g) $\frac{2}{\sqrt[3]{25}}$

h) $\frac{1}{\sqrt[3]{40}}$

i) $\frac{3}{\sqrt[3]{36}}$

j) $\frac{2}{\sqrt[3]{100}}$

a) $\frac{5}{\sqrt{7}} = \frac{5\sqrt{7}}{7}$

b) $\frac{3}{\sqrt[3]{4}} = \frac{3}{\sqrt[3]{2^2}} = \frac{3\sqrt[3]{2}}{2}$

c) $\sqrt{\frac{7}{3}} = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{21}}{3}$

d) $\frac{1}{\sqrt{a^3}} = \frac{1}{a\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{a}}{a^2}$

e) $\frac{3}{\sqrt{50}} = \frac{3}{\sqrt{2 \cdot 5^2}} = \frac{3}{5\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{10}$

f) $\frac{4}{\sqrt{18}} = \frac{4}{\sqrt{2 \cdot 3^2}} = \frac{4}{3\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2}}{6} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

g) $\frac{2}{\sqrt[3]{25}} = \frac{2}{\sqrt[3]{5^2}} = \frac{2\sqrt[3]{5}}{5}$

h) $\frac{1}{\sqrt[3]{40}} = \frac{2}{\sqrt[3]{2^3 \cdot 5}} = \frac{1}{2\sqrt[3]{5}} = \frac{\sqrt[3]{5^2}}{10} = \frac{\sqrt[3]{25}}{10}$

i) $\frac{3}{\sqrt[3]{36}} = \frac{3}{\sqrt[3]{2^2 \cdot 3^2}} = \frac{3\sqrt[3]{2 \cdot 3}}{2 \cdot 3} = \frac{3\sqrt[3]{6}}{6} = \frac{\sqrt[3]{6}}{2}$

j) $\frac{2}{\sqrt[3]{100}} = \frac{2}{\sqrt[3]{2^2 \cdot 5^2}} = \frac{2\sqrt[3]{2 \cdot 5}}{2 \cdot 5} = \frac{2\sqrt[3]{10}}{10} = \frac{\sqrt[3]{10}}{5}$

10. Racionaliza denominadores e simplifica cando poidas:

a) $\dfrac{1}{\sqrt{2}+1}$

b) $\dfrac{x+y}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$

c) $\dfrac{a-1}{\sqrt{a}-1}$

d) $\dfrac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$

e) $\dfrac{1}{2\sqrt{3}-\sqrt{5}}$

f) $\dfrac{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}}$

g) $\dfrac{1}{\sqrt{2}}+\dfrac{1}{\sqrt{2}-1}+\dfrac{1}{\sqrt{2}+1}$

h) $\dfrac{1}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}+\dfrac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$

a) $\dfrac{\sqrt{2}-1}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)}=\dfrac{\sqrt{2}-1}{2-1}=\sqrt{2}-1$

b) $\dfrac{(x+y)(\sqrt{x}-\sqrt{y})}{(\sqrt{x}+\sqrt{y})(\sqrt{x}-\sqrt{y})}=\dfrac{(x+y)(\sqrt{x}-\sqrt{y})}{x-y}=\dfrac{x\sqrt{x}-x\sqrt{y}+y\sqrt{x}-y\sqrt{y}}{x-y}$

c) $\dfrac{(a-1)(\sqrt{a}+1)}{(\sqrt{a}-1)(\sqrt{a}+1)}=\dfrac{(a-1)(\sqrt{a}+1)}{(a-1)}=\sqrt{a}+1$

d) $\dfrac{(\sqrt{x}+\sqrt{y})(\sqrt{x}+\sqrt{y})}{(\sqrt{x}-\sqrt{y})(\sqrt{x}-\sqrt{y})}=\dfrac{x+y+2\sqrt{xy}}{x-y}$

e) $\dfrac{2\sqrt{3}+\sqrt{5}}{(2\sqrt{3}-\sqrt{5})(2\sqrt{3}+\sqrt{5})}=\dfrac{2\sqrt{3}+\sqrt{5}}{12-5}=\dfrac{2\sqrt{3}+\sqrt{5}}{7}$

f) $\dfrac{(3\sqrt{2}+2\sqrt{3})^2}{18-12}=\dfrac{18+12+12\sqrt{6}}{6}=\dfrac{30+12\sqrt{6}}{6}=5+2\sqrt{6}$

g) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}+\dfrac{\sqrt{2}+1}{1}+\dfrac{\sqrt{2}-1}{1}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}+2\sqrt{2}=\dfrac{5\sqrt{3}}{2}$

h) $\dfrac{\sqrt{x}+\sqrt{y}+\sqrt{x}-\sqrt{y}}{x-y}=\dfrac{2\sqrt{x}}{x-y}$

Páxina 36

1. Determina:

a) $\log_2 16$ b) $\log_2 0{,}25$ c) $\log_9 1$ d) $\log_{10} 0{,}1$

e) $\log_4 64$ f) $\log_7 49$ g) $\ln e^4$ h) $\ln e^{-1/4}$

i) $\log_5 0{,}04$ l) $\log_6 \left(\dfrac{1}{216}\right)$

a) $log_2\ 16 = log_2\ 2^4 = 4$

b) $log_2\ 0,25 = log_2\ 2^{-2} = -2$

c) $log_9\ 1 = 0$

d) $log_{10}\ 0,1 = log_{10}\ 10^{-1} = -1$

e) $log_4\ 64 = log_4\ 4^3 = 3$

f) $log_7\ 49 = log_7\ 7^2 = 2$

g) $ln\ e^4 = 4$

h) $ln\ e^{-1/4} = -\frac{1}{4}$

i) $log_5\ 0,04 = log_5\ 5^{-2} = -2$

l) $log_6 \left(\frac{1}{216}\right) = log_6\ 6^{-3} = -3$

2. Determina a parte enteira de:

a) $log_2\ 60$ **b)** $log_5\ 700$ **c)** $log_{10}\ 43\,000$

d) $log_{10}\ 0,084$ **e)** $log_9\ 60$ **f)** $ln\ e$

a) $2^5 = 32$; $2^6 = 64$; $32 < 60 < 64$

$5 < log_2\ 60 < 6 \quad \to \quad log_2\ 60 = 5,\dots$

b) $5^4 = 625$; $5^5 = 3125$; $625 < 700 < 3125$

$4 < log_5\ 700 < 5 \quad \to \quad log_5\ 700 = 4,\dots$

c) $10^4 = 10\,000$; $10^5 = 100\,000$; $10\,000 < 43\,000 < 100\,000$

$4 < log_{10}\ 43\,000 < 5 \quad \to \quad log_{10}\ 43\,000 = 4,\dots$

d) $10^{-2} = 0,01$; $10^{-1} = 0,1$; $0,01 < 0,084 < 0,1$

$-2 < log_{10}\ 0,084 < -1 \quad \to \quad log_{10}\ 0,084 = -1,\dots$

e) $9^1 = 9$; $9^2 = 81$; $9 < 60 < 81$

$1 < log_9\ 60 < 2 \quad \to \quad log_9\ 60 = 1,\dots$

f) $ln\ e = 1$

3. Aplica a propiedade ⑧ para obter os seguintes logaritmos coa axuda da calculadora:

a) $log_2\ 1\,500$ **b)** $log_5\ 200$

c) $log_{100}\ 200$ **d)** $log_{100}\ 40$

En cada caso, comproba o resultado utilizando a potenciación.

a) $\frac{log\ 1500}{log\ 2} = 10,55;\ \ 2^{10,55} \approx 1500$

b) $\frac{log\ 200}{log\ 5} = 3,29;\ \ 5^{3,29} \approx 200$

c) $\frac{log\ 200}{log\ 100} = 1,15;\ \ 100^{1,15} \approx 200$

d) $\frac{log\ 40}{log\ 100} = 0,80;\ \ 100^{0,80} \approx 40$

4. **Sabendo que $log_5 A = 1{,}8$ e $log_5 B = 2{,}4$, calcula:**

a) $log_5 \sqrt[3]{\dfrac{A^2}{25B}}$ **b)** $log_5 \dfrac{5\sqrt{A^3}}{B^2}$

a) $log_5 \sqrt[3]{\dfrac{A^2}{25B}} = \dfrac{1}{3}\,[2\,log_5 A - log_5 25 - log_5 B] = \dfrac{1}{3}\,[2 \cdot 1{,}8 - 2 - 2{,}4] = \dfrac{-0{,}8}{3} \approx -0{,}27$

b) $log_5 \dfrac{5\sqrt{A^3}}{B^2} = log_5 5 + \dfrac{3}{2}\,log_5 A - 2\,log_5 B = 1 + \dfrac{3}{2} \cdot 1{,}8 - 2 \cdot 2{,}4 = 1 + 2{,}7 - 4{,}8 = -1{,}1$

5. **Determina a relación que hai entre x e y, se sabes que se verifica:**

$$ln\, y = 2x - ln\, 5$$

$ln\, y = 2x - ln\, 5 \;\rightarrow\; ln\, y = ln\, e^{2x} - ln\, 5$

$ln\, y = ln\, \dfrac{e^{2x}}{5} \;\rightarrow\; y = \dfrac{e^{2x}}{5}$

Páxina 38

1. **Di unha cota do erro absoluto e outra do erro relativo nas seguintes medicións:**

a) A superficie desta casa é de 96,4 m².

b) Pola gripe perdéronse 37 millóns de horas de traballo.

c) Xoana gaña 19 000 € ao ano.

a) $|\text{Error absoluto}| < 0{,}05\ \text{m}^2$

$|\text{Error relativo}| < \dfrac{0{,}05}{96{,}4} < 0{,}00052 = 0{,}052\%$

b) $|\text{Error absoluto}| < 0{,}5$ millones de horas = 500 000 horas

$|\text{Error relativo}| < \dfrac{0{,}5}{37} < 0{,}014 = 1{,}4\%$

c) — Si suponemos que los tres ceros finales se han utilizado para poder expresar la cantidad (es decir, que se trata de 19 mil €, redondeando a los "miles de euros"), entonces:

