

Probabilidad

Ejercicio 1 Define experimento aleatorio. Pon dos ejemplos de experiencia aleatoria, y dos ejemplos de experiencia determinista

Ejercicio 2 Define: espacio muestral, suceso, suceso elemental, suceso compuesto, sucesos incompatibles, suceso seguro, suceso imposible

Ejercicio 3 Enuncia la Ley de los Grandes Números.

Ejercicio 4 Enuncia la Ley de Laplace.

Ejercicio 5 Supongamos que tenemos una urna con veinte bolas, enumeradas del 1 al 20, y consideremos los siguientes sucesos:

$A =$ "Sacar un número mayor que 10".

$B =$ "Sacar un número impar".

$C =$ "Sacar un múltiplo de 5".

$D =$ "Sacar un divisor de 6".

a) Escribe utilizando notación conjuntista los anteriores sucesos.

b) Obtén los sucesos $A \cup B$, $B \cup C$, $B \cup D$.

c) Obtén los sucesos $A \cap B$, $B \cap C$, $B \cap D$.

d) Obtén los sucesos \bar{A} y \bar{B} .

e) Obtén los sucesos $B \setminus C$, $A \setminus C$ y $C \setminus A$.

Ejercicio 6 Dados los sucesos A y B de un espacio muestral Ω , expresa el resultado de las siguientes operaciones:

a) $\bar{\bar{A}}$

b) $A \cup \bar{A}$

c) $A \cap \bar{A}$

d) $A \setminus \bar{B}$

e) $\overline{A \cap \bar{B}}$

Ejercicio 7 Determina el espacio muestral y los sucesos elementales del experimento "Extraer una carta de una baraja española". Pon ejemplos de los siguientes casos: un suceso compuesto, dos sucesos incompatibles, un suceso imposible.

Ejercicio 8 En una caja hay ocho bolas numeradas del 1 al 8.

a) Escribe el espacio muestral del experimento "Extraer una bola de la caja".

b) Escribe el suceso contrario, uno compatible y uno incompatible los sucesos $A =$ "sacar un número menor que 4" y $B =$ "Sacar un número impar".

c) Escribe los siguientes sucesos: A , \bar{A} , $\bar{\bar{A}}$, $A \cup B$, $\bar{A} \cap B$, $\bar{A} \cap \bar{B}$, $\overline{A \cap B}$

Ejercicio 9 Lanzamos dos veces una moneda. Escribe el espacio muestral y calcula la probabilidad de los sucesos "obtener exactamente una cara", "obtener al menos una cara", y "obtener una cara en el primer lanzamiento".

Ejercicio 10 Lanzamos un dado con las caras numeradas del 1 al 6.

a) Construye el espacio muestral. ¿Cuántos sucesos elementales hay?

b) Escribe los siguientes sucesos:

$A =$ "Obtener un número menor o igual que 2"

$B =$ "Obtener un número impar"

$C =$ "Obtener un número mayor que 4"

$D =$ "Obtener un número par"

$E =$ "No sacar ni un 3 ni un 5"

- c) Entre los sucesos anteriores, citar dos que sean incompatibles y que no sean contrarios.
- d) ¿Cuál es el suceso contrario del suceso C ?
- e) Calcular las probabilidades de los sucesos del apartado b)

Ejercicio 11 Se extrae al azar una carta de una baraja española de 40 cartas. Calcula la probabilidad de los siguientes sucesos:

- a) $A =$ "la carta es el rey de copas"
- b) $B =$ "la carta es un as"
- c) $C =$ "la carta es una copa"
- d) $D =$ "la carta es una copa o un as"

Ejercicio 12 Sean A , B y $A \cup B$ tres sucesos de probabilidades 0.4, 0.5 y 0.6 respectivamente. Calcula las probabilidades de los sucesos \bar{A} , \bar{B} , $A \cap B$, $\bar{A} \cap \bar{B}$, y $A \cap \bar{B}$ (para $A \cap \bar{B}$, ayúdate del empleo de diagramas de Venn).

Ejercicio 13 Sean A y B dos sucesos verificando que $P(A) = \frac{3}{8}$, $P(B) = \frac{1}{2}$ y $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$. Calcular las probabilidades de $A \cup B$, \bar{A} , \bar{B} , $\bar{A} \cap \bar{B}$, $A \cap \bar{B}$ y $B \cap \bar{A}$.

