

1 Clasifica los siguientes números en naturales, enteros, racionales o irracionales. Si alguno pertenece a más de un conjunto, indícalo.

$$2; 3.\widehat{41}; \sqrt{8}; -0.45; \frac{15}{5}; 9.43\widehat{2}; \pi; -\frac{1}{2}$$

2 Escribe una fracción generatriz de los números del ejercicio anterior, en aquellos casos en que sea posible.

3 Representa en la recta real las fracciones $\frac{8}{3}$, $\frac{7}{4}$, $-\frac{4}{3}$ y $-\frac{7}{6}$.

4 Calcula y simplifica:

$$a) \frac{1}{10} \cdot \frac{4}{5} \div \frac{2}{25} \cdot \frac{5}{3}$$

$$e) \frac{1 - \frac{3}{4}}{\frac{1}{2} - \frac{1}{6}}$$

$$b) \left(\frac{2}{3} + \frac{4}{9}\right) \cdot \left(\frac{3}{5} - \frac{1}{2}\right) - \frac{1}{2}$$

$$f) \left[1 - 2 \cdot \left(\frac{1}{5} + \frac{3}{2}\right)\right] \div \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{9}$$

$$c) \left(1 - \frac{2}{3} - \frac{5}{6}\right) \div \frac{12}{5}$$

$$g) 1 + 2 \cdot \frac{\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} + \frac{5}{2}}{\frac{9}{10} \div \frac{3}{5}}$$

$$d) \frac{2}{3} - \frac{6}{5} - \frac{1}{6} \cdot \frac{2}{3}$$

5 Expresando los decimales en forma de fracción, calcula y simplifica.

$$0.5 \cdot (0.\widehat{6} - 3 \cdot 0.2) \div (0.\widehat{3} - 0.\widehat{1}) \cdot 0.5 =$$

6 En una clase el 40% de los alumnos son morenos. Si hay 12 morenos, ¿cuántos alumnos hay en total?

7 En una huerta se siembra la tercera parte de la superficie con patatas, y del resto, la cuarta parte con zanahorias. Calcula la fracción de la superficie total dedicada a las zanahorias

8 De un terreno edificable se vendieron las dos terceras partes de su superficie y después los dos tercios de lo que quedaba. El ayuntamiento expropió los 3200 m² restantes para un parque público. ¿Cuál era su superficie?

9 En una clase, los tres quintos de los alumnos no han venido a causa de una epidemia de gripe. Si hay 30 alumnos en clase, calcula:

a) El número de alumnos que hay en total.

b) El porcentaje de alumnos que tienen la gripe.

10 Un artículo experimenta dos variaciones consecutivas en su precio. En febrero, experimenta una subida del 20%, y en marzo, un descenso del 30%. ¿Cuál es el índice de variación que se debe aplicar al precio inicial para calcular el precio final del artículo?

11 A principios de 2016, un embalse estaba al completo de su capacidad hídrica, teniendo un total de $H \text{ km}^3$ de agua. En agosto del mismo año, dicha cantidad había variado, siendo el resultado de la expresión $0.42H$. Indica razonadamente si las siguientes afirmaciones son ciertas o falsas, y corrige las falsas:

- El índice de variación para calcular la cantidad de agua del embalse en agosto es 0.58.
- En agosto queda un 42% de agua.
- En agosto se había perdido un 42% de agua.
- En agosto, el volumen de agua se había reducido en un 42%.
- En agosto, el volumen de agua se había reducido al 42%.
- En enero, había un 42% más de agua que en agosto.

12 Un juguete vale en una juguetería 40 €. Durante las fiestas navideñas sube un 22% y una vez que éstas han pasado, baja un 9%. Calcula su precio final y expresa porcentualmente la variación experimentada por el precio del juguete.