$|\text{E.A.}| < 0{,}5$ miles de € = 500 € $\qquad |\text{E.R.}| < \dfrac{0{,}5}{19} < 0{,}027 = 2{,}7\%$

— Si suponemos que es 19 000 € exactamente:

$|\text{E.A.}| < 0{,}5$ € $\qquad |\text{E.R.}| < \dfrac{0{,}5}{19\,000} < 0{,}000027 = 0{,}0027\%$

Páxina 39

2. **Calcula en notación científica sen usar a calculadora:**

a) $\mathbf{(800\,000 : 0{,}0002) \cdot 0{,}5 \cdot 10^{12}}$

b) $\mathbf{0{,}486 \cdot 10^{-5} + 93 \cdot 10^{-9} - 6 \cdot 10^{-7}}$

a) $(800\,000 : 0{,}0002) \cdot 0{,}5 \cdot 10^{12} = \big((8 \cdot 10^5) : (2 \cdot 10^{-4})\big) \cdot 5 \cdot 10^{11} =$

$= (4 \cdot 10^9) \cdot 5 \cdot 10^{11} = 20 \cdot 10^{20} = 2 \cdot 10^{21}$

b) $0{,}486 \cdot 10^{-5} + 93 \cdot 10^{-9} - 6 \cdot 10^{-7} = 48{,}6 \cdot 10^{-7} + 0{,}93 \cdot 10^{-7} - 6 \cdot 10^{-7} =$

$= 43{,}53 \cdot 10^{-7} = 4{,}353 \cdot 10^{-6}$

3. **Opera coa calculadora:**

a) $\mathbf{(3{,}87 \cdot 10^{15} \cdot 5{,}96 \cdot 10^{-9}) : (3{,}941 \cdot 10^{-6})}$

b) $\mathbf{8{,}93 \cdot 10^{-10} + 7{,}64 \cdot 10^{-10} - 1{,}42 \cdot 10^{-9}}$

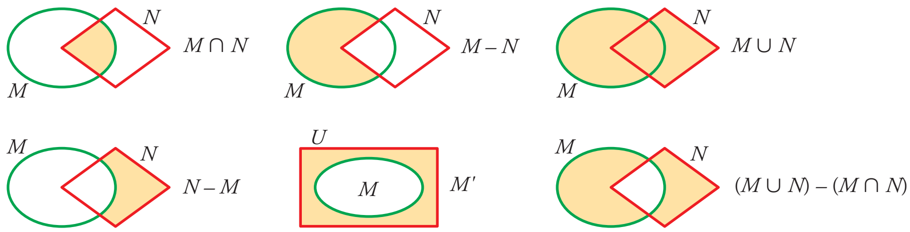
a) $(3{,}87 \cdot 10^{15} \cdot 5{,}96 \cdot 10^{-9}) : (3{,}941 \cdot 10^{-6}) \approx 5{,}85 \cdot 10^{12}$

b) $8{,}93 \cdot 10^{-10} + 7{,}64 \cdot 10^{-10} - 1{,}42 \cdot 10^{-9} = 2{,}37 \cdot 10^{-10}$

Páxina 41

LINGUAXE MATEMÁTICA

1. **Dálle nome ao conxunto sombreado en cada caso:**



2. **Expresa simbolicamente estas relacións:**

a) **13 é un número natural.**

b) **–4 é un número enteiro.**

c) **0,43 é un número racional.**

d) π é un número real.

e) Todos os enteiros son racionais.

f) O intervalo [3, 4] está formado por números reais.

a) $13 \in \mathbb{N}$

b) $-4 \in \mathbb{Z}$

c) $0{,}43 \in \mathbb{Q}$

d) $\pi \in \mathbb{R}$

e) $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$

f) $[3, 4] \subset \mathbb{R}$

3. Designa simbolicamente estes conxuntos:

a) Os números enteiros maiores ca –5 e menores ca 7 (utiliza $\mathbb{Z}$ e o intervalo aberto (–5, 7)).

b) Os números irracionais (utiliza $\mathbb{R}$ e $\mathbb{Q}$).

c) Os números racionais maiores ca 2 e menores ou iguais ca 3.

d) Os números que son múltiplos de 2 ou de 3 (o conxunto dos múltiplos de p desígnase $\dot{p}$).

a) $\{x \in \mathbb{Z} \;/\; x \in (-5, 7)\}$

b) $\mathbb{R} - \mathbb{Q}$

c) $\{x \in \mathbb{Q} \;/\; 2 < x \leq 3\}$

d) $\{x \;/\; x = \dot{2} \text{ o } x = \dot{3}\}$

4. Traduce:

a) $\{x \in \mathbb{Z} \;/\; x \geq -4\}$

b) $\{x \in \mathbb{N} \;/\; x > 5\}$

c) $\{x \in \mathbb{N} \;/\; 1 < x \leq 9\}$

d) $\{x \in \mathbb{Z} \;/\; -2 \leq x < 7\}$

a) Números enteros mayores o iguales que –4.

b) Números naturales mayores que 5.

c) Números naturales mayores que 1 y menores o iguales que 9.

d) Números enteros mayores o iguales que –2 y menores que 7.

5. Cales son os números que forman o conxunto $(\mathbb{R} - \mathbb{Q}) \cap [0, 1]$?

Todos los irracionales comprendidos en el intervalo (0, 1).

Páxina 45

EXERCICIOS E PROBLEMAS PROPOSTOS

PARA PRACTICAR

Números racionais e irracionais

1 **Expresa como fracción cada decimal e opera:**

$$\mathbf{0,\widehat{12} - 5,\widehat{6} - 0,2\widehat{3} + 3,1}$$

☛ ***Lembra que*** $5,\widehat{6} = \dfrac{56-5}{9}$; $0,2\widehat{3} = \dfrac{23-2}{90}$.

$$\frac{12}{99} - \frac{51}{9} - \frac{21}{90} + \frac{31}{10} = -\frac{442}{165} = -2,6\widehat{78}$$

2 **Demostra que o produto $4,0\widehat{9} \cdot 1,3\widehat{9}$ é un decimal exacto.**

☛ ***Comproba, pasando a fracción, que os dous factores son decimais exactos.***

$4,0\widehat{9} = \dfrac{409-40}{90} = \dfrac{369}{90} = 4,1$ $\qquad$ $1,3\widehat{9} = \dfrac{139-13}{90} = \dfrac{126}{90} = 1,4$

$4,0\widehat{9} \cdot 1,3\widehat{9} = 4,1 \cdot 1,4 = 5,74$

3 **Calcula: a) $\sqrt{1,\widehat{7}}$ b) $\sqrt{\dfrac{1,\widehat{3}}{3}}$**

a) $\sqrt{\dfrac{16}{9}} = \dfrac{4}{3} = 1,\widehat{3}$ $\qquad$ b) $\sqrt{\dfrac{4}{9}} = \dfrac{2}{3} = 0,\widehat{6}$

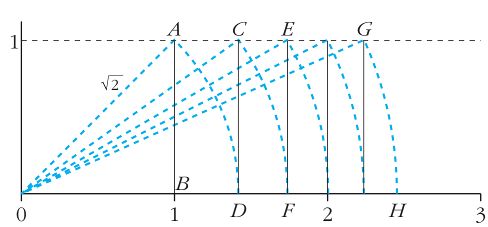
4 **Indica cal, de cada par de números, é maior:**

a) $\dfrac{140}{99}$ **e** $\sqrt{2}$ $\qquad$ **b)** $0,52\widehat{6}$ **e** $0,\widehat{526}$

c) $4,\widehat{89}$ **e** $2\sqrt{6}$ $\qquad$ **d)** $-2,098$ **e** $-2,1$

a) $\sqrt{2}$ $\qquad$ b) $0,52\widehat{6}$ $\qquad$ c) $4,\widehat{89}$ $\qquad$ d) $-2,098$

5 **Observa como representamos algúns números irracionais:**

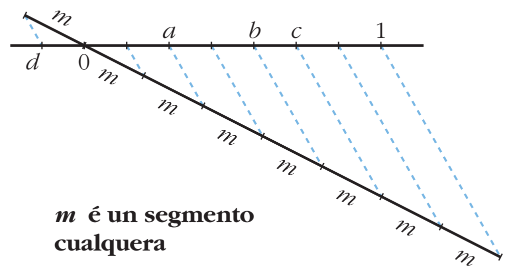


No triángulo OAB, $\overline{OB} = 1$, $\overline{AB} = 1$ e $\overline{OA} = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$. Polo tanto, o punto D representa a $\sqrt{2}$. Qué números representan os puntos F e H? Xustifica a resposta.

