

EXAMEN FINAL DE 4º DE E.S.O. MATEMÁTICAS

GRUPO: A FECHA: 16/6/2010 ALUMNO:

1. Clasifica los números de la siguiente lista en racionales o irracionales:

$$\begin{array}{ccccccc} -5 & \sqrt[3]{-27} & \sqrt{8} & 3,303 & 0,1335557777\ldots \\ \mathbb{Z} & \mathbb{Z} & \mathbb{R}-\mathbb{Q} & \mathbb{Q} & \mathbb{R}-\mathbb{Q} \\ \frac{\pi}{2} & \pi+2 & -\sqrt[4]{16} & 3,303 & \frac{\phi-1}{2} \\ \mathbb{R}-\mathbb{Q} & \mathbb{R}-\mathbb{Q} & \mathbb{Z} & \mathbb{Q} & \mathbb{R}-\mathbb{Q} \end{array}$$

\mathbb{Z} enteros (son también racionales)
 $\mathbb{R}-\mathbb{Q}$ irracionales
 \mathbb{Q} racionales

2. Escribe como una sola potencia la expresión

$$\frac{x^2 \cdot \sqrt[3]{x \cdot \sqrt[3]{x^6}}}{\sqrt[3]{x}} = \frac{x^2 \sqrt[3]{x \cdot x^{\frac{6}{3}}}}{x^{\frac{1}{3}}} = \frac{x^2 \sqrt[3]{x^3}}{x^{\frac{1}{3}}} = \frac{x^2 \cdot x}{x^{\frac{1}{3}}} = \frac{x^3}{x^{\frac{1}{3}}} = x^{3-\frac{1}{3}} = x^{\frac{8}{3}}$$

3. Divide el polinomio $P(x) = -2x^3 + x^2 + 2$ entre el polinomio $Q(x) = x + 2$ y comprueba el resto utilizando el teorema del resto.

$$\begin{array}{r} -2 \Big| \begin{matrix} -2 & 1 & 0 & 2 \\ & 4 & -10 & 20 \\ \hline & -2 & 5 & -10 & 22 \end{matrix} \end{array} \quad C(x) = -2x^2 + 5x - 10$$

$R(x) = 22$

Teorema del resto: $P(-2) = -2(-2)^3 + (-2)^2 + 2 = 16 + 4 + 2 = 22$ (coincide)

4. Factoriza el polinomio $x^4 + x^3 - 6x^2 - 4x + 8$

$$x^4 + x^3 - 6x^2 - 4x + 8 = (x-1)(x-2)(x+2)^2$$

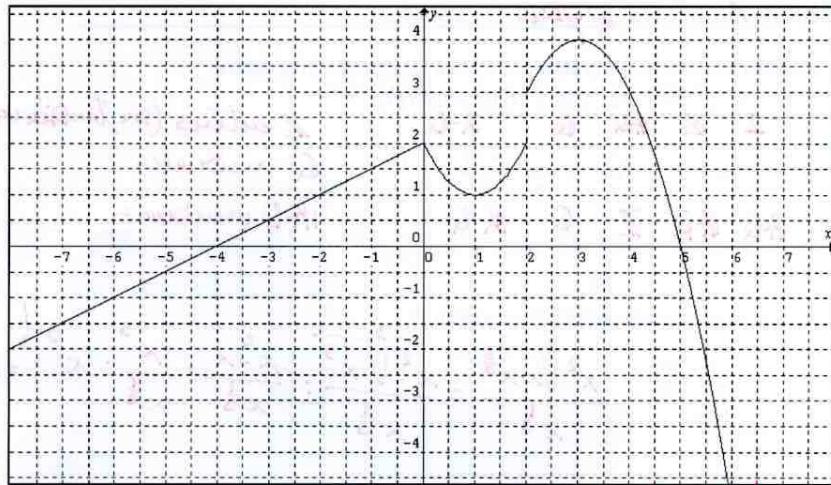
$$\begin{array}{r} 1 & 1 & -6 & -4 & 8 \\ \hline 1 & 1 & 2 & -4 & -8 \\ 1 & 2 & -4 & -8 & 0 \\ \hline 2 & 2 & 8 & 8 & \\ 1 & 4 & 4 & 0 & \\ \hline -2 & -2 & -4 & & \\ 1 & 2 & 0 & & \\ \hline -2 & -2 & & & \\ 1 & 0 & & & \end{array}$$

5. Resuelve la ecuación

$$\sqrt{1-x} = x+5$$

$$\begin{aligned} \sqrt{1-x} &= (x+5)^2 ; \quad 1-x = x^2 + 10x + 25 ; \quad x^2 + 10x + x + 25 - 1 = 0 ; \\ x^2 + 11x + 24 &= 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} a=1 \\ b=11 \\ c=24 \end{array} \right. \quad x = \frac{-11 \pm \sqrt{11^2 - 4 \cdot 1 \cdot 24}}{2 \cdot 1} = \frac{-11 \pm \sqrt{121 - 96}}{2} = \frac{-11 \pm \sqrt{25}}{2} = \\ &= \frac{-11 \pm 5}{2} \quad \begin{array}{l} \frac{-11+5}{2} = \frac{-6}{2} = -3 \\ \cancel{\frac{-11-5}{2} = \frac{-16}{2} = -8} \end{array} \\ \sqrt{1-(-3)} &= -3+5 \quad \text{si} \\ \sqrt{1-(-8)} &= -8+5 \quad \text{no} \end{aligned}$$