13 Utilizando las propiedades, expresa en forma de única potencia

- | | |
|---|---|
| a) $5^{-8} \div 5^2 \cdot 5^{-6} \cdot 5^3$ | d) $64^2 \cdot (16^{-2} \cdot 2)^{-3}$ |
| b) $3^{-2} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^4 (3 \cdot 3^4)^{-1}$ | e) $0.001^2 \cdot 100^{-5}$ |
| c) $0.0001 \cdot 100^{-2} \cdot 0.1^{-4}$ | f) $\frac{625^5}{125^4(5 \cdot 5^2)^3}$ |

14 Calcula

- | | |
|--|--|
| a) $(-2.\widehat{2})^{-2}$ | f) $1.\widehat{3}^{-2}$ |
| b) $\left(\frac{3}{2}\right)^{100} \cdot \left(\frac{4}{9}\right)^{300} \div \left(\frac{2}{3}\right)^{502}$ | g) $0.0\widehat{1}^{-1}$ |
| c) $(-2)^3 - \left(-\frac{1}{2}\right)^{-2} - 4^0$ | h) $\sqrt[5]{-\frac{32 \cdot a^{15}}{b^5 \cdot c^{20}}}$ |
| d) $\left(-1 + \frac{3}{5}\right)^{-2} - (-2)^2$ | i) $\sqrt[4]{-10000}$ |
| e) $2^2 - 2^{-2} + 2^0$ | |

15 Simplifica la expresión $\frac{81^{-4} \cdot 25^2}{625 \cdot 9^{-9}}$

16 Se estima que a una manifestación acudieron 30 000 personas. Calcula el error absoluto y el error relativo cometidos si la cifra real de asistentes fue 32 250.

17 Una persona tiene en promedio cinco litros de sangre, y aproximadamente cuatro millones y medio de glóbulos rojos en cada milímetro cúbico de esta. Expresa en notación científica y con tres cifras significativas, su número aproximado de glóbulos rojos. (1 litro equivale a 1 dm^3)

18 Escribe el término general de las siguientes sucesiones

- a) 0.5, 0.75, 1, 1.25, 1.5, ... b) 300, 30, 3, 0.3, 0.03, 0.003, ...
- c) $5, \frac{5}{4}, \frac{5}{9}, \frac{5}{16}, \frac{5}{25}, \dots$ d) 2, -4, 8, -16, 32, ...
- e) 14, 6, -2, -10, -18, ...

19 En una sucesión aritmética, el décimo elemento vale 450, y la diferencia vale 10.

- a) Escribe su término general, y utilízalo para calcular el elemento que ocupa el cuadragésimo lugar.
- b) Calcula la suma de los doscientos primeros términos de la sucesión.

20 En una sucesión geométrica, el cuarto elemento vale 4, y el séptimo -256. Escribe su término general

21 Calcula la suma $23 + 27 + 31 + 35 + \dots + 819 =$

22 Calcula la suma $0.2 + 0.02 + 0.002 + 0.0002 + \dots$

23 Una gacela está huyendo de un depredador. Asumamos para simplificar el problema, que la gacela se desplaza dando saltos en línea recta, y que debido al cansancio, la longitud de cada salto se reduce al 75 % de la longitud del salto anterior. Suponiendo que el primer salto es de 240 cm:

- a) Si L_1, L_2, L_3 y L_4 representan las longitudes de los cuatro primeros saltos, calcula sus valores
- b) Considera la sucesión de las longitudes de los saltos de la gacela. Escribe su término general
- c) Si la gacela pudiese correr indefinidamente, ¿qué distancia recorrería en total?

24 Calcula por sustitución el valor numérico de $p(x) = -x^2 + 1$ en $x = -\frac{1}{2}$

25 Completa adecuadamente las siguiente frases:

- a) El valor numérico de un polinomio $p(x)$ en $x = 3$ coincide con ...
- b) El resto de dividir un polinomio $p(x)$ entre un polinomio $q(x) = x + 4$ coincide ...