F representa $\sqrt{3}$, pues $\overline{OF} = \overline{OC} = \sqrt{\overline{OD}^2 + \overline{DC}^2} = \sqrt{(\sqrt{2})^2 + 1^2} = \sqrt{3}$

H representa $\sqrt{6}$, pues $\overline{OH} = \overline{OG} = \sqrt{(\sqrt{5})^2 + 1^2} = \sqrt{6}$

6 **Cales son os números racionais *a, b, c, d* representados neste gráfico?**



$a = \frac{2}{7}$ $\quad b = \frac{4}{7}$ $\quad c = \frac{5}{7}$ $\quad d = -\frac{1}{7}$

Potencias

7 **Indica sen calculadora:** $\left(\frac{3}{2} - \frac{3}{4}\right)^{-2} \left(\frac{1}{3} - \frac{7}{9}\right)^{-1} + 4$

$\left(\frac{3}{4}\right)^{-2} \cdot \left(-\frac{4}{9}\right)^{-1} + 4 = \left(\frac{4}{3}\right)^{2} \cdot \left(-\frac{9}{4}\right) + 4 = -4 + 4 = 0$

8 **Simplifica, utilizando as propiedades das potencias:**

a) $\dfrac{3^6 \cdot 2^5 \cdot 5^2}{9^3 \cdot 4^3 \cdot 5}$ **b)** $\dfrac{3^4 \cdot 16 \cdot 9^{-1}}{5^{-1} \cdot 3^5}$

c) $\dfrac{15^2 \cdot 8^{-1}}{6^3 \cdot 10^2}$ **d)** $\dfrac{a^{-3} b^{-4} c^7}{a^{-5} b^2 c^{-1}}$

☛ ***Mira o problema resolto número 2 c).***

a) $\dfrac{3^6 \cdot 2^5 \cdot 5^2}{3^6 \cdot 2^6 \cdot 5} = \dfrac{5}{2}$ b) $\dfrac{3^4 \cdot 2^4 \cdot 3^{-2}}{5^{-1} \cdot 3^5} = \dfrac{2^4 \cdot 5}{3^3} = \dfrac{80}{27}$

c) $\dfrac{3^2 \cdot 5^2 \cdot 2^{-3}}{2^3 \cdot 3^3 \cdot 2^2 \cdot 5^2} = \dfrac{1}{2^8 \cdot 3} = \dfrac{1}{768}$ d) $\dfrac{c^7 a^5 c}{a^3 b^4 b^2} = \dfrac{a^2 c^8}{b^6}$

9 **Expresa os seguintes radicais mediante potencias de expoñente fraccionario e simplifica:**

a) $\sqrt[5]{a^2} \cdot \sqrt{a}$ **b)** $\dfrac{\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt{x}}$ **c)** $\dfrac{1}{\sqrt[4]{a^3}}$

a) $a^{2/5} \cdot a^{1/2} = a^{9/10} = \sqrt[10]{a^9}$

b) $\dfrac{x^{2/3}}{x^{1/2}} = x^{1/6} = \sqrt[6]{x}$

c) $a^{-3/4} = \sqrt[4]{a^{-3}}$

10 **Resolve, sen utilizar a calculadora:**

a) $\sqrt[5]{32}$ **b)** $\sqrt[3]{343}$ **c)** $\sqrt[4]{625}$

d) $\sqrt{0,25}$ **e)** $\sqrt[3]{8^4}$ **f)** $\sqrt[3]{0,001}$

a) $\sqrt[5]{2^5} = 2$ b) $\sqrt[3]{7^3} = 7$ c) $\sqrt[4]{5^4} = 5$

d) $\sqrt{\dfrac{1}{4}} = \dfrac{1}{2} = 0,5$ e) $\sqrt[3]{2^{12}} = 2^4 = 16$ f) $\sqrt[3]{0,1^3} = 0,1$

11 **Expresa como unha potencia de base 2:**

a) $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ **b)** $(-32)^{1/5}$ **c)** $(\sqrt[8]{2})^4$

a) $2^{-1/2}$ b) $(-2^5)^{1/5} = -2$ c) $2^{4/8} = 2^{1/2}$

12 **Calcula utilizando potencias de base 2, 3 e 5:**

a) $4 \cdot \dfrac{1}{3} \cdot \left(-\dfrac{3}{2}\right)^3$ **b)** $\left(-\dfrac{1}{2}\right)^4 \cdot \left(\dfrac{2}{9}\right)^{-1} \cdot \dfrac{1}{8}$

c) $\dfrac{(-5)^3\,(-8)^3\,(-9)^2}{15^2 \cdot 20^4}$ **d)** $\dfrac{(-30)^{-1} \cdot 15^2}{10^3}$

a) $2^2 \cdot \dfrac{1}{3} \cdot \dfrac{(-3)^3}{2^3} = \dfrac{-3^2}{2} = \dfrac{-9}{2}$

b) $\dfrac{1}{2^4} \cdot \dfrac{3^2}{2} \cdot \dfrac{1}{2^3} = \dfrac{3^2}{2^8} = \dfrac{9}{256}$

c) $\dfrac{(-5)^3 \cdot (-2^3)^3 \cdot (-3^2)^2}{3^2 \cdot 5^2 \cdot (2^2 \cdot 5)^4} = \dfrac{5^3 \cdot 2^9 \cdot 3^4}{3^2 \cdot 5^2 \cdot 2^8 \cdot 5^4} = \dfrac{2 \cdot 3^2}{5^3} = \dfrac{18}{125}$

d) $\dfrac{3^2 \cdot 5^2}{-2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 2^3 \cdot 5^3} = -\dfrac{3}{5^2 \cdot 2^4} = \dfrac{-3}{400}$

13 **Expresa en forma de potencia, efectúa as operacións e simplifica:**

a) $\dfrac{\sqrt[4]{a^3} \cdot a^{-1}}{a\sqrt{a}}$

b) $16^{1/4} \cdot \sqrt[3]{\dfrac{1}{4}} \cdot \dfrac{1}{\sqrt[6]{4}}$

a) $\dfrac{a^{3/4} \cdot a^{-1}}{a \cdot a^{1/2}} = a^{-7/4} = \dfrac{1}{\sqrt[4]{a^7}}$

b) $(2^4)^{1/4} \cdot (2^2)^{-1/3} \cdot (2^2)^{-1/6} = 2 \cdot 2^{-2/3} \cdot 2^{-1/3} = 2^0 = 1$

14 **Xustifica as igualdades que son verdadeiras. Escribe o resultado correcto nas falsas:**

a) $\dfrac{a^2 \cdot b^{-2}}{a^{-2} \cdot b^2} = 1$

b) $(3^{-2})^{-3} \left(\dfrac{1}{27}\right)^2 = 1$

c) $\dfrac{3^{-2} - 5^{-2}}{3^{-1} - 5^{-1}} = \dfrac{8}{15}$

d) $\left(\dfrac{1}{3}\right)^{-2} - (-3)^{-2} = \dfrac{80}{9}$

a) Falsa. $\dfrac{a^2 \cdot b^{-2}}{a^{-2} \cdot b^2} = \dfrac{a^4}{b^4}$

b) Verdadera. $(3^{-2})^{-3} \cdot \left(\dfrac{1}{27}\right)^2 = 3^6 \cdot \left(\dfrac{1}{3^3}\right)^2 = 3^6 \cdot \dfrac{1}{3^6} = \dfrac{3^6}{3^6} = 1$

c) Verdadera. $\dfrac{3^{-2} - 5^{-2}}{3^{-1} - 5^{-1}} = \dfrac{(1/3^2) - (1/5^2)}{1/3 - 1/5} = \dfrac{(1/3 - 1/5)\,(1/3 + 1/5)}{(1/3 - 1/5)} =$

$= \dfrac{1}{3} + \dfrac{1}{5} = \dfrac{8}{15}$

d) Verdadera. $\left(\dfrac{1}{3}\right)^{-2} - (-3)^{-2} = 3^2 - \dfrac{1}{(-3)^2} = 3^2 - \dfrac{1}{3^2} = 9 - \dfrac{1}{9} = \dfrac{81 - 1}{9} = \dfrac{80}{9}$

15 **Demostra, utilizando potencias, que:**

a) $(0{,}125)^{1/3} = 2^{-1}$

b) $(0{,}25)^{-1/2} = 2$

a) $(0{,}125)^{1/3} = \left(\dfrac{125}{1\,000}\right)^{1/3} = \left(\dfrac{1}{8}\right)^{1/3} = \left(\dfrac{1}{2^3}\right)^{1/3} = \dfrac{1}{2} = 2^{-1}$

b) $(0{,}25)^{-1/2} = \left(\dfrac{25}{100}\right)^{-1/2} = \left(\dfrac{1}{4}\right)^{-1/2} = \left(\dfrac{1}{2^2}\right)^{-1/2} = (2^2)^{1/2} = 2$

Páxina 46

Radicais

16 **Introduce os factores dentro de cada raíz:**

a) $2\sqrt[3]{3}$ **b)** $4\sqrt[3]{\frac{1}{4}}$ **c)** $\frac{2}{x}\sqrt{\frac{3x}{8}}$

d) $\frac{3}{5}\sqrt[3]{\frac{25}{9}}$ **e)** $2\sqrt[4]{4}$ **f)** $\frac{1}{5}\sqrt[3]{15}$

a) $\sqrt[3]{3 \cdot 2^3} = \sqrt[3]{24}$

b) $\sqrt[3]{\frac{4^3}{4}} = \sqrt[3]{4^2} = \sqrt[3]{2^4} = \sqrt[3]{16}$

c) $\sqrt{\frac{2^2 \cdot 3x}{x^2 \cdot 2^3}} = \sqrt{\frac{3}{2x}}$

d) $\sqrt[3]{\frac{3^3 \cdot 5^2}{5^3 \cdot 3^2}} = \sqrt[3]{\frac{3}{5}}$

e) $\sqrt[4]{2^4 \cdot 2^2} = \sqrt[4]{2^6} = \sqrt{2^3} = \sqrt{8}$

f) $\sqrt[3]{\frac{3 \cdot 5}{5^3}} = \sqrt[3]{\frac{3}{5^2}} = \sqrt[3]{\frac{3}{25}}$

