

**EXAMEN DE FINAL DE 4º DE E.S.O. MATEMÁTICAS**

**GRUPO: B FECHA: 13/6/2010 ALUMNO:**

1. Clasifica los números de la siguiente lista en racionales o irracionales:

$$-5 \quad \sqrt[3]{-27} \quad \sqrt{8} \quad 3,303 \quad 0,1335557777\dots$$

$\mathbb{Z}$   $\mathbb{Z}$   $\mathbb{R}\setminus\mathbb{Q}$   $\mathbb{Q}$   $\mathbb{R}\setminus\mathbb{Q}$

$$\frac{\pi}{2} \quad \pi + 2 \quad -\sqrt[4]{16} \quad 3,303 \quad \frac{\phi-1}{2}$$

$\mathbb{R}\setminus\mathbb{Q}$   $\mathbb{R}\setminus\mathbb{Q}$   $\mathbb{Z}$   $\mathbb{Q}$   $\mathbb{R}\setminus\mathbb{Q}$

$\mathbb{Z}$  enteros (racionales también)

$\mathbb{Q}$  racionales

$\mathbb{R}\setminus\mathbb{Q}$  irracionales

2. Escribe como una sola potencia la expresión

$$\frac{x^2 \cdot \sqrt[3]{x \cdot \sqrt[3]{x^6}}}{\sqrt[3]{x}} = \frac{x^2 \sqrt[3]{x \cdot x^{\frac{6}{3}}}}{x^{\frac{1}{3}}} = \frac{x^2 \sqrt[3]{x^3}}{x^{\frac{1}{3}}} = \frac{x^2 \cdot x}{x^{\frac{1}{3}}} = \frac{x^3}{x^{\frac{1}{3}}} = x^{\frac{3}{\frac{1}{3}}} = x^{\frac{9}{1}} = x^9$$

3. Divide el polinomio  $P(x) = -2x^3 + x^2 + 2$  entre el polinomio  $Q(x) = x + 2$  y comprueba el resto utilizando el teorema del resto.

$$\begin{array}{r} -2 \mid -2 & 1 & 0 & 2 \\ & 4 & -10 & 20 \\ \hline & -2 & 5 & 10 & \boxed{22} \end{array}$$

$$C(x) = -2x^2 + 5x - 10$$

$$P(x) = 22$$

4. Factoriza el polinomio  $x^4 + x^3 - 6x^2 - 4x + 8$

$$x^4 + x^3 - 6x^2 - 4x + 8 = (x-1)(x-2)(x+2)^2$$

Teorema del resto  
 $P(-2) = -2(-2)^3 + (-2)^2 + 2 = 16 + 4 + 2 = 22$   
 coincide

$$\begin{array}{r} 1 & 1 & -6 & -4 & 8 \\ \hline 1 & 1 & 2 & -4 & -8 \\ \hline 1 & 2 & -4 & -8 & \boxed{0} \\ \hline 2 & 2 & 8 & 8 \\ \hline 1 & 4 & 4 & \boxed{0} \\ \hline -2 & -2 & -4 \\ \hline 1 & 2 & \boxed{0} \\ \hline -2 & -3 \\ \hline 1 & 0 \end{array}$$