26 Escribe un polinomio múltiplo de $A(x) = x - 2$, $B(x) = x - 3$ y $C(x) = x + 5$

27 Escribe un polinomio que tenga por raíces a 3, -4 y 5

28 Efectúa la siguiente división por el método de Ruffini. Indica cuánto valen el resto y el cociente

$$(x^3 + 3x^2 - 1) : (x + 3)$$

29 Efectúa las siguientes operaciones con polinomios

a) $2x(x-1) - (2-x)^2 =$

d) $18 \left(\frac{1-x^2}{9} + \frac{x^2-2x}{6} - 1 \right)$

b) $2ab(c+1) - 3b(ac+2) =$

c) $12 \cdot \left(\frac{x-x^2}{3} + \frac{5x-x^2}{6} - x \right)$

e) $(x-2)(x^2+3x-1)$

30 Factoriza los polinomios y di cuales son sus raíces enteras

a) $x^2 + 2x - 3$

c) $x^2 + 7x - 8$

b) $x^4 + 4x^3 + 4x^2$

d) $2x^4 - 12x^3 + 18x^2$

31 Factoriza utilizando las identidades notables

a) $\frac{y^2}{25} - 1$

b) $x^4 + 2x^2y^2 + y^4$

32 Simplifica las siguientes fracciones algebraicas

a) $\frac{2x^2 - 18}{x^2 - 6x + 9}$

e) $\frac{9a^2 - 4c^2}{3ab + 2bc}$

b) $\frac{2x^2 + 2}{x^4 - 1}$

f) $\frac{25x^4 - 9x^2}{25x^3 - 30x^2 + 9x} =$

c) $\frac{3x^2 - 12}{x^2 + 4x + 4}$

d) $\frac{9a^2b - 4bc^2}{3ab + 2bc}$

g) $\frac{4a^2b^2c^2 - 4}{2 - 2abc} =$

33 Inventa una ecuación de segundo grado sin solución**34** Resuelve las siguientes ecuaciones utilizando el método más adecuado al tipo de ecuación. Si no hay solución, indícalo

a) $2x^2 - 3x = 4x$

k) $\frac{x-2}{4} - \frac{3x-1}{8} = \frac{x}{2}$

b) $9x^2 - 1 = 15$

l) $3x - \frac{x-2}{2} = 2 \left(2 - \frac{x}{4} \right)$

c) $2x^2 + 4 = x^2$

m) $3x^2 - 24 = 0$

d) $2x^2 + 3x - 5 = 0$

e) $\frac{2(x-1)}{3} - \frac{1-x}{6} = x - \frac{2x-1}{3} + \frac{3x}{2}$

n) $x(x-2) = 8$

f) $(2x-1)^2 = 4$

ñ) $x(x+1) = 2x^2 - x$

g) $\frac{x-1}{2} - \frac{x+3}{4} = 1 - \frac{x}{2}$

o) $x^2 - 2x + 10 = 0$

h) $x^2 + 4 = 2x^2$

p) $1 - \frac{x+1}{3} = x$

i) $x^2 + 5x = 3x^2$

q) $(x-1)(x+2) = 4$

j) $x^2 - 2x + 1 = 0$

r) $3x^2 + 1 = (x+1)^2$

35 La base de un rectángulo es dos metros mayor que la altura. Si duplicamos la altura y reducimos en un metro la longitud de la base, obtenemos otro rectángulo cuya área excede a la del primero en 9 m^2 . Calcula la base del primer rectángulo

36 Juan tiene un perro. Actualmente su perro tiene 12 años menos que él. Dentro de 4 años, Juan tendrá el triple de la edad de su perro. ¿Cuáles son las edades de Juan y su perro?