17 **Saca da raíz o factor que poidas:**

a) $\sqrt[3]{16}$ **b)** $4\sqrt{8}$ **c)** $\sqrt{1\,000}$

d) $\sqrt[3]{8a^5}$ **e)** $\sqrt{\frac{125a^2}{16b}}$ **f)** $\sqrt{\frac{1}{4}+\frac{1}{9}}$

g) $\sqrt{\frac{16}{a^3}}$ **h)** $\sqrt{4a^2+4}$ **i)** $\sqrt{\frac{a}{9}+\frac{a}{16}}$

a) $\sqrt[3]{2^4} = 2\sqrt[3]{2}$

b) $4\sqrt{2^3} = 4 \cdot 2\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$

c) $\sqrt{2^3 \cdot 5^3} = 10\sqrt{10}$

d) $\sqrt[3]{2^3 \cdot a^5} = 2a\sqrt[3]{a^2}$

e) $\sqrt{\frac{5^3 \cdot a^2}{2^4 \cdot b}} = \frac{5a}{4}\sqrt{\frac{5}{b}}$

f) $\sqrt{\frac{13}{36}} = \frac{1}{6}\sqrt{13}$

g) $\frac{4}{a}\sqrt{\frac{1}{a}}$

h) $\sqrt{4(a^2+1)} = 2\sqrt{a^2+1}$

i) $\sqrt{\frac{25a}{16 \cdot 9}} = \frac{5\sqrt{a}}{12}$

18 **Simplifica:**

a) $\sqrt[6]{0{,}027}$ **b)** $\sqrt[8]{0{,}0016}$ **c)** $\sqrt[4]{1+\frac{9}{16}}$

a) $\sqrt[6]{\frac{27}{1\,000}} = \sqrt[6]{\frac{3^3}{10^3}} = \sqrt[6]{\left(\frac{3}{10}\right)^3} = \left(\frac{3}{10}\right)^{3/6} = \left(\frac{3}{10}\right)^{1/2} = \sqrt{\frac{3}{10}}$

b) $\sqrt[8]{\frac{16}{10\,000}} = \sqrt[8]{\frac{2^4}{10^4}} = \sqrt[8]{\left(\frac{2}{10}\right)^4} = \left(\frac{1}{5}\right)^{4/8} = \left(\frac{1}{5}\right)^{1/2} = \sqrt{\frac{1}{5}}$

c) $\sqrt[4]{\frac{25}{16}} = \sqrt[4]{\frac{5^2}{4^2}} = \left(\frac{5}{4}\right)^{2/4} = \left(\frac{5}{4}\right)^{1/2} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{4}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$

19 **Simplifica os seguintes radicais:**

a) $\sqrt[3]{24}$ **b)** $\sqrt[6]{27}$ **c)** $\sqrt[3]{-108}$

d) $\sqrt[12]{64y^3}$ **e)** $\sqrt[4]{\dfrac{81}{64}}$ **f)** $\sqrt[8]{625} : \sqrt[4]{25}$

a) $\sqrt[3]{2^3 \cdot 3} = 2\sqrt[3]{3}$ b) $\sqrt[6]{3^3} = 3^{3/6} = 3^{1/2} = \sqrt{3}$ c) $-\sqrt[3]{3^3 \cdot 2^2} = -3\sqrt[3]{2^2}$

d) $\sqrt[12]{2^6 \cdot y^3} = \sqrt[4]{2^2 \cdot y} = \sqrt[4]{2^2} \cdot \sqrt[4]{y} = \sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{y}$

e) $\sqrt[4]{\dfrac{3^4}{2^6}} = \dfrac{3}{\sqrt{2^3}} = \dfrac{3}{2\sqrt{2}} = \dfrac{3\sqrt{2}}{4}$

f) $\sqrt[8]{5^4} : \sqrt[4]{5^2} = \sqrt{5} : \sqrt{5} = 1$

20 **Reduce a índice común e ordena de menor a maior:**

a) $\sqrt[4]{4}, \sqrt[3]{3}, \sqrt{2}$ **b)** $\sqrt{6}, \sqrt[3]{4}$

c) $\sqrt[4]{6}, \sqrt[5]{10}$ **d)** $\sqrt[4]{72}, \sqrt[3]{9}, \sqrt[6]{100}$

a) $\sqrt[12]{64}, \sqrt[12]{81}, \sqrt[12]{64}$; $\sqrt[4]{4} = \sqrt{2} < \sqrt[3]{3}$

b) $\sqrt[6]{216}, \sqrt[6]{16}$; $\sqrt[3]{4} < \sqrt{6}$

c) $\sqrt[20]{7\,776}, \sqrt[20]{10\,000}$; $\sqrt[4]{6} < \sqrt[5]{10}$

d) $\sqrt[12]{373\,248}, \sqrt[12]{6\,561}, \sqrt[12]{10\,000}$; $\sqrt[3]{9} < \sqrt[6]{100} < \sqrt[4]{72}$

21 **Realiza a operación e simplifica, se é posible:**

a) $4\sqrt{27} \cdot 5\sqrt{6}$ **b)** $2\sqrt{\dfrac{4}{3}} \cdot \sqrt{\dfrac{27}{8}}$ **c)** $\sqrt{2} \cdot \sqrt{\dfrac{1}{8}}$

d) $\left(\sqrt[3]{12}\right)^2$ **e)** $\left(\sqrt[6]{32}\right)^3$ **f)** $\sqrt[3]{24} : \sqrt[3]{3}$

a) $20\sqrt{27 \cdot 6} = 20\sqrt{3^3 \cdot 2 \cdot 3} = 20\sqrt{2 \cdot 3^4} = 180\sqrt{2}$

b) $2\sqrt{\dfrac{4 \cdot 27}{3 \cdot 8}} = 2\sqrt{\dfrac{9}{2}} = 6\sqrt{\dfrac{1}{2}}$

c) $\sqrt{\dfrac{2}{8}} = \sqrt{\dfrac{1}{4}} = \dfrac{1}{2}$

d) $\left(\sqrt[3]{2^2 \cdot 3}\right)^2 = \sqrt[3]{2^4 \cdot 3^2} = 2\sqrt[3]{2 \cdot 3^2} = 2\sqrt[3]{18}$

e) $\left(\sqrt[6]{2^5}\right)^3 = \sqrt[6]{2^{15}} = \sqrt{2^5} = 2^2\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$

f) $\sqrt[3]{2^3 \cdot 3} : \sqrt[3]{3} = 2\sqrt[3]{3} : \sqrt[3]{3} = 2$

22 **Efectúa e simplifica, se é posible:**

a) $\sqrt[3]{2}\cdot\sqrt{3}$ **b)** $\sqrt[3]{a}\cdot\sqrt[3]{\dfrac{1}{a}}\cdot\sqrt{a}$

c) $\left(\dfrac{\sqrt[6]{32}}{\sqrt{8}}\right)^3$ **d)** $\sqrt[3]{2\sqrt{3}} : \sqrt{\sqrt[3]{4}}$

En b) e c) podes expresar os radicais como potencias de bases a e 2, respectivamente.

a) $\sqrt[6]{2^2\cdot 3^3} = \sqrt[6]{108}$ b) $\sqrt[3]{a}\cdot\dfrac{1}{\sqrt[3]{a}}\cdot\sqrt{a} = \sqrt{a}$

c) $\left(\sqrt[6]{\dfrac{2^5}{2^9}}\right)^3 = \left(\sqrt[6]{\dfrac{1}{2^4}}\right)^3 = \sqrt[6]{\dfrac{1}{2^{12}}} = \dfrac{1}{2^2} = \dfrac{1}{4}$

d) $\sqrt[3]{\sqrt{2^2\cdot 3}} : \sqrt{\sqrt[3]{2^2}} = \sqrt[6]{2^2\cdot 3} : \sqrt[6]{2^2} = \sqrt[6]{3}$

23 **Expresa cunha única raíz:**

a) $\sqrt[4]{\sqrt[3]{4}}$ **b)** $\sqrt[3]{2\sqrt[4]{8}}$ **c)** $\left(\sqrt[4]{a^3}\cdot\sqrt[5]{a^4}\right) : \sqrt{a}$

a) $\sqrt[12]{4} = \sqrt[6]{2}$

b) $\sqrt[12]{2^4\cdot 2^3} = \sqrt[12]{2^7} = \sqrt[12]{128}$

c) $\sqrt[20]{\dfrac{a^{15}\cdot a^{16}}{a^{10}}} = \sqrt[20]{a^{21}} = a\sqrt[20]{a}$

24 **Racionaliza os denominadores e simplifica:**

a) $\dfrac{2\sqrt{3}}{\sqrt{18}}$ **b)** $\dfrac{2}{\sqrt[3]{2}}$ **c)** $\dfrac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}$

d) $\dfrac{3}{3+\sqrt{3}}$ **e)** $\dfrac{\sqrt{72}+3\sqrt{32}-\sqrt{8}}{\sqrt{8}}$

a) $\dfrac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2\cdot 3^2}} = \dfrac{2\sqrt{3}}{3\sqrt{2}} = \dfrac{2\sqrt{6}}{3\cdot 2} = \dfrac{\sqrt{6}}{3}$

b) $\dfrac{2\sqrt[3]{2^2}}{2} = \sqrt[3]{4}$

c) $\dfrac{(\sqrt{2}-1)\sqrt{2}}{2} = \dfrac{2-\sqrt{2}}{2}$

d) $\dfrac{3(3-\sqrt{3})}{9-3} = \dfrac{9-3\sqrt{3}}{6} = \dfrac{3(3-\sqrt{3})}{2\cdot 3} = \dfrac{3-\sqrt{3}}{2}$

e) $\dfrac{\sqrt{2^3\cdot 3^2}+3\sqrt{2^5}-\sqrt{2^3}}{\sqrt{2^3}} = \dfrac{3\sqrt{8}+6\sqrt{8}-\sqrt{8}}{\sqrt{8}} = \dfrac{8\sqrt{8}}{\sqrt{8}} = 8$