5. Resuelve la ecuación

$$\sqrt{1-x} = x+5$$

$$1-x = (x+5)^2$$

$$1-x = x^2 + 10x + 25$$

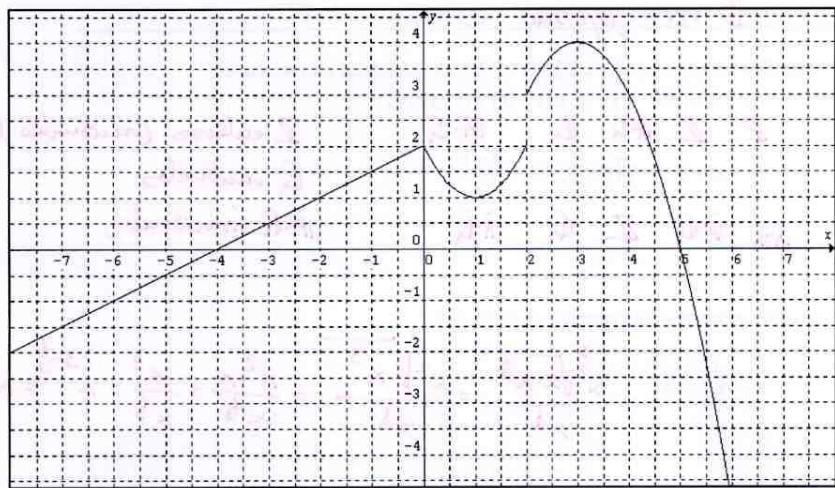
$$0 = x^2 + 10x + x + 25 - 1$$

$$\left. \begin{aligned} x^2 + 11x + 24 &= 0 \\ a &= 1 \\ b &= 11 \\ c &= 24 \end{aligned} \right\}$$

$$\begin{aligned} x &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-11 \pm \sqrt{121 - 96}}{2} = \frac{-11 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{-11 \pm 5}{2} \\ &= \frac{-11 + 5}{2} = \frac{-6}{2} = -3 \quad \checkmark \\ &= \frac{-11 - 5}{2} = \frac{-16}{2} = -8 \quad \times \end{aligned}$$

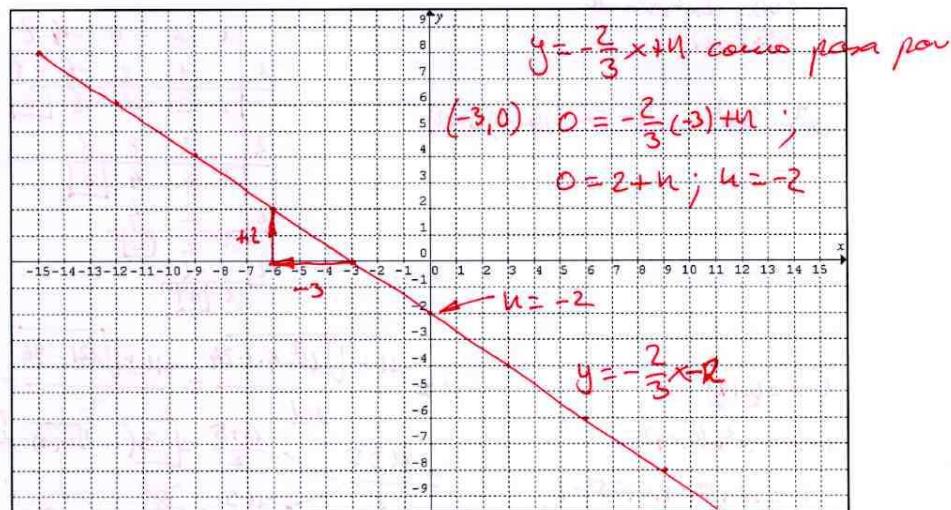
$$\sqrt{1-x} = -8 \text{ NO}$$

6. Observa la gráfica adjunta, y contesta a los apartados que hay a continuación:



- a) Puntos de corte con los ejes  $Eje OY (0, 2)$
- b) Estudio de monotonía (intervalos de crecimiento y de decrecimiento)  $Crec (1, 2) \cup (2, 3)$
- c) Estudio de continuidad (puntos en los que es continua)  $Decrec (0, 1) \cup (3, \infty)$
- d) Extremos relativos (máximos y mínimos)  $\text{Discontinua en } x=2$

7. Escribe la ecuación de la función cuya gráfica es una recta con pendiente  $m = -\frac{2}{3}$ , y que pasa por el punto  $P(-3, 0)$ . Represéntala.