6. Observa la gráfica adjunta, y contesta a los apartados que hay a continuación:



- a) Puntos de corte con los ejes Ox en $(-4, 0)$ $(5, 0)$; Oy en $(0, 2)$
- b) Estudio de monotonía (intervalos de crecimiento y de decrecimiento) $(-\infty, 0) \cup (1, 2) \cup (2, 3)$ crecimiento
- c) Estudio de continuidad (puntos en los que es continua) discontinua en $x=2$ decrecimiento
- d) Extremos relativos (máximos y mínimos) $(0, 1) \cup (3, \infty)$

Máximo relativo $(0, 2)$ y $(3, 3)$

Mínimo relativo $(1, 1)$

7. Escribe la ecuación de la función cuya gráfica es una recta con pendiente $m = -\frac{2}{3}$, y que pasa por el punto $P(-3, 0)$. Represéntala.

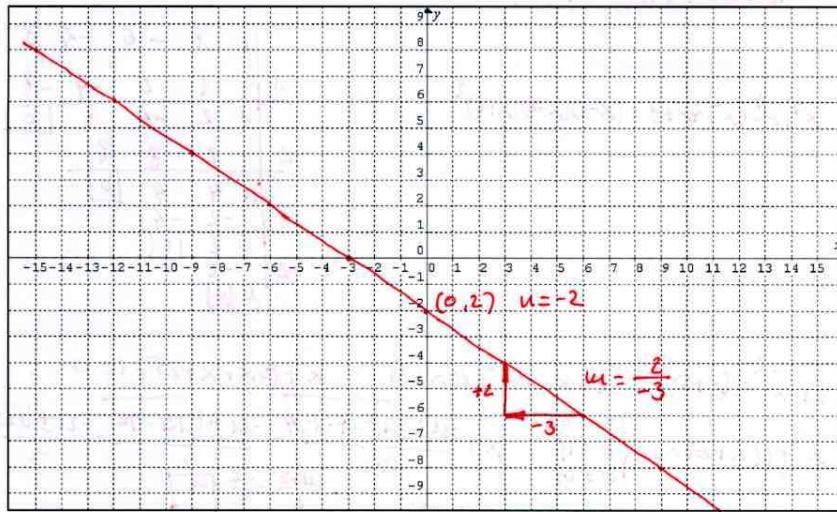
$$y = mx + b; \quad y = -\frac{2}{3}x + b; \quad \text{Caso pasa por } (-3, 0)$$

$$0 = -\frac{2}{3}(-3) + b$$

$$0 = 2 + b$$

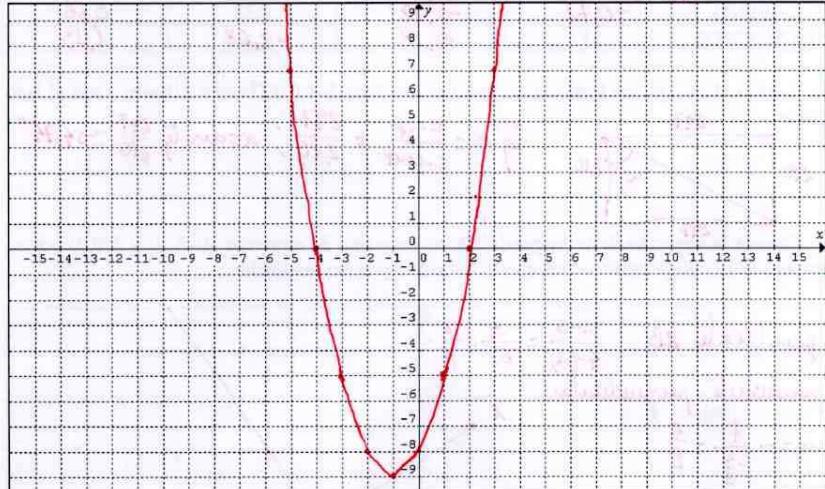
$$b = -2$$

$$y = -\frac{2}{3}x - 2$$



8. Sea la función $f(x) = x^2 + 2x - 8$. Calcula:
- Vértice de la parábola que es su gráfica;
 - Puntos de corte con los ejes;
- Represéntala gráficamente.