25 **Calcula e simplifica:**

a) $5\sqrt{125} + 6\sqrt{45} - 7\sqrt{20} + \frac{3}{2}\sqrt{80}$

b) $\sqrt[3]{16} + 2\sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{54} - \frac{21}{5}\sqrt[3]{250}$

c) $\sqrt{125} + \sqrt{54} - \sqrt{45} - \sqrt{24}$

d) $(\sqrt{2} + \sqrt{3})(\sqrt{6} - 1)$

a) $25\sqrt{5} + 18\sqrt{5} - 14\sqrt{5} + 6\sqrt{5} = 35\sqrt{5}$

b) $2\sqrt[3]{2} + 2\sqrt[3]{2} - 3\sqrt[3]{2} - 21\sqrt[3]{2} = -20\sqrt[3]{2}$

c) $5\sqrt{5} + 3\sqrt{6} - 3\sqrt{5} - 2\sqrt{6} = 2\sqrt{5} + \sqrt{6}$

d) $\sqrt{12} - \sqrt{2} + \sqrt{18} - \sqrt{3} = 2\sqrt{3} - \sqrt{2} + 3\sqrt{2} - \sqrt{3} = \sqrt{3} + 2\sqrt{2}$

26 **Simplifica ao máximo as seguintes expresións:**

a) $3\sqrt[3]{16} - 2\sqrt[3]{250} + 5\sqrt[3]{54} - 4\sqrt[3]{2}$

b) $\sqrt{\frac{2}{5}} - 4\sqrt{\frac{18}{125}} + \frac{1}{3}\sqrt{\frac{8}{45}}$

c) $7\sqrt[3]{81a} - 2\sqrt[3]{3a^4} + \frac{\sqrt[3]{3a}}{5}$

a) $3\sqrt[3]{2^4} - 2\sqrt[3]{2 \cdot 5^3} + 5\sqrt[3]{2 \cdot 3^3} - 4\sqrt[3]{2} = 6\sqrt[3]{2} - 10\sqrt[3]{2} + 15\sqrt[3]{2} - 4\sqrt[3]{2} = 7\sqrt[3]{2}$

b) $\sqrt{\frac{2}{5}} - 4\sqrt{\frac{2 \cdot 3^2}{5^3}} + \frac{1}{3}\sqrt{\frac{2^3}{3^2 \cdot 5}} = \sqrt{\frac{2}{5}} - \frac{12}{5}\sqrt{\frac{2}{5}} + \frac{2}{9}\sqrt{\frac{2}{5}} = \frac{-53}{45}\sqrt{\frac{2}{5}}$

c) $7\sqrt[3]{3^4 \cdot a} - 2\sqrt[3]{3a^4} + \frac{\sqrt[3]{3a}}{5} = 21\sqrt[3]{3a} - 2a\sqrt[3]{3a} + \frac{\sqrt[3]{3a}}{5} = \left(\frac{106}{5} - 2a\right)\sqrt[3]{3a}$

27 **Efectúa e simplifica:**

a) $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2 - (\sqrt{3} - \sqrt{2})^2$

b) $(\sqrt{6} + \sqrt{5})2\sqrt{2}$

c) $(\sqrt{5} - \sqrt{6})(\sqrt{5} + \sqrt{6})$

d) $(2\sqrt{5} - 3\sqrt{2})^2$

e) $(\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} + 1)\sqrt{3}$

a) $(\sqrt{3} + \sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{2}) \cdot (\sqrt{3} + \sqrt{2} - \sqrt{3} + \sqrt{2}) = 2\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{2} = 4\sqrt{6}$

b) $2\sqrt{12} + 2\sqrt{10} = 4\sqrt{3} + 2\sqrt{10}$

c) $5 - 6 = -1$

d) $20 + 18 - 12\sqrt{10} = 38 - 12\sqrt{10}$

e) $(2 - 1)\sqrt{3} = \sqrt{3}$

28 **Racionaliza e simplifica:**

a) $\dfrac{2\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{18}}$ **b)** $\dfrac{2\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{12}}$ **c)** $\dfrac{1}{2(\sqrt{3}-\sqrt{5})}$

d) $\dfrac{3}{\sqrt{5}-2}$ **e)** $\dfrac{11}{2\sqrt{5}+3}$ **f)** $\dfrac{3\sqrt{6}+2\sqrt{2}}{3\sqrt{3}+2}$

a) $\dfrac{2\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{2\cdot 3^2}} = \dfrac{2\sqrt{3}-\sqrt{2}}{3\sqrt{2}} = \dfrac{(2\sqrt{3}-\sqrt{2})\sqrt{2}}{3\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}} = \dfrac{2\sqrt{6}-2}{3\cdot 2} =$

$= \dfrac{2(\sqrt{6}-1)}{3\cdot 2} = \dfrac{\sqrt{6}-1}{3}$

b) $\dfrac{2\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{2^2\cdot 3}} = \dfrac{2\sqrt{3}+\sqrt{2}}{2\sqrt{3}} = \dfrac{(2\sqrt{3}+\sqrt{2})\sqrt{3}}{2\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}} = \dfrac{6+\sqrt{6}}{6} = 1 + \dfrac{\sqrt{6}}{6}$

c) $\dfrac{(\sqrt{3}+\sqrt{5})}{2(\sqrt{3}+\sqrt{5})(\sqrt{3}+\sqrt{5})} = \dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{5}}{2(3-5)} = \dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{5}}{-4} = -\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{5}}{4}$

d) $\dfrac{3(\sqrt{5}+2)}{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)} = \dfrac{3(\sqrt{5}+2)}{5-4} = 3(\sqrt{5}+2) = 3\sqrt{5}+6$

e) $\dfrac{11(2\sqrt{5}-3)}{2(\sqrt{5}+3)(2\sqrt{5}-3)} = \dfrac{11(2\sqrt{5}-3)}{20-9} = \dfrac{11(2\sqrt{5}-3)}{11} = 2\sqrt{5}-3$

f) $\dfrac{(3\sqrt{6}+2\sqrt{2})(3\sqrt{3}-2)}{(3\sqrt{3}+2)(3\sqrt{3}-2)} = \dfrac{9\sqrt{18}-6\sqrt{6}+6\sqrt{6}-4\sqrt{2}}{27-4} = \dfrac{9\sqrt{2\cdot 3^2}-4\sqrt{2}}{23} =$

$= \dfrac{27\sqrt{2}-4\sqrt{2}}{23} = \dfrac{23\sqrt{2}}{23} = \sqrt{2}$

29 **Efectúa e simplifica:**

a) $\dfrac{3}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} - \dfrac{2}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$ **b)** $\dfrac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{\sqrt{7}+\sqrt{5}} - \dfrac{\sqrt{7}+\sqrt{5}}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}$

a) $\dfrac{3(\sqrt{3}+\sqrt{2})-2(\sqrt{3}-\sqrt{2})}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})} = \dfrac{3\sqrt{3}+3\sqrt{2}-2\sqrt{3}+2\sqrt{2}}{3-2} = \sqrt{3}+5\sqrt{2}$

b) $\dfrac{(\sqrt{7}-\sqrt{5})^2-(\sqrt{7}+\sqrt{5})^2}{(\sqrt{7}+\sqrt{5})(\sqrt{7}-\sqrt{5})} = \dfrac{(\sqrt{7}-\sqrt{5}+\sqrt{7}-\sqrt{5})(\sqrt{7}-\sqrt{5}-\sqrt{7}-\sqrt{5})}{7-5} =$

$= \dfrac{2\sqrt{7}\,(-2\sqrt{5})}{2} = -2\sqrt{35}$

Páxina 47

Notación científica e erros

30 **Efectúa e dá o resultado en notación científica con tres cifras significativas. Determina tamén, en cada caso, unha cota do erro absoluto e outra do erro relativo cometidos.**

a) $\dfrac{(3{,}12 \cdot 10^{-5} + 7{,}03 \cdot 10^{-4})\, 8{,}3 \cdot 10^{8}}{4{,}32 \cdot 10^{3}}$

b) $\dfrac{(12{,}5 \cdot 10^{7} - 8 \cdot 10^{9})(3{,}5 \cdot 10^{-5} + 185)}{9{,}2 \cdot 10^{6}}$

c) $\dfrac{5{,}431 \cdot 10^{3} - 6{,}51 \cdot 10^{4} + 385 \cdot 10^{2}}{8{,}2 \cdot 10^{-3} - 2 \cdot 10^{-4}}$

a) $1{,}41 \cdot 10^{2}$ $\quad |\text{Error absoluto}| < 0{,}005 \cdot 10^{2} = 0{,}5$

$|\text{Error relativo}| < \dfrac{0{,}5}{141} < 0{,}00355$

b) $-1{,}58 \cdot 10^{5}$ $\quad |\text{Error absoluto}| < 0{,}005 \cdot 10^{5} = 5 \cdot 10^{2}$

$|\text{Error relativo}| < \dfrac{5 \cdot 10^{2}}{1{,}58 \cdot 10^{5}} < 3{,}16 \cdot 10^{-3}$

c) $-2{,}65 \cdot 10^{6}$ $\quad |\text{Error absoluto}| < 0{,}005 \cdot 10^{6} = 5 \cdot 10^{3}$

$|\text{Error relativo}| < \dfrac{5 \cdot 10^{3}}{2{,}65 \cdot 10^{6}} < 1{,}89 \cdot 10^{-3}$

31 **Ordena de maior a menor os números de cada epígrafe. Para iso, pasa a notación científica os que non o estean:**

a) $3{,}27 \cdot 10^{13}$; $\quad 85{,}7 \cdot 10^{12}$; $\quad 453 \cdot 10^{11}$

b) $1{,}19 \cdot 10^{-9}$; $\quad 0{,}05 \cdot 10^{-7}$; $\quad 2\,000 \cdot 10^{-12}$

a) $8{,}57 \cdot 10^{13} > 4{,}53 \cdot 10^{13} > 3{,}27 \cdot 10^{13}$

b) $5 \cdot 10^{-9} > 2 \cdot 10^{-9} > 1{,}19 \cdot 10^{-9}$

32 **Efectúa:** $\dfrac{2 \cdot 10^{-7} - 3 \cdot 10^{-5}}{4 \cdot 10^{6} + 10^{5}}$