37 Para una fiesta se han comprado refrescos de naranja, de limón y de cola. Calcula cuántos refrescos hay de cada clase sabiendo que:

- De naranja hay el triple que de cola
- El número de refrescos de cola supera en 20 unidades al doble del número de refrescos de limón.
- En total hay 340 refrescos

38 Determinar las longitudes de los lados de un rectángulo si el lado mayor excede en 7 cm al menor y la diagonal mide 13 cm.

39 La suma de los cuadrados de la edad actual de un chico, y de la que tendrá dentro de dos años, es de 580. ¿Cuántos años tiene el chico?

40 Explica el número de soluciones que puede tener un sistema lineal de dos ecuaciones y dos incógnitas, y la relación que hay con el número de soluciones del sistema y la posición relativa de dos rectas en el plano. (1.5 puntos)

41 Justifica si $(2, -1)$ o $(1, -3)$ son solución del sistema:

$$\begin{cases} 2x - y = 5 \\ -x + y = -4 \end{cases}$$

42 Inventa un sistema de ecuaciones que no tenga solución.

43 Inventa un sistema de ecuaciones que tenga infinitas soluciones.

44 Resuelve por sustitución. Explica brevemente los pasos que das.

$$a) \begin{cases} x - 3 = -y \\ -x + 1 = 2(y - 2) \end{cases} \quad b) \begin{cases} x - 2(y - x) = y - 1 \\ \frac{x}{2} - 3y = 2 \end{cases}$$

45 Resuelve por igualación, explicando brevemente los pasos que das.

$$a) \begin{cases} x - 4y = 0 \\ 3x = 4(y + 2) \end{cases} \quad b) \begin{cases} 2x - y = y - 1 \\ \frac{x}{2} - y = 2 \end{cases}$$

46 Resuelve por reducción. Explica brevemente los pasos que das.

$$a) \begin{cases} 7x - 2y = 0 \\ 5x + 3y = 4 \end{cases} \quad b) \begin{cases} 2x + 5y = -1 \\ 3x + 4y = 2 \end{cases}$$

47 Resuelve por el método algebraico que consideres más conveniente. Explica brevemente los pasos que das.

$$\begin{cases} 0.25x - y = -1 \\ 1 - \frac{2x-y}{3} = -1 \end{cases}$$

48 Completa las ecuaciones de los siguientes sistemas para que se cumplan las condiciones que se indican en cada caso:

a) $\begin{cases} x + 2y = 1 \\ 2x + \dots = \dots \end{cases}$
sin solución

b) $\begin{cases} x + 2y = 1 \\ 2x + \dots = \dots \end{cases}$
con infinitas soluciones

c) $\begin{cases} 2x - y = \dots \\ x + \dots = 4 \end{cases}$
con solución (3, 1)

49 Resuelve gráficamente

$$\begin{cases} x = -2 \\ 2x - y = -3 \end{cases}$$

50 Resuelve los siguientes problemas planteando el sistema de ecuaciones adecuado. (Explica qué representa cada una de las incógnitas que elijas).

- a) Al comenzar los estudios de Bachillerato se les hace un test a los estudiantes con 30 cuestiones sobre Matemáticas. Por cada cuestión contestada correctamente se dan 5 puntos, y por cada cuestión incorrecta o no contestada se restan 2 puntos. Si un alumno obtuvo en total 94 puntos, ¿cuántas cuestiones respondió correctamente?
- b) Tengo dos caramelos más en el bolsillo derecho que en el izquierdo. Si cambio cuatro caramelos del bolsillo derecho para el izquierdo, entonces en el izquierdo tendré el doble que en el derecho. ¿Cuántos caramelos tenía al principio en cada bolsillo?
- c) En un hotel hay habitaciones dobles (con dos camas), y habitaciones sencillas (con una cama). Si en total hay 56 camas, calcula el número de habitaciones de cada tipo sabiendo que el número de habitaciones sencillas excede en una unidad a la mitad del número de las habitaciones dobles

51 Determina en cada caso la ecuación de la recta que satisface las condiciones dadas:

- a) Paralela al eje OX pasando por el punto $(-2, 1)$.
- b) Pasa por los puntos $(1, 2)$ y $(4, -5)$.
- c) Paralela a $2x + 3y - 1 = 0$, y pasando por el origen de coordenadas.