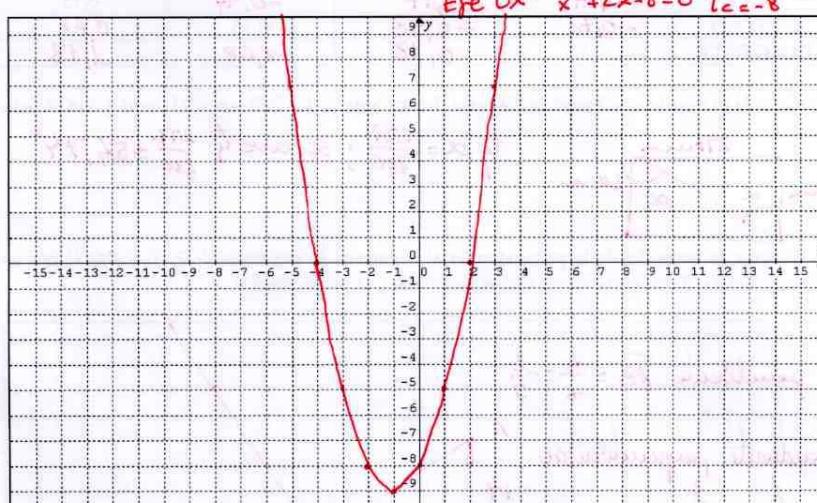


vértice  $(-\frac{b}{2a}, f(-\frac{b}{2a}))$   $(-1, -9)$

8. Sea la función  $f(x) = x^2 + 2x - 8$ . Calcula:

- a) Vértice de la parábola que es su gráfica;
- b) Puntos de corte con los ejes;
- c) Represéntala gráficamente.

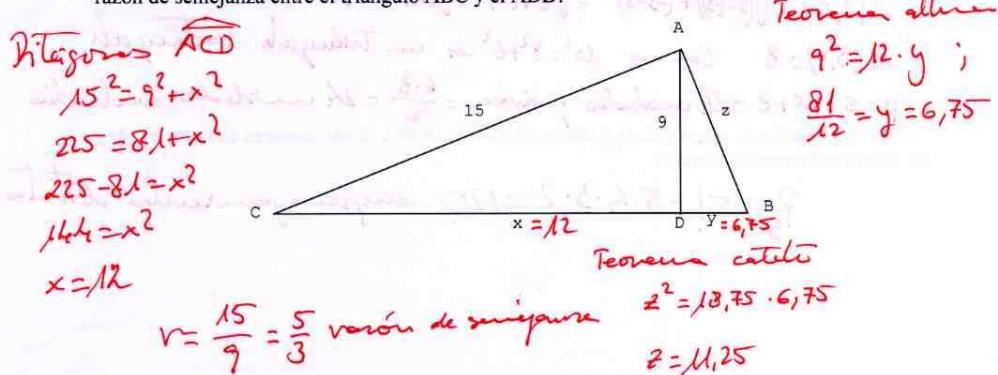
$$\begin{aligned} -\frac{b}{2a} &= \frac{-2}{2 \cdot 1} = -1; \quad f(-1) = (-1)^2 + 2(-1) - 8 = \\ &= 1 - 2 - 8 = -9 \\ \text{Eje OY} \quad (0, c) &= (0, -8) \\ \text{Eje OX} \quad x^2 + 2x - 8 &= 0 \quad \begin{cases} b = 2 \\ c = -8 \end{cases} \quad x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \\ &= \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 32}}{2} = \\ &= \frac{-2 \pm \sqrt{36}}{2} = \\ &= \frac{-2 \pm 6}{2} = \\ &= 2 \quad 2 \\ &= -4 \quad -4 \end{aligned}$$



9. Calcula:

- a)  $\lg_5(25 \cdot 125) = \lg_5(5^2 \cdot 5^3) = \lg_5 5^5 = 5$
- b)  $\lg_5 25 + \lg_5 125 = \lg_5 5^2 + \lg_5 5^3 = 2 + 3 = 5$
- c)  $\lg(2 \cdot 50) = \lg 100 = \lg 10^2 = 2$
- d)  $\lg 2 + \lg 50 = 0,301030 + 1,698970 = 2$
- e)  $\lg_a(b \cdot c) = \lg_a b + \lg_a c$