$-7{,}268 \cdot 10^{-12}$

33 **Expresa en notación científica e calcula:** $\dfrac{60\,000^{3} \cdot 0{,}00002^{4}}{100^{2} \cdot 72\,000\,000 \cdot 0{,}0002^{5}}$

$$\frac{(6 \cdot 10^{4})^{3} \cdot (2 \cdot 10^{-5})^{4}}{10^{4} \cdot 7{,}2 \cdot 10^{7} \cdot (2 \cdot 10^{-4})^{5}} = 150$$

34 **Considera os números:**

$A = 3{,}2 \cdot 10^7$; $B = 5{,}28 \cdot 10^4$ e $C = 2{,}01 \cdot 10^5$

Calcula $\dfrac{B + C}{A}$. Expresa o resultado con tres cifras significativas e dá unha cota do erro absoluto e outra do erro relativo cometidos.

$$\frac{B + C}{A} = 7{,}93 \cdot 10^{-3}$$

$|\text{E.A.}| < 0{,}005 \cdot 10^{-3} = 5 \cdot 10^{-6}$

$|\text{E.R.}| < 6{,}31 \cdot 10^{-4}$

35 **Se $A = 3{,}24 \cdot 10^6$; $B = 5{,}1 \cdot 10^{-5}$; $C = 3{,}8 \cdot 10^{11}$ e $D = 6{,}2 \cdot 10^{-6}$, calcula $\left(\dfrac{A}{B} + C\right) \cdot D$. Expresa o resultado con tres cifras significativas e dá unha cota do erro absoluto e outra do erro relativo cometidos.**

$$\left(\frac{A}{B} + C\right) \cdot D = 2{,}75 \cdot 10^6$$

$|\text{E.A.}| < 0{,}005 \cdot 10^6 = 5 \cdot 10^3$

$|\text{E.R.}| < 1{,}82 \cdot 10^{-3}$

Intervalos e valor absoluto

36 **Expresa como desigualdade e como intervalo, e represéntaos:**

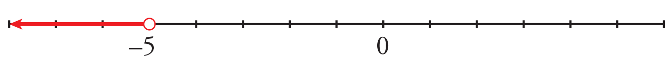
a) x é menor ca –5.

b) 3 é menor ou igual ca x.

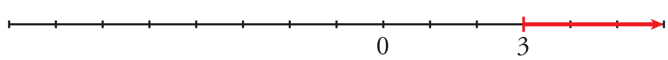
c) x está comprendido entre –5 e 1.

d) x está entre –2 e 0, os dous incluídos.

a) $x < -5$; $(-\infty, -5)$



b) $3 \leq x$; $[3, +\infty)$



c) $-5 < x < 1$; $(-5, 1)$

d) $-2 \leq x \leq 0$; $[-2, 0]$

37 **Representa graficamente e expresa como intervalos estas desigualdades:**

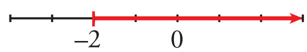
a) $-3 \leq x \leq 2$ **b)** $5 < x$ **c)** $x \geq -2$

d) $-2 \leq x < 3/2$ **e)** $4 < x < 4{,}1$ **f)** $-3 \leq x$

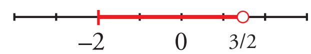
a) $[-3, 2]$

b) $(5, +\infty)$

c) $[-2, +\infty)$



d) $\left[-2, \dfrac{3}{2}\right)$



e) $(4; 4{,}1)$

f) $[-3, +\infty)$

38 **Escribe a desigualdade que verifica todo número x que pertence a estes intervalos:**

a) $[-2, 7]$ **b)** $[13, +\infty)$ **c)** $(-\infty, 0)$

d) $(-3, 0]$ **e)** $[3/2, 6)$ **f)** $(0, +\infty)$

a) $-2 \leq x \leq 7$ b) $x \geq 13$ c) $x < 0$

d) $-3 < x \leq 0$ e) $\dfrac{3}{2} \leq x < 6$ f) $0 < x < +\infty$

39 **Expresa como intervalo a parte común de cada parella de intervalos ($A \cap B$) e ($I \cap J$):**

a) $A = [-3, 2]$ $B = [0, 5]$ **b)** $I = [2, +\infty)$ $J = (0, 10)$

a) $[0, 2]$ b) $[2, 10)$

40 **Escribe en forma de intervalos os números que verifican estas desigualdades:**

a) $x < 3$ **ou** $x \geq 5$ **b)** $x > 0$ **e** $x < 4$

c) $x \leq -1$ **ou** $x > 1$ **d)** $x < 3$ **e** $x \geq -2$

☛ ***Represéntaos graficamente, e se son dous intervalos separados, como en a), escribe: $(-\infty, 3) \cup [5, +\infty)$***

a) $(-\infty, 3) \cup [5, +\infty)$ b) $(0, 4)$

c) $(-\infty, -1] \cup (1, +\infty)$ d) $[-2, 3)$

41 **Expresa, en forma de intervalo, os números que cumpren cada unha destas expresións:**

a) $|x| < 7$ **b)** $|x| \geq 5$ **c)** $|2x| < 8$

d) $|x - 1| \leq 6$ **e)** $|x + 2| > 9$ **f)** $|x - 5| \geq 1$

a) $(-7, 7)$ b) $[-\infty, -5] \cup [5, +\infty]$ c) $(-4, 4)$

d) $[-5, 7]$ e) $(-11, 7)$ f) $(-\infty, 4] \cup [6, +\infty)$

42 **Indica que valores de x cumpren:**

a) $|x - 2| = 5$ **b)** $|x - 4| \le 7$ **c)** $|x + 3| \ge 6$

a) 7 y –3

b) $-3 \le x \le 11$; $[-3, 11]$

c) $x \le -9$ y $x \ge 3$; $(-\infty, -9] \cup [3, +\infty)$

43 **Escribe, mediante intervalos, os valores que pode ter x para que se poida calcular a raíz en cada caso:**

a) $\sqrt{x - 4}$ **b)** $\sqrt{2x + 1}$ **c)** $\sqrt{-x}$

d) $\sqrt{3 - 2x}$ **e)** $\sqrt{-x - 1}$ **f)** $\sqrt{1 + \frac{x}{2}}$

a) $x - 4 \ge 0 \Rightarrow x \ge 4$; $[4, +\infty)$

b) $2x + 1 \ge 0 \Rightarrow 2x \ge -1 \Rightarrow x \ge -\frac{1}{2}$; $\left[-\frac{1}{2}, +\infty\right)$

c) $-x \ge 0 \Rightarrow x \le 0$; $(-\infty, 0]$

d) $3 - 2x \ge 0 \Rightarrow 3 \ge 2x \Rightarrow x \le \frac{3}{2}$; $\left(-\infty, \frac{3}{2}\right]$

e) $-x - 1 \ge 0 \Rightarrow -1 \ge x$; $(-\infty, -1]$

f) $1 + \frac{x}{2} \ge 0 \Rightarrow 2 + x \ge 0 \Rightarrow x \ge -2$; $[-2, +\infty)$

44 **Determina a distancia entre os seguintes pares de números:**

a) **7 e 3** **b)** **5 e 11** **c)** **–3 e –9** **d)** **–3 e 4**

a) $|7 - 3| = 4$

b) $|11 - 5| = 6$

c) $|-9 - (-3)| = |-9 + 3| = |-6| = 6$

d) $|4 - (-3)| = 7$

45 **Expresa como un único intervalo:**

a) $(1, 6] \cup [2, 5)$ **b)** $[-1, 3) \cup (0, 3]$

c) $(1, 6] \cap [2, 7)$ **d)** $[-1, 3) \cap (0, 4)$

a) $(1, 6] \cup [2, 5) = (1, 6]$

b) $[-1, 3) \cup (0, 3] = [-1, 3]$

c) $(1, 6] \cap [2, 7) = [2, 6]$

d) $[-1, 3) \cap (0, 4) = (0, 3)$

Páxina 48

46 **Escribe en forma de intervalo as seguintes veciñanzas:**

a) Centro –1 e raio 2

b) Centro 2,5 e raio 2,01

c) Centro 2 e raio 1/3

a) $(-1-2, -1+2) = (-3, 1)$

b) $(2{,}5 - 2{,}01;\ 2{,}5 + 2{,}01) = (0{,}49;\ 4{,}51)$

c) $\left(2 - \frac{1}{3}, 2 + \frac{1}{3}\right) = \left(\frac{5}{3}, \frac{7}{3}\right)$

47 **Describe como veciñanzas estes intervalos:**

a) (–1, 2) **b) (1,3; 2,9)** **c) (–2,2; 0,2)** **d) (–4; –2,8)**

a) $C = \frac{-1+2}{2} = \frac{1}{2}$; $R = 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

Entorno de centro $\frac{1}{2}$ y radio $\frac{3}{2}$.

b) $C = \frac{1{,}3 + 2{,}9}{2} = 2{,}1$; $R = 2{,}9 - 2{,}1 = 0{,}8$

Entorno de centro 2,1 y radio 0,8

c) $C = \frac{-2{,}2 + 0{,}2}{2} = -1$; $R = 0{,}2 - (-1) = 1{,}2$

Entorno de centro –1 y radio 1,2.

d) $C = \frac{-4 + (-2{,}8)}{2} = -3{,}4$; $R = -2{,}8 - (-3{,}4) = 0{,}6$

Entorno de centro –3,4 y radio 0,6.

48 **Comproba se é verdadeira ou falsa cada unha das seguintes expresións:**

a) $|a| < b$ **equivale a** $-b < a < b$

b) $|-a| = -|a|$

c) $|a+b| = |a| + |b|$

d) $|a \cdot b| = |a| \cdot |b|$

a) Verdadera (siempre que $b > 0$).

b) Falsa; pues $|-a| \geq 0$ y $-|a| \leq 0$. (Solo sería cierta para $a = 0$).

c) Falsa. Solo es cierta cuando a y b tienen el mismo signo.

En general, $|a+b| \leq |a| + |b|$.

d) Verdadera.