52 Representa gráficamente las siguientes funciones, explicando brevemente el proceso seguido (obten al menos cinco puntos para la tabla de valores)

- a) $y = x^2 - 9$ c) $y = -x^2 + 4x$ e) $y = -x^2 + 2x - 1$
- b) $y = x^2 - 6x + 8$ d) $y = x^2 + 1$ f) $y = x^2 + 2x$

53 En un parking A, el precio del estacionamiento en función de los minutos está especificado en la siguiente tabla:

x (min)	10	20	30	40
y (€)	1	1.5	2	2.5

- a) ¿Existe alguna relación de proporcionalidad entre las variables?. Justifica la respuesta.
- b) Representa gráficamente los puntos de la tabla de valores en la cuadrícula adjunta. (Utiliza distintas escalas para los ejes para poder hacer la representación gráfica con exactitud).
- c) Encuentra la expresión algebraica de la función. ¿Qué quiere decir en el contexto de este problema la pendiente de la ecuación?. ¿Y la ordenada en el origen?
- d) ¿Cuánto tiempo estuvo estacionado un vehículo que pagó 1.1 €?

54 En un parking B, durante la primera hora de estacionamiento, la tarifa es constante, y se paga 1.80 €, independientemente del tiempo de estacionamiento (siempre que este sea inferior a una hora). Si tenemos intención de no dejar el coche aparcado más de una hora, estudia en qué casos nos saldría más barato el parking A del ejercicio 53.

Puedes ayudarte de una representación esquemática de las dos funciones en la parte de atrás de este folio del examen. Es decir, no hace falta que representes con exactitud las dos rectas.

55 ¿Qué significa que un niño esté en el percentil 56 de estatura?

56 Fíjate en el diagrama de cajas y bigotes de la figura 1, y clasifica las siguientes frases como verdaderas o falsas.

- a) El rango intercuartílico es 60.
- b) Los datos se dispersan más para los valores menores que 170.
- c) La mediana de la variable es 150.
- d) Hay más datos entre 130 y 170, que entre 170 y 190.
- e) El 25% de los datos son valores mayores o iguales a 190.
- f) El 50% de los datos está comprendido entre 130 y 190.

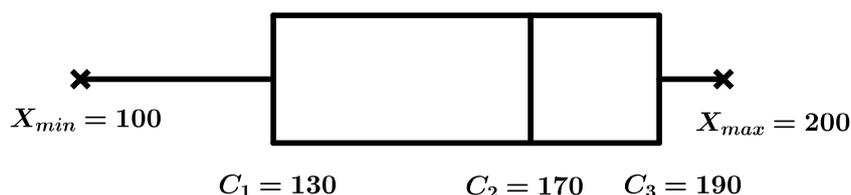


Figura 1: Ejercicio 56

57 En la Facultad de Enfermería el 70% del alumnado son chicas, y el resto chicos. Se desea hacer un estudio sobre las preferencias de navegación en internet, y se selecciona una muestra de 120 estudiantes, de los cuales 60 son chicos. ¿Es dicha muestra representativa?. Justifica la respuesta.

58 En una clase estudiamos cómo se distribuye el color de pelo de los alumnos, obteniendo que hay 8 rubios, 15 morenos, 6 castaños, y 1 pelirrojo.

- Construye la tabla de frecuencias absolutas y relativas.
- Calcula las medidas de centralización adecuadas a este estudio.
- Representa el diagrama de barras de frecuencias absolutas.
- Si quisiéramos representar el diagrama de sectores circulares, ¿cuántos grados ocuparía el sector circular correspondiente al pelo castaño?