Ejercicio 14 Sean A , B y C sucesos de probabilidades respectivas 0.4, 0.6 y 0.7. Si $P(A \cup B) = 0.8$, $P(B \cap C) = 0.5$ y $P(A \cap C) = 0.25$, calcular las probabilidades de \bar{A} , \bar{B} , $\overline{A \cup B}$, $A \cap B$, $B \cup C$ y $\overline{A \cup C}$.

Ejercicio 15 En un grupo, el 40% juega al baloncesto y el 60% al fútbol. Sabiendo que el 85% practica alguno de los dos deportes, ¿qué porcentaje juega a los dos?

Ejercicio 16 Los estudiantes A y B tienen respectivamente probabilidades 0.5 y 0.2 de suspender un examen. La probabilidad de que suspendan el examen simultáneamente es de 0.1.
Determinar la probabilidad de que al menos uno de los dos estudiantes suspenda el examen.

Ejercicio 17 En una población el 60% juega al fútbol, el 30% al baloncesto y el 20% al tenis. Además, el 80% juega al fútbol o al baloncesto, y el 5% juega al baloncesto y al tenis.
Calcula la probabilidad de que un individuo seleccionado al azar:

- a) Juegue al fútbol.
- b) No juegue al fútbol.
- c) No juegue al baloncesto.
- d) No juegue al tenis.
- e) Juegue al fútbol y al baloncesto.
- f) No juegue ni al fútbol ni al baloncesto.
- g) Juegue al baloncesto o al tenis.
- h) No juegue al baloncesto y no juegue al tenis.
- i) Juegue al fútbol pero no al baloncesto.

Ejercicio 18 Se sabe que en un grupo de 120 estudiantes, 60 están matriculados en inglés, 50 en español, y 20 en inglés y español. Calcular la probabilidad de que un alumno elegido al azar:

- estudie inglés o español.
- no estudie ni inglés ni español.

Ejercicio 19 Lanzamos dos dados. Si sumamos la puntuación de las caras, calcula la probabilidad de cada una de las posibles sumas. Representa en forma de diagrama de barras los resultados.

Ejercicio 20 Usamos un dado tetraédrico cuyas caras están enumeradas del 1 al 4. Al lanzarlo, se considera que el resultado obtenido es la cara apoyada sobre la mesa. La probabilidad de ganar es proporcional al número de la cara. ¿Cuál es la probabilidad de cada cara?

Ejercicio 21 Un dado está cargado, de modo que al lanzarlo, la probabilidad de obtener un número es directamente proporcional al número de la cara. Hallar la probabilidad de que al lanzarlo se obtenga un número par.

Ejercicio 22 Matías y Elena juegan con una moneda. La lanzan tres veces, y si sale cara una vez y cruz dos veces, gana Matías. Si sale tres veces cara o tres veces cruz, gana Elena. Calcula la probabilidad que tiene cada uno de ganar

Ejercicio 23 Andrea juega a lanzar un dardo en una diana que tiene forma de cuadrado de 80 cm de lado. La diana tiene un círculo inscrito. Andrea tira bastante bien, y el dardo siempre cae dentro de la diana, pero la tirada solo resulta ganadora si además cae dentro del círculo. Calcula la probabilidad que tiene Andrea de ganar.

Ejercicio 24 Después de laboriosas comprobaciones se obtiene que cierto modelo de chinchetas tiene una probabilidad de 0.38 de caer con la punta hacia arriba. Se realiza el experimento aleatorio de lanzar dos de esas chinchetas.

- Escribe el espacio muestral.
- Calcula la probabilidad de que las dos chinchetas caigan con la punta hacia arriba.
- Calcula la probabilidad de que alguna caiga con la punta hacia abajo.

Ejercicio 25 Se lanzan dos dados. Calcular la probabilidad de cada uno de los sucesos siguientes.

- $A =$ "obtener exactamente un 1"
- $B =$ "obtener al menos un 1"
- $C =$ "obtener menos de un 1"
- $D =$ "el más pequeño de los números obtenidos es un 4"
- $E =$ "la suma de las caras es 7"
- $F =$ "la suma de las caras es mayor que 10"
- $G =$ "se obtienen un 3 y un 5"
- $H =$ "se obtienen dos 3"
- $I =$ "se obtienen dos cifras idénticas"

Ejercicio 26 En una clase hay 10 chicos de los cuales, la mitad tiene los ojos marrones, y 20 chicas, de las cuales también la mitad tiene ojos marrones. Calcular la probabilidad de que elegida una persona al azar:

- Sea chico.

- b) Sea un chico de ojos marrones.
 c) Sea un chico o una persona de ojos marrones.