Corte con OY $(0, c) = (0, -8)$; Corte con OX



$$\begin{aligned} x^2 + 2x - 8 &= 0 \\ -2 \pm \sqrt{4+32} &= \\ = \frac{-2 \pm \sqrt{36}}{2} &= \\ = \frac{-2+6}{2} &= \\ = \frac{4}{2} &= \\ = 2 & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -2 - \frac{4}{2} &= \\ = -2-2 &= \\ = -4 & \end{aligned}$$

9. Calcula:

$$\begin{aligned} a) \lg_5(25 \cdot 125) &= \lg_5(5^2 \cdot 5^3) = \lg_5 5^5 = 5 \\ b) \lg_5 25 + \lg_5 125 &= 2 + 3 = 5 \\ c) \lg(2 \cdot 50) &= \lg 100 = 2 \\ d) \lg 2 + \lg 50 &= 0,301030 + 1,698970 = 2 \\ e) \lg_a(b \cdot c) &= \lg_a b + \lg_a c \end{aligned}$$

10. Observa el triángulo rectángulo ABC, y averigua los valores de x , de y y de z . ¿Cuál es la razón de semejanza entre el triángulo ABC y el ADB?

→ Pitágoras en $\triangle ACD$

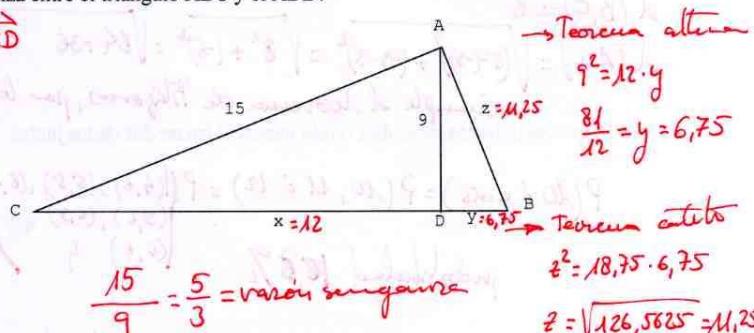
$$15^2 = 9^2 + x^2$$

$$225 = 81 + x^2$$

$$225 - 81 = x^2$$

$$144 = x^2$$

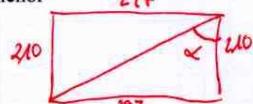
$$x = 12$$



11. Completa la siguiente tabla:

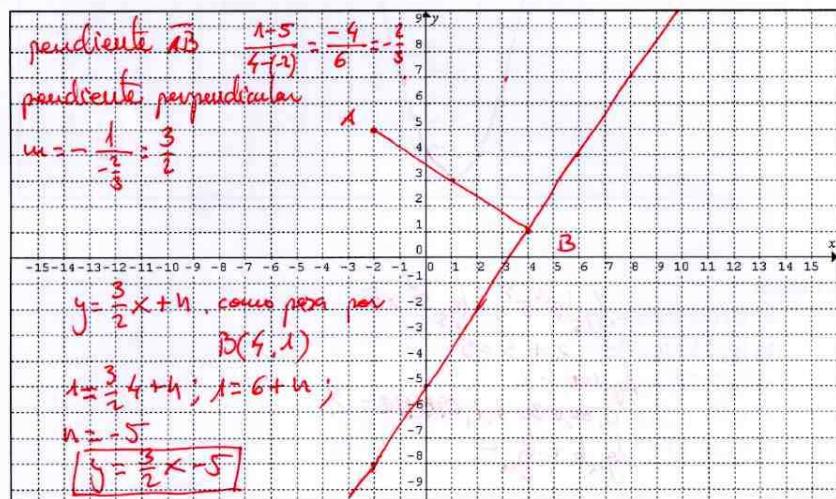
CUADRANTE	II	III	IV	I
ÁNGULO	135°	190°	$270,47^\circ$	$48,59^\circ$
SENO	0,71	-0,17	-0,94	0,75
COSENO	-0,71	-0,98	0,35	0,66
TANGENTE	-1	0,18	-2,68	1,13

12. Calcula el ángulo que forma la diagonal de una hoja A-4 ($297\text{mm} \times 210\text{mm}$) con el lado menor



$$\tan \alpha = \frac{\text{c. op}}{\text{c. cont}} = \frac{297}{210}; \alpha = \arctan \frac{297}{210} \approx 54,74^\circ$$

13. Calcula la ecuación de la perpendicular al segmento de extremos $A(-2, 5)$ y $B(4,1)$ por su extremo $B(4,1)$. Representa en los ejes el segmento y la perpendicular



14. Calcula el perímetro y el área del triángulo de vértices $A(-3,3)$, $B(-3,-3)$ y $C(5,-3)$

$$P = 6 + 8 + 10 = 24 \text{ unidades}$$

$$d(A,B) = 6$$

$$d(B,C) = 8$$

$$d(A,C) = \sqrt{(5-(-3))^2 + (-3-3)^2} = \sqrt{8^2 + (-6)^2} = \sqrt{64+36} = 10$$

Cumple el teorema de Pitágoras, por lo que es rectángulo

15. Halla la probabilidad de sacar diez o más puntos al lanzar dos dados juntos

$$P(10 \text{ ó más}) = P(10, 11 \text{ ó } 12) = P((4,6), (5,5), (6,4)) = \frac{6}{6^2} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

probabilidad 16,7%