59 Se quiere estudiar cómo se distribuye el número de televisores en las viviendas de un edificio A, y se obtienen las siguientes respuestas:

Nº de televisores	0	1	2	3
Nº de viviendas	2	12	8	7

Construye la tabla de frecuencias con las columnas que necesites para calcular:

- La media.
- La desviación típica.
- Los cuartiles.
- En un edificio B, se hace el mismo estudio, y se obtiene que el número medio de televisores es 2.6, y la desviación típica 1.2. ¿En cuál de los dos edificios es la media más representativa?. Justifica la respuesta.

60 En el histograma de frecuencias absolutas acumuladas de la figura 2, calcula la mediana y el tercer cuartil.

61 Con las letras A, B, C, y D queremos construir una palabra de cuatro letras.

Calcula cuántas palabras de cuatro letras podemos formar (aunque carezcan de significado), eligiendo esas letras al azar en los siguientes casos:

- Puede haber letras repetidas.
- No puede haber letras repetidas.
- Las palabras empiezan por vocal, y no pueden repetirse letras.
- Las palabras empiezan por vocal, y pueden repetirse letras.

62 Lanzamos dos veces una moneda. Escribe el espacio muestral y calcula la probabilidad de los sucesos “obtener exactamente una cara”, “obtener al menos una cara”, y “obtener una cara en el primer lanzamiento”

63 Lanzamos un dado con las caras numeradas del 1 al 6.

- Construye el espacio muestral. ¿Cuántos sucesos elementales hay?
- Escribe los siguientes sucesos:

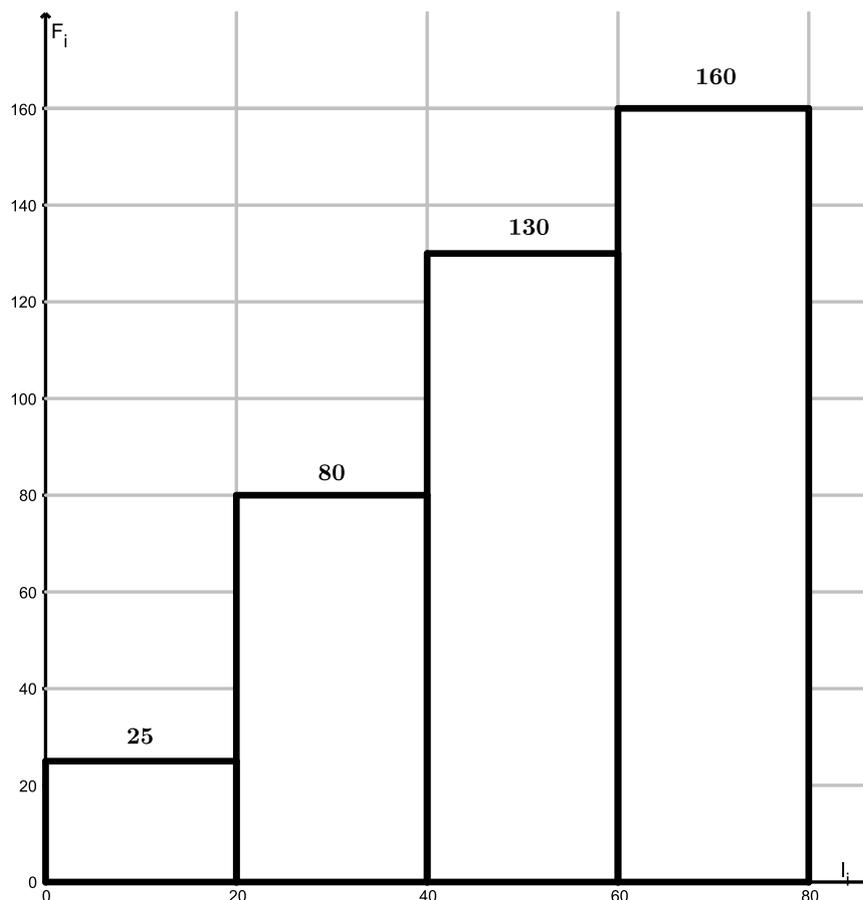


Figura 2: Ejercicio 60

$A =$ “Obtener un número menor o igual que 2”