Logaritmos

49 **Calcula:**

a) $\log_2 1\,024$ **b)** $\log 0{,}001$ **c)** $\log_2 \frac{1}{64}$ **d)** $\log_{\sqrt{3}} 3$

e) $\log_3 \sqrt{3}$ **f)** $\log_2 \sqrt{8}$ **g)** $\log_{1/2} \frac{2}{\sqrt{2}}$ **h)** $\log_\pi 1$

a) $\log_2 2^{10} = 10$ b) $\log 10^{-3} = -3$ c) $\log_2 2^{-6} = -6$

d) $\log_{\sqrt{3}} (\sqrt{3})^2 = 2$ e) $\log_3 3^{1/2} = \frac{1}{2}$ f) $\log_2 2^{3/2} = \frac{3}{2}$

g) $\log_{1/2} \left(\frac{1}{2}\right)^{-1/2} = -\frac{1}{2}$ h) 0

50 **Calcula, utilizando a definición de logaritmo:**

a) $\log_2 64 + \log_2 \frac{1}{4} - \log_3 9 - \log_2 \sqrt{2}$

b) $\log_2 \frac{1}{32} + \log_3 \frac{1}{27} - \log_2 1$

a) $6 - 2 - 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

b) $-5 - 3 - 0 = -8$

51 **Calcula a base destes logaritmos:**

a) $\log_x 125 = 3$ **b)** $\log_x \frac{1}{9} = -2$

a) $x^3 = 125;\ \ x = 5$ b) $x^{-2} = \frac{1}{9};\ \ x = 3$

52 **Calcula o valor de x nestas igualdades:**

a) $\log 3^x = 2$ **b)** $\log x^2 = -2$ **c)** $7^x = 115$ **d)** $5^{-x} = 3$

a) $x = \frac{2}{\log 3} = 4{,}19$ b) $2 \log x = -2;\ \ x = \frac{1}{10}$

c) $x = \frac{\log 115}{\log 7} = 2{,}438$ d) $x = -\frac{\log 3}{\log 5} = -0{,}683$

53 **Determina coa calculadora e comproba o resultado coa potenciación.**

a) $\boldsymbol{log \sqrt{148}}$ **b)** $\boldsymbol{ln\ (2,3 \cdot 10^{11})}$ **c)** $\boldsymbol{ln\ (7,2 \cdot 10^{-5})}$

d) $\boldsymbol{log_3\ 42,9}$ **e)** $\boldsymbol{log_5\ 1,95}$ **f)** $\boldsymbol{log_2\ 0,034}$

a) 1,085

b) $ln\ (2,3 \cdot 10^{11}) \approx 26,16 \ \rightarrow\ e^{26,161} \approx 2,3 \cdot 10^{11}$

c) $ln\ (7,2 \cdot 10^{-5}) \approx -9,54 \ \rightarrow\ e^{-9,54} \approx 7,2 \cdot 10^{-5}$

d) $3,42 \ \rightarrow\ 3^{3,42} \approx 42,9$

e) $0,41 \ \rightarrow\ 5^{0,41} \approx 1,95$

f) $-4,88 \ \rightarrow\ 2^{-4,88} \approx 0,034$

54 **Calcula a base de cada caso:**

a) $\boldsymbol{log_x\ 1/4 = 2}$ **b)** $\boldsymbol{log_x\ 2 = 1/2}$ **c)** $\boldsymbol{log_x\ 0,04 = -2}$ **d)** $\boldsymbol{log_x\ 4 = -1/2}$

☛ ***Aplica a definición de logaritmo e as propiedades das potencias para despexar x.***

En c), $x^{-2} = 0,04 \Leftrightarrow \dfrac{1}{x^2} = \dfrac{4}{100}$.

a) $x^2 = \dfrac{1}{4} \ \rightarrow\ x = \dfrac{1}{2}$

b) $x^{1/2} = 2 \ \rightarrow\ x = 4$

c) $x^{-2} = 0,04 \ \rightarrow\ x = 5$

d) $x^{-1/2} = 4 \ \rightarrow\ x = \dfrac{1}{16}$

55 **Determina o valor de *x* nestas expresións aplicando as propiedades dos logaritmos:**

a) $\boldsymbol{ln\ x = ln\ 17 + ln\ 13}$ **b)** $\boldsymbol{log\ x = log\ 36 - log\ 9}$

c) $\boldsymbol{ln\ x = 3\ ln\ 5}$ **d)** $\boldsymbol{log\ x = log\ 12 + log\ 25 - 2\ log\ 6}$

e) $\boldsymbol{ln\ x = 4\ ln\ 2 - \frac{1}{2}\ ln\ 25}$

☛ ***a) Por logaritmo dun produto:*** $ln\ x = ln\ (17 \cdot 13)$

a) $ln\ x = ln\ (17 \cdot 13) \ \Rightarrow\ x = 17 \cdot 13 = 221$

b) $log\ x = log\ \dfrac{36}{9} \ \Rightarrow\ x = \dfrac{36}{9} = 4$

c) $ln\ x = ln\ 5^3 \ \Rightarrow\ x = 5^3 = 125$

d) $log\ x = log\ \dfrac{12 \cdot 25}{6^2} \ \Rightarrow\ x = \dfrac{25}{3}$

e) $ln\ x = ln\ 2^4 - ln\ \sqrt{25}$

$ln\ x = ln\ 16 - ln\ 5$

$ln\ x = ln\ \dfrac{16}{5} \ \Rightarrow\ x = \dfrac{16}{5}$

56 **Sabendo que $log\, 3 = 0,477$, calcula o logaritmo decimal de 30; 300; 3 000; 0,3; 0,03; 0,003.**

$log\ 30 = log\ (3 \cdot 10) = log\ 3 + log\ 10 = 0,477 + 1 = 1,477$

$log\ 300 = log\ (3 \cdot 10^2) = log\ 3 + 2\ log\ 10 = 2,477$

$log\ 3\,000 = 0,477 + 3 = 3,477$

$log\ 0,3 = log\ (3 \cdot 10^{-1}) = 0,477 - 1 = -0,523$

$log\ 0,03 = log\ (3 \cdot 10^{-2}) = 0,477 - 2 = -1,523$

$log\ 0,003 = 0,477 - 3 = -2,523$

57 **Sabendo que $log\ k = 14,4$, calcula o valor das seguintes expresións:**

a) $log \dfrac{k}{100}$ **b)** $log\ 0,1\ k^2$ **c)** $log \sqrt[3]{\dfrac{1}{k}}$ **d)** $(log\ k)^{1/2}$

a) $log\ k - log\ 100 = 14,4 - 2 = 12,4$

b) $log\ 0,1 + 2\ log\ k = -1 + 2 \cdot 14,4 = 27,8$

c) $\dfrac{1}{3}(log\ 1 - log\ k) = -\dfrac{1}{3} \cdot 14,4 = -4,8$

d) $(14,4)^{1/2} = \sqrt{14,4} = 3,79$

58 **Sabendo que $ln\ k = 0,45$, calcula o valor de:**

a) $ln \dfrac{k}{e}$ **b)** $ln \sqrt[3]{k}$ **c)** $ln \dfrac{e^2}{k}$

a) $ln \dfrac{k}{e} = ln\ k - ln\ e = 0,45 - 1 = -0,55$

b) $ln \sqrt[3]{k} = \dfrac{1}{3}\ ln\ k = \dfrac{1}{3} \cdot 0,45 = 0,15$

c) $ln \dfrac{e^2}{k} = 2\ ln\ e - ln\ k = 2 - 0,45 = 1,55$

59 **Calcula x para que se cumpra:**

a) $x^{2,7} = 19$ **b)** $log_7\ 3x = 0,5$ **c)** $3^{2+x} = 172$

a) $log\ x^{2,7} = log\ 19 \Rightarrow 2,7\ log\ x = log\ 19 \Rightarrow log\ x = \dfrac{log\ 19}{2,7} = 0,47$

$x = 10^{0,47} = 2,98$

b) $7^{0,5} = 3x \Rightarrow x = \dfrac{7^{0,5}}{3} = 0,88$

c) $log\ 3^{2+x} = log\ 172 \Rightarrow (2 + x)\ log\ 3 = log\ 172 \Rightarrow 2 + x = \dfrac{log\ 172}{log\ 3}$

$x = \dfrac{log\ 172}{log\ 3} - 2 = 2,685$

60 **Se $\log k = x$, escribe en función de x:**

a) $\log k^2$ **b)** $\log \frac{k}{100}$ **c)** $\log \sqrt{10k}$

a) $2 \log k = 2x$ b) $\log k - \log 100 = x - 2$ c) $\frac{1}{2} \log 10k = \frac{1}{2}(1 + x)$

61 **Comproba que** $\dfrac{\log \frac{1}{a} + \log \sqrt{a}}{\log a^3} = -\dfrac{1}{6}$ **(sendo $a \neq 1$).**

$$\frac{-\log a + 1/2 \log a}{3 \log a} = \frac{-1/2 \log a}{3 \log a} = -\frac{1}{6}$$

Ha de ser $a \neq 1$ para que $\log a \neq 0$ y podamos simplificar.