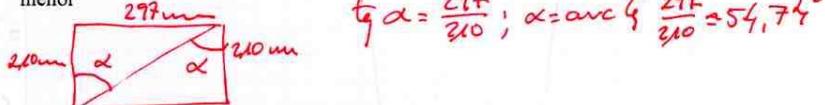
10. Observa el triángulo rectángulo ABC, y averigua los valores de  $x$ , de  $y$  y de  $z$ . ¿Cuál es la razón de semejanza entre el triángulo ABC y el ADB?



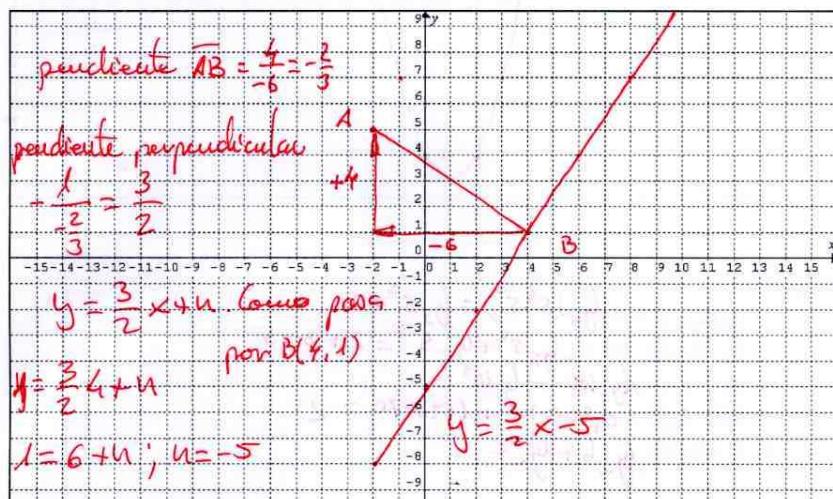
11. Completa la siguiente tabla:

| CUADRANTE | II          | III         | IV             | I             |
|-----------|-------------|-------------|----------------|---------------|
| ÁNGULO    | $135^\circ$ | $190^\circ$ | $290,49^\circ$ | $48,59^\circ$ |
| SENO      | $+0,71$     | $-0,17$     | $-0,94$        | $0,75$        |
| COSENO    | $-0,71$     | $-0,98$     | $0,35$         | $0,66$        |
| TANGENTE  | $-1$        | $0,18$      | $-2,68$        | $1,13$        |

12. Calcula el ángulo que forma la diagonal de una hoja A-4 ( $297\text{mm} \times 210\text{mm}$ ) con el lado menor



13. Calcula la ecuación de la perpendicular al segmento de extremos  $A(-2, 5)$  y  $B(4,1)$  por su extremo  $B(4,1)$ . Representa en los ejes el segmento y la perpendicular



14. Calcula el perímetro y el área del triángulo de vértices  $A(-3,3)$ ,  $B(-3,-3)$  y  $C(5,-3)$

$$d(A,B) = 6$$

$$d(A,C) = \sqrt{(5-(-3))^2 + (-3-3)^2} = \sqrt{8^2 + (-6)^2} = \sqrt{64+36} = \sqrt{100} = 10$$

$$d(B,C) = 8 \quad \text{Como } 10^2 = 8^2 + 6^2 \text{ es un triángulo rectángulo}$$

$$p = 6 + 10 + 8 = 24 \text{ unidades; área} = \frac{6 \cdot 8}{2} = 24 \text{ unidades cuadradas}$$

15. En una reunión de cinco chicos y cinco chicas calcula de cuántas maneras distintas pueden emparejarse heterosexualmente

$$P_5 = 5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 120 \text{ emparejamientos distintos}$$