$B =$ “Obtener un número impar”

$C =$ “Obtener un número mayor que 4”

$D =$ “Obtener un número par”

$E =$ “No sacar ni un 3 ni un 5”

- c) Entre los sucesos anteriores, citar dos que sean incompatibles y que no sean contrarios.
- d) ¿Cuál es el suceso contrario del suceso C ?
- e) Calcular las probabilidades de los sucesos del apartado b)

64 Lanzamos un dado tetraédrico, de cuatro caras, enumeradas del uno al cuatro. Supongamos que el dado está desequilibrado, de tal forma que las probabilidades de las caras son las siguientes:

- La de sacar un cuatro, $\frac{1}{4}$.
- Las de sacar un uno, un dos, y un tres, son respectivamente proporcionales al número de la cara.

- a) Calcula la probabilidad de las caras enumeradas con uno, dos y tres.

- b) *Calcula la probabilidad del suceso $A = \text{“Sacar un número par”}$.*
- c) *Calcula la probabilidad del suceso $B = \text{“Sacar un número menor que tres”}$.*

65 *En una academia de baile el 70% baila flamenco, el 30% bossa nova, y el 20% twist. Además, el 80% baila flamenco o bossa nova, y el 5% baila bossa nova y twist.*

Denominando F al suceso “Bailar flamenco”, B al suceso “Bailar bossa nova”, y T al suceso “Bailar twist”, calcula (utilizando la notación adecuada) la probabilidad de que seleccionando un individuo al azar:

- a) *No baile bossa nova.*
- b) *Baile flamenco y bossa nova.*
- c) *No baile ni flamenco ni bossa nova.*
- d) *Baile bossa nova o twist.*
- e) *Baile flamenco, pero no bossa nova.*

66 *Tenemos un cono de 9 cm de radio, y 12 cm de altura:*

- a) *Calcula su volumen.*
- b) *Calcula el área lateral del cono.*
- c) *Seccionamos el cono por un plano paralelo a la base, situado a tres centímetros de ella. Calcula el volumen del tronco de cono obtenido.*

67 *Tenemos una sandía con forma esférica, de 30 cm de diámetro.*

- a) *Calcula la superficie de la sandía.*
- b) *Se corta en diez gajos iguales. Calcula el volumen de cada gajo de sandía.*

68 *Se quiere pintar la pared de un palomar que tiene forma cilíndrica, de 4 metros de diámetro, y 4 metros de altura.*

Utiliza para π la aproximación $\pi \approx 3.14$, y redondea los resultados aproximando a las centésimas.

- a) *Calcula la superficie de la pared que hay que pintar.*
- b) *Si usamos una pintura cuyo rendimiento es de $6 \text{ m}^2/\text{L}$, que nos venden en botes de 4 L, ¿cuántos botes tendremos que comprar?*
- c) *Si la pintura que sobra del último bote no será utilizada nunca más, y sabiendo que el precio de la pintura es 12 €/L , ¿cuánto dinero perdemos?*

69 *La pirámide de Keops es una pirámide regular de base cuadrada. Se quiere hacer una maqueta de la misma, de tal forma que su altura mida 30 cm, y la base sea un cuadrado de 46 cm.*

- a) *Calcula el área total de la maqueta.*

- b) *Calcula el volumen de la maqueta.*
- c) *Si la pirámide de Keops tiene de base un cuadrado de 230 metros, ¿cuál es la escala de la maqueta?*
- d) *Calcula el volumen de la pirámide de Keops.*

70 *Dado un octaedro de 6 cm de arista, calcula:*

- a) *Su área lateral.*
- b) *Su volumen.*