Ejercicio 27 En una clase hay 40 estudiantes, de los cuales 12 son chicas. Por otra parte, 24 estudiantes utilizan gafas, y de los que utilizan gafas, 18 son chicos.

- a) Elegida una persona al azar, calcula la probabilidad de que sea chica.
 b) Elegida una persona al azar, calcula la probabilidad de que sea una chica sin gafas.
 c) Elegida una persona al azar, calcula la probabilidad de que no lleve gafas.
 d) Elegida una persona al azar, calcula la probabilidad de que sea chica, o no lleve gafas.

Soluciones

Ejercicio 5

- a) $A = \{11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20\}$
 $B = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19\}$
 $C = \{5, 10, 15, 20\}$
 $D = \{1, 2, 3, 6\}$
- b) $A \cup B = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20\}$
 $B \cup C = \{1, 3, 5, 7, 9, 10, 11, 13, 14, 15, 17, 19, 20\}$
 $B \cup D = \{1, 2, 3, 5, 6, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19\}$.
- c) $A \cap B = \{11, 13, 15, 17, 19\}$
 $B \cap C = \{5, 15\}$
 $B \cap D = \{1, 3\}$.
- d) $\bar{A} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
 $\bar{B} = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\}$.
- e) $B \setminus C = \{1, 3, 7, 9, 11, 13, 17, 19\}$
 $A \setminus C = \{11, 12, 13, 14, 16, 17, 18, 19\}$
 $C \setminus A = \{5, 10\}$.

Ejercicio 6

- a) A b) Ω c) \emptyset d) $A \cap B$ e) $\bar{A} \cup B$

Ejercicio 7 El espacio muestral está formado por cada una de las 40 cartas de la baraja.

Suceso compuesto: "Sacar un oro".

Sucesos incompatibles: "Sacar una figura", y "Sacar un tres".

Suceso imposible: "Sacar un dos de trébol"

Ejercicio 8

- a) $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$
 b) $\bar{A} = \{4, 5, 6, 7, 8\}$, $\bar{B} = \{2, 4, 6, 8\}$.

Un suceso compatible con A sería por ejemplo B , y uno incompatible con A sería por ejemplo "Sacar un número mayor que seis" ($C = \{7, 8\}$).

Un suceso compatible con B sería por ejemplo A , y uno incompatible con B sería "Sacar un número par".

$$c) A = \{1, 2, 3\}, \bar{A} = A, \overline{A \cup B} = \{4, 6, 8\}, \overline{A \cap B} = \{5, 7\}, \overline{A \cap \bar{B}} = \overline{A \cup B}, \overline{A \cap \bar{B}} = \{2, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

Ejercicio 9 $\Omega = \{(C, C), (C, +), (+, C), (+, +)\}$

Dados $A =$ "obtener exactamente una cara", $B =$ "obtener al menos una cara", y $C =$ "obtener una cara en el primer lanzamiento": $p(A) = \frac{1}{4}$, $p(B) = \frac{3}{4}$, $p(C) = \frac{1}{2}$

Ejercicio 10

a) $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Hay seis casos posibles.

b) $A = \{1, 2\}$, $B = \{1, 3, 5\}$, $C = \{5, 6\}$, $D = \{2, 4, 6\}$, $E = \{1, 2, 4, 6\}$

c) A y C

d) $\bar{C} = \{1, 2, 3, 4\}$

e) $p(A) = \frac{2}{6}$, $p(B) = \frac{3}{6}$, $p(C) = \frac{2}{6}$, $p(D) = \frac{3}{6}$, $p(E) = \frac{4}{6}$

Ejercicio 11

a) $p(A) = \frac{1}{40}$

b) $p(B) = \frac{4}{40}$

c) $p(C) = \frac{10}{40}$

d) $p(D) = \frac{13}{40}$

Ejercicio 12 $p(\bar{A}) = 0.6$, $p(\bar{B}) = 0.5$, $p(A \cap B) = 0.3$, $p(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0.4$, y $p(A \cap \bar{B}) = 0.1$

Ejercicio 13 $p(A \cup B) = \frac{5}{8}$, $p(\bar{A}) = \frac{5}{8}$, $p(\bar{B}) = \frac{1}{2}$, $p(\bar{A} \cap \bar{B}) = \frac{3}{8}$, $p(A \cap \bar{B}) = \frac{1}{8}$ y $p(B \cap \bar{A}) = \frac{1}{4}$.