Páxina 49

CUESTIÓNS TEÓRICAS

62 **Explica se estas frases son verdadeiras ou falsas:**

a) Todo número enteiro é racional.

b) Hai números irracionais que son enteiros.

c) Todo número irracional é real.

d) Todos os números decimais son racionais.

e) Entre dous números racionais hai infinitos números irracionais.

f) Os números racionais enchen a recta.

a) V b) F c) V

d) F e) V f) F

63 **Que relación existe entre a e b nos seguintes casos?:**

a) $\log a = 1 + \log b$

b) $\log a + \log \frac{1}{b} = 0$

a) $\log a - \log b = 1 \rightarrow \log \frac{a}{b} = 1 \rightarrow \frac{a}{b} = 10 \rightarrow a = 10b$

b) $\log \left(a \cdot \frac{1}{b}\right) = 0 \rightarrow \frac{a}{b} = 10^0 \rightarrow \frac{a}{b} = 1 \rightarrow a = b$

64 **Cales destas igualdades son verdadeiras? Explica por que:**

a) $\log m + \log n = \log (m + n)$

b) $\log m - \log n = \dfrac{\log m}{\log n}$

c) $\log m - \log n = \log \dfrac{m}{n}$

d) $\log x^2 = \log x + \log x$

e) $\log (a^2 - b^2) = \log (a + b) + \log (a - b)$

a) Falso. $\log m + \log n = \log (m \cdot n) \neq \log (m + n)$

b) Falso. $\log m - \log n = \log \left(\dfrac{m}{n}\right) \neq \dfrac{\log m}{\log n}$

c) Verdadero. Por una propiedad de los logaritmos.

d) Verdadero. $\log x^2 = \log (x \cdot x) = \log x + \log x$

e) Verdadero. $\log (a^2 - b^2) = \log [(a + b) \cdot (a - b)] = \log (a + b) + \log (a - b)$

PARA AFONDAR

65 **Se $n \neq 0$ é natural, determina para que valores de n estes números pertencen a $\mathbb{Z}$:**

a) $\dfrac{n}{2}$ **b)** $\dfrac{3}{n}$ **c)** $n - 5$ **d)** $n + \dfrac{1}{2}$ **e)** $\sqrt{n}$

a) n par.

b) $n = 1$ o $n = 3$.

c) n cualquier natural.

d) Ninguno.

e) n cuadrado perfecto.

66 **Di cal é a parte enteira dos seguintes logaritmos sen utilizares a calculadora:**

a) $\log 348$ **b)** $\log_2 58$ **c)** $\log 0{,}03$

a) $100 < 348 < 1\,000 \rightarrow 2 < \log 348 < 3 \rightarrow \log 348 = 2,\ldots$

b) $2^5 < 58 < 2^6 \rightarrow 5 < \log_2 58 < 6 \rightarrow \log_2 58 = 5,\ldots$

c) $0{,}01 < 0{,}03 < 0{,}1 \rightarrow -2 < \log 0{,}03 < -1 \rightarrow \log 0{,}03 = -1,\ldots$

67 **Sexan m e n dous números racionais. Que podes dicir do signo de m e n en cada un destes casos?**

a) $m \cdot n > 0$ **e** $m + n < 0$

b) $m \cdot n < 0$ **e** $m - n > 0$

c) $m \cdot n < 0$ **e** $m - n < 0$

a) $m < 0,\ n < 0$ b) $m > 0,\ n < 0$ c) $m < 0,\ n > 0$

68 **Se $x \in \mathbb{N}$ e $x > 1$, ordena estes números:**

$$\frac{1}{x+1}\ ;\ x\ ;\ \frac{1}{x}\ ;\ -\frac{1}{x}\ ;\ \frac{1}{-x-1}$$

$$-\frac{1}{x} < \frac{-1}{x+1} < \frac{1}{x+1} < \frac{1}{x} < x$$

69 **Ordena de menor a maior os números a, a^2, $\frac{1}{a}$, $\sqrt{a}$, se $a > 1$ e se $0 < a < 1$.**

Si $a > 1 \rightarrow \frac{1}{a} < \sqrt{a} < a < a^2$

Si $0 < a < 1 \rightarrow a^2 < a < \sqrt{a} < \frac{1}{a}$

AUTOAVALIACIÓN

1. **Dados os números:**

$$-\frac{58}{45};\ \frac{51}{17};\ \frac{\pi}{3};\ \sqrt[4]{-3};\ \sqrt[3]{-8};\ \sqrt[5]{2^3};\ 1{,}0\widehat{7}$$

a) Clasifícaos indicando a cales dos conxuntos $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$ ou $\mathbb{R}$ pertencen.

b) Ordena de menor a maior os reais.

c) Cales deles cres que pertencen ao intervalo (–2, 11/9]?

a) $\mathbb{N}$: $\frac{51}{17}$ $\mathbb{Z}$: $\frac{51}{17};\ \sqrt[3]{-8}$

$\mathbb{Q}$: $\frac{51}{17};\ \sqrt[3]{-8};\ -\frac{58}{45};\ 1{,}0\widehat{7}$ $\mathbb{R}$: $\frac{51}{17};\ \sqrt[3]{-8};\ -\frac{58}{45};\ 1{,}0\widehat{7};\ \frac{\pi}{3};\ \sqrt[5]{2^3}$

b) $\sqrt[3]{-8} < -\frac{58}{45} < \frac{\pi}{3} < 1{,}0\widehat{7} < \sqrt[5]{2^3} < \frac{51}{17}$

c) $-\frac{58}{45};\ \frac{\pi}{3};\ 1{,}0\widehat{7}$

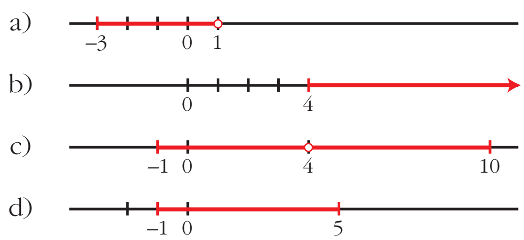
2. **Representa os seguintes conxuntos:**

a) $\{x \mid -3 \leq x < 1\}$

b) $[4, +\infty)$

c) $[-1, 4) \cup (4, 10]$

d) $(-\infty, 5) \cap (-1, +\infty)$

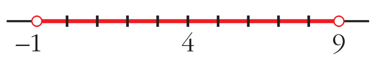


3. **Expresa en forma de intervalo en cada caso:**

a) $|x| \geq 8$ **b)** $|x - 4| < 5$

a) $(-\infty, -8] \cup [8, +\infty)$

b) $(-1, 9)$



4. **Multiplica e simplifica:** $\sqrt[3]{9a^2b} \cdot \sqrt[6]{18a^3b^2}$

Reducimos a índice común:

$\sqrt[6]{(9a^2b)^2} \cdot \sqrt[6]{18a^3b^2} = \sqrt[6]{2 \cdot 3^6 \cdot a^7 \cdot b^4} = 3a\sqrt[6]{2ab^4}$

5. **Reduce:** $\sqrt[3]{250} - \sqrt[3]{54} + \sqrt[3]{16} - 2\sqrt[3]{2}$

$\sqrt[3]{250} = \sqrt[3]{5^3 \cdot 2} = 5\sqrt[3]{2}$; $\sqrt[3]{54} = \sqrt[3]{3^3 \cdot 2} = 3\sqrt[3]{2}$; $\sqrt[3]{16} = \sqrt[3]{2^4} = 2\sqrt[3]{2}$

$\sqrt[3]{250} - \sqrt[3]{54} + \sqrt[3]{16} - 2\sqrt[3]{2} = 5\sqrt[3]{2} - 3\sqrt[3]{2} + 2\sqrt[3]{2} - 2\sqrt[3]{2} = 2\sqrt[3]{2}$

6. **Escribe como potencia e simplifica.**

$$\left(\sqrt[3]{\sqrt[5]{a^{12}}} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{a^2}}\right) : \left(a\sqrt[4]{a^{-2}}\right)$$

$\sqrt[3]{\sqrt[5]{a^{12}}} = \sqrt[15]{a^{12}} = a^{\frac{12}{15}} = a^{\frac{4}{5}}$; $\sqrt[3]{1/a^2} = \sqrt[3]{a^{-2}} = a^{-\frac{2}{3}}$; $a\sqrt[4]{a^{-2}} = a \cdot a^{-\frac{1}{2}} = a^{\frac{1}{2}}$

$\left(a^{\frac{4}{5}} \cdot a^{-\frac{2}{3}}\right) : a^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{4}{5} - \frac{2}{3} - \frac{1}{2}} = a^{-\frac{11}{30}}$

7. **Efectúa, tras racionalizar primeiro.**

$$\frac{4+\sqrt{6}}{2\sqrt{3}} - \frac{2}{3-\sqrt{3}}$$

$$\frac{4+\sqrt{6}}{2\sqrt{3}} = \frac{(4+\sqrt{6})\sqrt{3}}{2\sqrt{3}\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3}+\sqrt{18}}{6} = \frac{4\sqrt{3}+3\sqrt{2}}{6}$$

$$\frac{2}{3-\sqrt{3}} = \frac{2(3+\sqrt{3})}{3^2-(\sqrt{3})^2} = \frac{6+2\sqrt{3}}{6}$$

$$\frac{4\sqrt{3}+3\sqrt{2}}{6} - \frac{6+2\sqrt{3}}{6} = \frac{2\sqrt{3}+3\sqrt{2}-6}{6}$$

8. **Aplica a definición de logaritmo e obtén x:**

a) $\log_3 x = -\frac{1}{4}$ **b)** $\ln \frac{x}{3} = -1$ **c)** $\log_x 125 = 3$

a) $x = 3^{-\frac{1}{4}} \rightarrow x = 0{,}76$

b) $\frac{x}{3} = e^{-1} \rightarrow x = 3 \cdot e^{-1} = 1{,}10$

c) $x^3 = 125 \rightarrow x = 5$

9. **Aplica as propiedades dos logaritmos e indica A.**

$$\log A = 2 \log 3 + 0{,}5 \log 4 - 3 \log 2$$

$$\log A = \log \frac{3^2 \cdot 4^{0,5}}{2^3} \rightarrow A = \frac{9 \cdot 2}{8} = \frac{9}{4}$$

10. **Calcula x en cada caso.**

a) $2{,}5^x = 0{,}0087$

b) $e^{-x} = 425$

a) $x \log 2{,}5 = \log 0{,}0087 \rightarrow x = \frac{\log 0{,}0087}{\log 2{,}5} = -5{,}18$

b) $-x \ln e = \ln 425 \rightarrow x = -\ln 425 = -6{,}05$