Ejercicio 14 $p(\bar{A}) = 0.6$, $p(\bar{B}) = 0.4$, $p(\overline{A \cup B}) = 0.2$, $p(A \cap B) = 0.2$, $p(B \cup C) = 0.8$ y $p(\overline{A \cup C}) = 0.15$.

Ejercicio 15 El 15%

Ejercicio 16 Si $A =$ "A suspende" y $B =$ "B suspende", $p(A \cup B) = 0.6$.

Ejercicio 17 $F =$ "Jugar al fútbol", $B =$ "Jugar al baloncesto", $T =$ "Jugar al tenis"

a) $p(F) = 0.6$

d) $p(\bar{T}) = 0.8$

g) $p(B \cup T) = 0.45$

b) $p(\bar{F}) = 0.4$

e) $p(F \cap B) = 0.1$

h) $p(\bar{B} \cap \bar{T}) = 0.55 = (p(\overline{B \cup T}))$

c) $p(\bar{B}) = 0.7$

f) $p(\bar{F} \cap \bar{B}) = 0.2 (= p(\overline{F \cup B}))$

i) $p(F \cap \bar{B}) = 0.5 = (p(F \setminus B))$

Ejercicio 18 $E =$ "Matricularse en español", $I =$ "Matricularse en inglés".

a) $p(I \cup E) = \frac{90}{120}$

b) $p(\bar{I} \cap \bar{E}) = p(\overline{I \cup E}) = \frac{30}{120}$

Ejercicio 19 $S_n =$ "La suma de las caras es n"

$p(S_2) = p(S_{12}) = \frac{1}{36}$, $p(S_3) = p(S_{11}) = \frac{2}{36}$, $p(S_4) = p(S_{10}) = \frac{3}{36}$, $p(S_5) = p(S_9) = \frac{4}{36}$, $p(S_6) = p(S_8) = \frac{5}{36}$, $p(S_7) = \frac{6}{36}$

Ejercicio 20 $p(\{1\}) = \frac{1}{10}$, $p(\{2\}) = \frac{2}{10}$, $p(\{3\}) = \frac{3}{10}$, $p(\{4\}) = \frac{4}{10}$

Ejercicio 21 Como $p(\{1\}) = \frac{1}{21}$, $p(\{2\}) = \frac{2}{21}$, $p(\{3\}) = \frac{3}{21}$, $p(\{4\}) = \frac{4}{21}$, $p(\{5\}) = \frac{5}{21}$, y $p(\{6\}) = \frac{6}{21}$, entonces $p(\{2, 4, 6\}) = \frac{12}{21}$

Ejercicio 22 $M =$ "Gana Matías", $E =$ "Gana Elena".

$p(M) = \frac{6}{8}$ y $p(E) = \frac{2}{8}$

Ejercicio 23 Si $G =$ "Andrea gana", $p(G) = \frac{\pi}{4}$

Ejercicio 24 $A = \text{“Punta hacia arriba”}$, y $\bar{A} = \text{“Punta hacia abajo”}$

a) $\Omega = \{AA, A\bar{A}, \bar{A}A, \bar{A}\bar{A}\}$

b) $p(\{AA\}) = 0.38^2 = 0.1444$

c) $p(\overline{\{AA\}}) = 1 - p(\{AA\}) = 0.8556$

Ejercicio 25

a) $p(A) = \frac{10}{36}$

c) $p(C) = \frac{25}{36}$

e) $p(E) = \frac{6}{36}$

g) $p(G) = \frac{2}{36}$

i) $p(I) = \frac{6}{36}$

b) $p(B) = \frac{11}{36}$

d) $p(D) = \frac{5}{36}$

f) $p(F) = \frac{3}{36}$

h) $p(H) = \frac{1}{36}$

Ejercicio 26 $Y = \text{“Ser chico”}$, $X = \text{“Ser chica”}$, $M = \text{“Tener ojos marrones”}$, $\bar{M} = \text{“Tener ojos de un color distinto al marrón”}$.

a) $p(Y) = \frac{10}{30}$

b) $p(Y \cap M) = \frac{5}{30}$

c) $p(Y \cup M) = \frac{20}{30}$

Ejercicio 27 $H = \text{“Ser chico”}$, $M = \text{“Ser chica”}$, $G = \text{“Usar gafas”}$, $\bar{G} = \text{“No usar gafas”}$

a) $p(M) = \frac{12}{40}$

b) $p(M \cap \bar{G}) = \frac{6}{40}$

c) $p(\bar{G}) = \frac{16}{40}$

d) $p(M \cup \bar{G}) = \frac{22}{40}$